AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

DİSKRET ADDİTİV, MULTİPLİKATİV VƏ POVERATİV TÖRƏMƏ ANLAYIŞLARI VƏ DİSKRET TÖRƏMƏLİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN KOŞİ VƏ SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLİNƏ TƏTBİQLƏRİ

İxtisas: 1211.01 – Diferensial tənliklər
Elm sahəsi: Riyaziyyat
İddiaçı: **Aygün Malik qızı Məmmədzadə**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı- 2022

Dissertasiya işi Lənkəran Dövlət Universitetinin Riyaziyyat və informatika kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbərlər: riy.e.d., prof. **Nihan Əlipənah oğlu Əliyev**
riy.e.d., prof. **Natiq Səhrab oğlu İbrahimov**

Rəsmi opponentlər: riyaziyyat elmləri doktoru, dosent
Yaşar Topuş oğlu Mehrəliyev

riyaziyyat elmləri doktoru
İlqar Qürbət oğlu Məmmədov

fizika-riyaziyyat elm.namizədi
Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən FD 2.17 Dissertasiya Şurası

Dissertasiya şurasının sədri:
AMEA–nın həqiqi üzvü, f. –r.e.d., professor

Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev

Dissertasiya şurasının elmi katibi: mex. üzrə elmlər doktoru

Laura Faiq qızı Fətullayeva

Elmi seminarın sədri: r.e.d., professor

Yaqub Əmiyar oğlu Şərifov

İmzanı təsdiq edirəm
BAKI DÖVLƏT UNİVERSİTETİNİN
ELMİ KATİBİ
prof. V.M.SALMANOV
imzalı
«22» 02 2022 il

İŞIN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Məlumdur ki, riyazi modeli diskret diferensial tənliklər üçün məsələlərə gətirilən az sayda təbii hadisələr mövcuddur ki, onlardan ədədi silsilənin ümumi həddinin tapılması, həndəsi silsilənin ümumi həddinin tapılması və Fibonaççi ardıcıllığının ümumi həddinin tapılması məsələlərini göstərmək olar.

Adi diferensial tənliklər üçün məlum olan nəzəriyyəni fərqlərlə tənliklər üçün köçürən A.O.Qelfond olmuşdur. Orta məktəb üçün 2010-cu ildə buraxılmış 50 kitabçanın ədədi çoxluğun inkişaf mərhələlərinə həsr olunmuş 40-cı nömrəsi, hər biri özündə iki düz əməl saxlayan inteqrallar və özündə iki tərs əməl saxlayan törəmələr təyin edilmişdir. Nəhayət, orada bir düz əməl vasitəsi ilə verilən diskret inteqrallar və bir tərs əməl vasitəsi ilə verilən diskret törəmələr təyin edilmişdir.

Diskret additiv törəmə yalnız fərq vasitəsi ilə verildiyindən o cür məsələlər çox yaxşı araşdırılmışdır.

Baxmayaraq ki, multiplikativ törəmə və inteqral kəsilməz halda 50 il əvvəl verilmişdir, əfsuslar olsun ki, belə tənliklər üçün məsələlərə axır vaxtlar baxılmağa başlanılmışdır.

Diskret multiplikativ törəməli tənliklər üçün məsələlərə əsasən biz başlamışıq.

Nəhayət, kəsilməz halda poverativ törəmə və inteqralları vermək üçün yeni tərs və düz əməllər lazım olduğu halda diskret poverativ törəmə və diskret poverativ inteqralı vermək üçün yeni əməl lazım olmadığından bu əməlləri də həyata biz gətirməli olduq.

Diskret multiplikativ törəmə və diskret poverativ törəmə gətirməklə çox mürəkkəb qeyri-xətti tənliklərlə məsələlərin həlli, diskret multiplikativ inteqral və diskret poverativ inteqralların vasitəsi ilə bu həllər üçün analitik ifadələr alınmasına nail olmuşuq. Bu da baxılan mövzunun aktuallığından xəbər verir.

Baxılan mövzunun işlənmə dərəcəsi müasir riyaziyyatın səviyyəsindədir. Belə ki, bütün baxılan məsələlərdə diskret törəmələrin tezislərindən istifadə etməklə alınan qeyri-xətti cəbri tənliklər həll edilərək, bütün hallarda həll üçün analitik ifadələr alınır.

Tədqiqatın obyekti. Dissertasiya işinin obyekti diskret hadisələrin riyazi modellərinin qurulması və onların həllərinin araşdırılmasıdır. Yuxarıda söylədiyimiz kimi diskret hadisələr, ədədi silsilə, həndəsi silsilə və Fibonaççi ardıcıllığıdır.

Tədqiqatın predmeti. Tədqiqatın predmetinə gəldikdə isə deyə bilərik ki, həm adi diferensial tənliklər üçün baxılan məsələlərdə, həm də xüsusi törəməli tənliklər üçün baxılan məsələlərdə həllin araşdırılması çətinlik törətdikdə bu məsələlər müəyyən addımla diskretləşdirilir, alınan cəbri tənliklər sistemi həll edilir. Diskret məsələnin həllində addımı sıfıra yaxınlaşdırmaqla kəsilməz məsələnin həlli haqqında müəyyən nəticəyə gəlmək olur. Beləliklə, diskret məsələlər kəsilməz məsələlərin həllinə də kömək göstərmiş olurlar.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. İşin məqsədi qeyri-xətti mürəkkəb tənliklərlə verilən məsələlərin həlli üçün analitik ifadələr almaqdan ibarətdir. Bu ifadələr – diskret additiv inteqral “cəmlər”, diskret multiplikativ inteqral “hasillər” və nəhayət, diskret poverativ inteqral “qüvvətlər” vasitəsi ilə verilmiş olurlar. Belə ki, işdə baxılan bütün məsələlərin həlli analitik şəkildə təyin edilmiş olur. Tədqiqatın vəzifələri, tədqiqatçının aldığı nəticələri riyaziyyat aləminə çatdırmaqdan ibarətdir. Qoyulan məsələnin konkret olması və alınan nəticənin anlamlı olması tədqiqatın əsas vəzifəsidir.

Tədqiqatın metodları. Dissertasiya işində əsasən diskret additiv törəmə, diskret additiv inteqral, diskret multiplikativ törəmə, diskret multiplikativ inteqral, diskret poverativ törəmə və diskret poverativ inteqralın təriflərindən istifadə etməklə, xətti cəbr, analitik həndəsə və riyazi analizin üsullarından istifadə edilmişdir.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar:

1. Kəsilməz halda törəmələr iki ardıcıl tərs əməlin köməyi ilə verildiyi halda diskter törəmələrin bir tərs əməl vasitəsi ilə verilməsi.

2. Kəsilməz halda inteqral iki ardıcıl düz əməlin köməyi ilə verildiyi halda diskret inteqralların bir düz əməl vasitəsilə verilməsi.

3. İki müxtəlif törəməli ikinci tərtib tənlik üçün Koşi və sərhəd məsəllərin həlli.

4. Üç müxtəlif törəməli üçüncü tərtib tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələlərin həlli.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Diskret analizin çox mürəkkəb qeyri-xətti tənlikləri üçün Koşi və sərhəd məsələlərinin həllinin kompakt analitik ifadələri alınmışdır. Üçüncü tərtibə qədər diskret törəmələr tutan müxtəlif diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti şərtlər daxilində məsələlərə baxılmışdır.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya işi əsasən nəzəri səciyyə daşıyır. Yuxarıda söylədiyimiz kimi həm adi diferensial tənliklər üçün baxılan məsələlərdə, həm də xüsusi törəməli tənliklər üçün baxılan məsələlərdə həllin araşdırılması çətinlik törətdikdə bu kəsilməz məsələlər $h > 0$ addımı ilə diskretləşdirilərək, cəbri tənliklər sisteminə gətirilir. Bu sistem həll edilir. Həlldə addım h sıfıra yaxınlaşdırılaraq, kəsilməz məsələnin həlli haqqında müəyyən fikir söyləmək olur. Bəzən də diskret məsələnin həllində h-ın kiçik qiymətlərində alınan ifadələrdən kəsilməz məsələnin təqribi həlli üçün ifadə almaq mümkün olur. Bu da aparılan işin tətbiqini və praktik əhəmiyyətini göstərir. Qeyd edək ki, tətbiqləri dedikdə ancaq yuxarıda söylədiyimiz məsələlər deyil, həmçinin inteqro-diferensial tənliklər üçün məsələlərin və inteqral tənliklər üçün baxılan məsələlərin təqribi həllərinin tapılmasına da tətbiq edilə bilər. Bu da bir çox qeyri-xətti məsələlərin həllərinin araşdırılmasına kömək göstərmiş olar.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyanın mövzusuna dair 17 elmi əsər dərc edilmişdir ki, onların 7-si elmi məqalə, 2-si konfrans materialı, 8-i tezisdir. Dissertasiyanın mövzusu ilə bağlı müxtəlif elmi konfranslarda məruzələr edilmiş, yerli və xarici nəşrlərdə məqalələr, konfranslara təqdim olunmuş tezislər çap olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Lənkaran Dövlət Universitetinin Riyaziyyat və informatika kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işi giriş, üç fəsil, nəticə və istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. İşin ümumi həcmi: 192687 işarədir (titul səhifəsi 465 işarə, mündəricat 2536 işarə, giriş 61387 işarə, I fəsil 240000 işarə, II fəsil 30000 işarə, III fəsil 72000 işarə, nəticə 2299 işarə).

DİSSERTASİYA İŞİNİN MƏZMUNU

Girişdə dissertasiyanın aktuallığı əsaslandırılır, tədqiqatın obyekti, predmeti, məqsədi, vəzifələri, metodları müəyyən edilir, elmi yeniliyi, nəzəri və praktiki əhəmiyyəti şərh edilir, müdafiəyə çıxarılan müddəalar təqdim olunur.

"Üçüncü tərtibə qədər diskret poverativ törəməli diferensial tənliklər üçün məsələlərin həlli" adlanan dissertasiya işinin birinci fəsli üç paraqrafdan ibarətdir.

Birinci fəslin "Birinci tərtib diskret poverativ törəməli tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələləri" adlanan birinci paraqrafında diskret additiv, diskret multiplikativ və diskret poverativ inteqralların tərifləri və onlar üçün qəbul edilmiş işarələr verildikdən sonra aşağıdakı kimi məsələyə baxılmışdır.

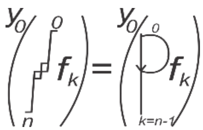
$$y_n^{\{I\}} = f_n,\ n \geq 0, \tag{1}$$

$$y_0 = \alpha. \tag{2}$$

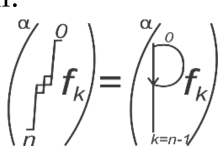
Qeyd edək ki, bu səpgidə birinci iş olduğu üçün birinci tərtib tənlik üçün məsələdən başlamalı olduq. Bu (1) tənliyinin ümumi həlli:

$$y_n = f_{n-1}^{f_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0}}}}}},\ n \geq 1, \tag{3}$$

şəklindədir. Diskret poverativ inteqral üçün qəbul edilmiş işarələməni nəzərə alsaq, (3) aşağıdakı şəkildə verilə bilər:

$$y_n = f_{n-1}^{f_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{y_0}}}}}}} \equiv$$  (4)

onda (1), (2) Koşi məsələsinin həlli:

$$y_n = f_{n-1}^{f_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{\alpha}}}}}}} \equiv$$  (5)

şəkildə verilə bilər.

İndi isə (1) tənliyinə $0 \le n < m$ şərtini ödəyən n-lər üçün baxıb, bu tənliyi

$$y_0 + \alpha \cdot y_m = \beta, \tag{6}$$

sərhəd şərti daxilində həll edək. Burada α və β verilmiş sabitlərdir.

Bunun üçün (1) tənliyinin ümumi həlli olan (3)-ü (6) sərhəd şərtində yazsaq, alarıq:

$$y_0 + \alpha \cdot f_{m-1}^{f_{m-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{y_0}}}}}}} = \beta. \tag{7}$$

Aldığımız (7) tənliyindən y_0 təyin edilməlidir. Bu tənliyi loqarifmalamaqla, alarıq:

$$y_0 = \log_{f_0} \log_{f_1} \cdots \log_{f_{m-2}} \log_{f_{m-1}} \frac{\beta - y_0}{\alpha}, \tag{8}$$

ixtiyarı sabit $\lfloor y_{0_0} \rfloor$ ədədi götürüb, (8)-in köməyi ilə

$$y_{0_{k+1}} = \log_{f_0} \log_{f_1} \cdots \log_{f_{m-2}} \log_{f_{m-1}} \frac{\beta - y_{0_k}}{\alpha}, \tag{9}$$

şəklində $\{y_{0_k}\}$ ardıcıllığı qururuq. Bu ardıcıllıq üçün alınan qiymətlənmədən görnür ki, əgər bu ardıcıllıq monotondursa, yığılandır. Onda bu ardıcıllığın llimiti y_0 olaraq götürülür.

Beləliklə, aşağıdakı hökmü almış oluruq:

Teorem 1. Verilmiş birinci tərtib diskret poverativ törəməli (1) tənliyi üçün $(1),(2)$ Koşi məsələsinin həlli (5) şəklində, (1), (6) sərhəd məsələsinin həlli isə (4), (8) in köməyi ilə verilmiş olur.

Bu fəslin **“İkinci tərtib diskret poverativ törəməli tənlik üçün məsələlərin həllinin araşdırılması”** adlanan ikinci paraqrafında aşağıdakı kimi məsələyə baxılmışdır.

$$y_n^{\{II\}} = f_n \ , \ n \ge 0, \tag{10}$$

$$y_0 = \alpha \ , \ y_1 = \beta, \tag{11}$$

burada f_n, $n \geq 0$ verilmiş ardıcıllıq, y_n, $n \geq 0$ isə axtarılan ardıcıllıqdır, α və β verilmiş ədədlərdir.

Bu Koşi məsələsinin həlli

$$y_n = F_{n-1}^{F_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{F_2^{F_1^{F_0}}}}}}}, \ n \geq 1, \tag{12}$$

şəklindədir, F_i -lər isə,

$$F_n = f_{n-1}^{f_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{\sqrt[\alpha]{\beta}}}}}}}}, \ n \geq 1, \tag{13}$$

kimi verilmiş olurlar.

İndi isə (10) tənliyinə $0 \leq n \leq N-2$ şərtini ödəyən $n-$lər üçün baxıb,

$$y_0^{(I)} = \alpha \ , \ y_n = \beta, \tag{14}$$

sərhəd şərtlərini ödəyən həlli üçün

$$y_n = G_{n-1}^{G_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{G_2^{G_1^{y_1}}}}}}}, \ n \geq 1, \tag{15}$$

G_i -lər üçün isə

$$G_n = f_{n-1}^{f^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{\alpha}}}}}}}, \ n \geq 1, \tag{16}$$

ifadə mövcuddur. Belə ki, y_1 üçün

$$\beta = y_n = G_{n-1}^{G_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{G_2^{G_1^{y_1}}}}}}}, \tag{17}$$

tənliyindən

$$y_1 = \log_{G_1} \log_{G_2} \cdots \log_{G_{N-1}} \beta, \tag{18}$$

ifadəsi alınmış olur. Bu ifadəni (15)-də yazmaqla (10), (14) sərhəd məsələsinin həlli üçün

$$y_n = \log_{G_n} \log_{G_{n+1}} \cdots \log_{G_{N-1}} \beta, \tag{19}$$

ifadəsini almış oluruq, belə ki, G_i -lər (16) vasitəsi ilə əyin edilmiş olurlar.

Beləliklə, aşağıdakı hökmü almış oluruq:

Teorem 2. Əgər f_n, $n \ge 0$ verilmiş ardıcıllıq, α və β verilmiş sabit ədədlərdirsə, onda (10), (11) Koşi məsələsinin həlli (12) və (13) vasitəsi ilə verilir, (10), (14) sərhəd məsələsinin həlli isə (16), (19) vasitəsi ilə verilmiş olur.

Bu hissədə baxılan hər iki məsələnin həlli kompakt şəkildə alınmış olur.

Nəhayət, **"Üçüncü tərtib diskret poverativ törəməli tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələləri"** adlanan üçüncü paraqrafda aşağıdakı kimi tənliyə baxılmışdır.

$$y_n^{\{III\}} = \left(\left(y_n^{\{I\}}\right)^{\{I\}}\right)^{\{I\}} = f_n,\ n \ge 0, \tag{20}$$

burada f_n, $n \ge 0$ verilmiş ardıcıllıq, y_n, $n \ge 0$ isə axtarılan ardıcıllıqdır. Əgər (20)-ni açıq şəkildə yazsaq aşağıdakı kimi qeyri-xətti fərqlərlə tənlik almış olarıq:

$$y_{n+3}^{y_{n+2}^{-1+y_{n+1}^{-1}+y_{n+1}^{-1+y_n^{-1}}}} = f_n,\ n \ge 0. \tag{21}$$

Bu tənliyin ümumi həlli üçün

$$y_n = h_{n-1}^{h_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot h_3^{h_2^{y_2}}}}}},\ n \ge 2, \tag{22}$$

ifadəsi alınmışdır, belə ki,

$$h_n = h_n\left(y_0^{\{II\}}, y_1^{\{I\}}\right) = g_{n-1}^{g_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot g_2^{g_1^{y_1^{\{I\}}}}}}}},\ n \ge 2, \tag{23}$$

g_i-lər üçün isə

$$g_n = g_n\left(y_0^{\{II\}}\right) = f_{n-1}^{f_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot f_1^{f_0^{y_0^{\{II\}}}}}}}},\ n \ge 1, \tag{24}$$

ifadəsi məlumdur. Belə ki, $(22)-(24)$şəklində verilən ümumi həlldə $y_0^{\{II\}}$, $y_1^{\{I\}}$ və y_2 ixtiyari sabitlərdir.

Əgər, (20) tənliyi üçün

$$y_k = \alpha_k,\ k = \overline{0,2}, \tag{25}$$

şəkildə başlanğıc şərtlər verilmişdirsə, onda (20), (25) Koşi məsələsinin həlli (22) – (24) vasitəsi ilə verilir. Belə ki, onlarda iştirak edən ixtiyari sabitlər aşağıdakı kimi seçilməlidir:

$$y_2 = \alpha_2,\ y_1^{\{I\}} = \sqrt[\alpha_1]{\alpha_2}\ ,\ y_0^{\{II\}} = \alpha_2^{\alpha_1^{-1+\alpha_0^{-1}}}\ . \qquad (26)$$

İndi isə (20) tənliyinə $0 \le n \le N-2$ şərtini ödəyən n-lər üçün baxıb, bu tənliyi

$$y_0^{\{II\}} = \beta_0\ ,\ y_1^{\{I\}} = \beta_1\ ,\ \ y_N = \beta_2\,, \qquad (27)$$

sərhəd şərtləri daxilində həll edək.

Bu məsələnin həlli üçün

$$y_n = \log_{h_n} \log_{h_{n+1}} \cdots \log_{h_{N-2}} \log_{h_{N-1}} \beta_2\,, \qquad (28)$$

kimi analitik ifadə alınmış olur. Belə ki,

$$h_n = h_n\left(y_0^{\{II\}}, y_1^{\{I\}}\right) = g_{n-1}^{g_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{g_2^{g_1^{g_0^{\beta_1}}}}}}}\ ,\ n \ge 2\,, \qquad (29)$$

$$g_n = g_n\left(y_0^{\{II\}}\right) = f_{n-1}^{f_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{f_2^{f_1^{f_0^{\beta_0}}}}}}}\ ,\ n \ge 1\,, \qquad (30)$$

ifadələri vasitəsi ilə verilmiş olurlar.

Beləliklə, aşağıdakı hokmü almış oluruq:

Teorem 3. Əgər f_n, $n \ge 0$ verilmiş müsbət elementli ardıcıllıqdırsa, α_k -lar $k = \overline{0;2}$ olduqda müsbət həqiqi ədədlərdirsə, onda (20), (25) Koşi məsələsinin həlli (22)-(24)-də (26)-nı nəzərə almaqla, (20), (27) sərhəd məsələsinin həlli isə (28), (29), (30) vasitəsi ilə alınır.

“İkinci tərtib qarışıq diskret törəməli tənliklər üçün məsələlər” adlanan ikinci fəsil dörd paraqrafdan ibarətdir.

“Diskret additivo-poverativ törəməli tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələləri” adlanan ikinci fəslin birinci paraqrafında

$$\left(y_i^{(I)}\right)^{\{I\}} = f_i\ ,\ i \ge 0\,, \qquad (31)$$

tənliyi araşdırılır. Burada f_i, $i \ge 0$ olduqda verilmiş ardıcıllıq, y_i, $i \ge 0$ olduqda isə axtarılan ardıcıllıq olur.

Diskret poverativ törəmənin tərifindən istifadə etsək (31)tənliyi

$$y_{i+1}^{(I)} = f_i^{y_i^{(L)}}, \; i \geq 0, \qquad (32)$$

şəklinə düşər. Burada i -yə 0-dan başlayaraq qiymətlər verməklə, alarıq:

$$y_1^{(I)} = f_0^{y_0^{(I)}}, \qquad (33)$$

i =1 olduqda isə,

$$y_2^{(I)} = f_1^{y_1^{(I)}} = f_1^{f_0^{y_0^{(I)}}}, \qquad (34)$$

Bu prosesi davam etdirsək:

$$y_i^{(I)} = f_{i-1}^{f_{i-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{y_0^{(I)}}}}}}}}, \; i \geq 1, \qquad (35)$$

Burada aşağıdakı kimi işarələmə qəbul edək:

$$f_{i-1}^{f_{i-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{y_0^{(I)}}}}}}}} \equiv g_i\left(y_0^{(I)}, f_s\right), \; i \geq 1, \qquad (36)$$

onda, (35) aşağıdakı şəkilə düşər:

$$y_i^{(I)} = g_i\left(y_0^{(I)}, f_s\right), \; i \geq 1, \qquad (37)$$

Beləliklə, verilmiş (31)tənliyinin tərtibi bir vahid aşağı düşmüş oldu.

İndi isə(37)-də diskret additiv törəmənin tərifindən istifadə edək:

$$y_{i+1} - y_i = g_i, \; i \geq 1. \qquad (38)$$

Burada i-yə qiymətlər verməklə alınan ifadələri cəmləsək alarıq:

$$y_i = y_1 + \sum_{k=1}^{i-1} g_k, \; i \geq 2, \qquad (39)$$

Koşi məsələsi: verilmiş (31) tənliyinə

$$y_i = \alpha_i, \; i = 0;1, \qquad (40)$$

başlanğıc şərtlərini qoşsaq, alınan (31), (40) Koşi məsələsinin həlli (36) və (39) vasitəsi ilə alınmış olur.

Belə ki,

$$y_i = \alpha_1 + \sum_{k=1}^{i-1} g_k , i \geq 2. \quad , \; i \geq 1, \tag{41}$$

$$g_i\left(y_0^{(I)}, f_s\right) = g_i\left(y_1 - y_0, f_s\right) = g_i\left(\alpha_1 - \alpha_0, f_s\right) = f_{i-1}^{f_{i-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{\alpha_1-\alpha_0}}}}}}} \quad , \; i \geq 1, \tag{42}$$

Sərhəd məsələsi. İndi isə (31)tənliyində $i = \overline{0; n-2}$ olduğunu qəbul edib, bu tənlik üçün

$$y_0^{(I)} = \beta_0 , \; y_n = \beta_1 , \tag{43}$$

sərhəd şərtlərinin verildiyini qəbul edək. Onda g_i -lər (43)-ün köməyi ilə(36)-dan

$$g_i\left(y_0^{(I)}, f_s\right) \equiv g_i\left(\beta_0, f_s\right) = f_{i-1}^{f_{i-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{\beta_0}}}}}}} \quad , \; i \geq 1, \tag{44}$$

şəklində tapılmış olurlar.

Sərhəd məsələsinin həllini təyin etmək üçün (39) ifadəsindəki y_1 -i təyin etməliyik.

Bunun üçün (39), (43) sərhəd şərtlərinin ikincisində nəzərə alaq:

$$\beta_1 = y_N = y_1 + \sum_{k=1}^{n-1} g_k ,$$

buradan da

$$y_1 = \beta_1 - \sum_{k=1}^{n-1} g_k .$$

Bu ifadəni $(39)-$da yazmaqla,

$$y_i = \beta_1 - \sum_{k=1}^{n-1} g_k - \sum_{k=1}^{i-1} g_k = \beta_1 - \sum_{k=i}^{n-1} g_k , \tag{45}$$

şəklində(31), (43) sərhəd məsələsinin həllini almış olur. Belə ki, g_i -lər(43)-də təyin olunmuşlar.

Bununla da alırıq:

Teorem 4. Əgər f_i, $i \geq 0$ olduqda verilmiş müsbət hədli ardıcıllıq, α_i, $i = 0;1$ olduqda verilmiş həqiqi ədədlərdirsə, onda (31), (40) Koşi məsələsinin yeganə həlli var və bu həll (41), (42)

vasitəsi ilə, β_i, $i = 0;1$ olduqda verilmiş həqiqi ədədlərdirsə, onda $(31), (43)$ sərhəd məsələsinin yeganə həlli var və bu həll $(44), (45)$ vasitəsi ilə verilirlər.

"Diskret multiplikativo-poverativ törəməli tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələləri" adlanan ikinci paraqrafda

$$\left(y_n^{[I]}\right)^{\{I\}} = f_n\,,\ n \geq 0, \tag{46}$$

tənliyi üçün

$$y_0 = \alpha\,,\ y_1 = \beta\,, \tag{47}$$

başlanğıc şərtləri daxilində Koşi məsələsinə və həmin tənlik üçün

$$y_0^{[I]} = \alpha\,,\ y_m = \beta\,, \tag{48}$$

şərtləri daxilində sərhəd məsələlərinə baxılmışdır.

Koşi məsələsinin həlli

$$y_n = \beta \cdot \prod_{s=1}^{n-1} g_s\,,\ \ n \geq 2\,, \tag{49}$$

$$g_s = f_{s-1}^{f_{s-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{\frac{\alpha}{\beta}}}}}}}}\,,\ s \geq 1\,, \tag{50}$$

ifadələrinin köməyi ilə, sərhəd məsələsinin həlli isə

$$y_n = \frac{\beta}{\prod\limits_{s=n}^{m-1} g_s}\,,\ n \geq 1\,, \tag{51}$$

$$g_n = f_{s-1}^{f_{s-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{\alpha}}}}}}}\,,\ n \geq 1\,. \tag{52}$$

Beləliklə, alırıq:

Teorem 5. Əgər f_n, $n \geq 0$ verilmiş müsbət hədli ardıcıllıq, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ verilmiş ədədlərdirsə, onda (46), (47) Koşi məsələsinin həlli (49) və (50), (46) və (48) sərhəd məsələsinin həlli isə (51) və (52) vasitəsi ilə verilirlər.

"İkinci tərtib diskret poverativo-additiv törəməli tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələlərinin həlli" adlanan üçüncü paraqrafda

$$\left(y_n^{\{I\}}\right)^{(I)} = f_n\,,\ n \ge 0\,, \qquad (53)$$

tənliyi üçün

$$y_0 = \alpha_0,\ y_1 = \alpha_1, \qquad (54)$$

başlanğıc şərti daxilində Koşi məsələsinə və həmin (53) tənliyinə n-in $\overline{0;m-2}$ qiymətlərində baxmaqla

$$y_0^{\{I\}} = \beta_0,\ y_m = \beta_1, \qquad (55)$$

şərtləri daxilində sərhəd məsələlərinə baxılmışdır.

Koşi məsələsinin həlli:

$$g_n\left(y_0^{\{I\}}, f_s\right) \equiv g_n\left({}^{y_0}\!\sqrt{y_1}, f_s\right) = {}^{\alpha_0}\!\sqrt{\alpha_1} + \sum_{k=0}^{n-1} f_k\,,\ n \ge 2\,, \qquad (56)$$

$$y_n = g_{n-1}^{g_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{g_2^{g_1^{\alpha_1}}}}}}}\,,\ n \ge 2\,, \qquad (57)$$

ifadələri vasitəsi ilə, sərhəd məsələsinin həlli isə

$$g_n\left(y_0^{\{I\}}, f_s\right) \equiv g_n(\beta, f_s) = \beta_0 + \sum_{k=0}^{n-1} f_k\,,\ n \ge 1\,, \qquad (58)$$

və

$$y_n = \log_{g_n} \log_{g_{n+1}} \ldots \log_{g_{m-2}} \log_{g_{m-1}} \beta_1,\ n \ge 2\,, \qquad (59)$$

ifadələrinin köməyi ilə verilmiş olar.

Nəhayət, "**Diskret poverativo-multiplikativ törəməli tənlik üçün məsələlər**" adlanan ikinci fəslin axırıncı paraqrafında

$$\left(y_n^{\{I\}}\right)^{[I]} = f_n\,,\ n \ge 0\,, \qquad (60)$$

tənliyi üçün

$$y_0 = \alpha\,,\ y_1 = \beta\,, \qquad (61)$$

başlanğıc şərti daxilində Koşi məsələsinə və həmin (60) tənliyinə $n = \overline{0; N-2}$ qiymətləri üçün baxmaqla

$$y_0^{\{I\}} = \alpha\,,\ y_N = \beta\,, \qquad (62)$$

sərhəd şərtləri daxilində məsələnin həlli araşdırılmışdır.

Burada (60), (61) Koşi məsələsinin həlli aşağıdakı ifadənin köməyi ilə

$$y_n = \left(\sqrt[\alpha]{\beta} \cdot f_0 \cdot f_1 \cdots f_{n-2}\right)^{\left(\sqrt[\alpha]{\beta} \cdot f_0 \cdot f_1 \cdots f_{n-3}\right)^{\cdot^{\cdot^{\left(\sqrt[\alpha]{\beta} \cdot \alpha_0\right)^{\beta}}}}} \tag{63}$$

(60), (62) sərhəd məsələsinin həlli isə

$$\tilde{F}_n \equiv \alpha \cdot \prod_{k=0}^{n-1} f_k, \tag{64}$$

və

$$y_n = \log_{\tilde{F}_n} \log_{\tilde{F}_{n+1}} \cdots \log_{\tilde{F}_{N-2}} \log_{\tilde{F}_{N-1}} \beta, \tag{65}$$

ifadələrinin köməyi ilə verilir.

Altı hissədən ibarət olan dissertasiya işinin üçüncü fəsli **“Üçüncü tərtib diskret qarışıq törəməli differensial tənliklər üçün məsələlərin həlli”** adlanır. Bu fəslin hər paraqrafında üç müxtəlif diskret törəmələrin müxtəlif kombinasiyalarından alınan tənliklər üçün (hər bir tənlik üçüncü tərtib törəmə tutur) Koşi və sərhəd məsələlərinə baxılmışdır. Bir daha qeyd edək ki, bu tənliklərin hər birinin açıq yazılışı çox mürəkkəb qeyri-xətti tənliklərə gətirilir. Biz bu məsələlər üçün analitik həllər verəcəyik.

“**Diskret additivo-multiplikativo-poverativ törəməli diferensial tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələləri**” adlanan üçüncü fəslin birinci paraqrafında

$$\left(\left(y_n^{(I)}\right)^{[I]}\right)^{\{I\}} = f_n,\ n \geq 0, \tag{66}$$

tənlik üçün

$$y_0 = \alpha_0,\ y_1 = \alpha_1,\ y_2 = \alpha_2, \tag{67}$$

başlanğıc şərtləri daxilində Koşi məsələsinə baxılır. Burada f_n, $n \geq 0$ olduqda verilmiş ardıcıllıq y_n, $n \geq 3$ olduqda isə axtarılan ardıcıllıqdır, y_0, y_1 və $y_2 -$nin verildiyi α_0, α_1 və $\alpha_2 -$lər də məlumdur.

Bu (66), (67) Koşi məsələsinin həlli:

$$g_n = f_{n-1}^{f_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f\frac{\alpha_2-\alpha_1}{\alpha_1-\alpha_0}}}}}}}, \qquad (68)$$

$$h_n = (\alpha_1 - \alpha_0) \cdot \prod_{k=0}^{n-1} g_k \ , \qquad (69)$$

$$y_n = \alpha_0 + \int_0^n h_k \quad , \ n \ge 3, \qquad (70)$$

və ifadələrinin köməyi ilə verilir.

İndi isə (66) tənliyinə $n = \overline{0; m-3}$ qiymətlərində baxmaqla, bu tənlik üçün

$$\left(y_0^{(I)}\right)^{[I]} = \alpha \, , \ y_1^{(I)} = \beta \, , \ y_m = \gamma \, , \qquad (71)$$

sərhəd şərtlərinin verildiyini qəbul edək. Onda bu sərhəd məsələsinin həlli

$$G_n = f_{n-1}^{f_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{\alpha}}}}}}} \ , \ n \ge 1, \qquad (72)$$

$$H_n = \beta \cdot \prod_{s=1}^{n-1} G_s \ , \ n \ge 2, \qquad (73)$$

və

$$y_n = \gamma - \sum_{k=n}^{m-1} H_k \quad , \ n \ge 3, \qquad (74)$$

ifadələri vasitəsi ilə verilmiş olur.

Beləliklə, alırıq:

Teorem 6. Əgər f_n, $n \ge 0$ olduqda müsbət hədli verilmiş ardıcıllıq, α_0, α_1 və α_2 $-$lər müsbət ədədlər olub, $\alpha_0 \ne \alpha_1$ olarsa, onda (66), (67) Koşi məsələsinin yeganə həlli var və bu həll (68), (70) ifadələri vasitəsi ilə verilir, əgər f_n ardıcıllığı ilə birlikdə α, β

və γ verilmiş müsbət ədədlərdirsə, onda $(66)-(71)$ sərhəd məsələsinin yeganə həlli var və bu həll $(72)-(74)$ ifadələri vasitəsi ilə verilmiş olur.

"**Diskret poverativo-additivo-multiplikativ" törəməli diferensial tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələləri**" adlanan üçüncü fəslin ikinci paraqrafında

$$\left(\left(y_n^{(I)}\right)^{\{I\}}\right)^{[I]} = f_n,\ n \ge 0, \tag{75}$$

tənliyi üçün

$$y_0 = \alpha,\ y_1 = \beta,\ y_2 = \gamma, \tag{76}$$

başlanğıc şərtləri daxilində Koşi məsələsinə baxılmışdır. Bu Koşi məsələsinin həlli

$$y_n = \gamma + \sum_{k=2}^{n-1} h_k,\ n \ge 3, \tag{77}$$

$$h_n = g_{n-1}^{g_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot g_2^{g_1^{\gamma-\beta}}}}}},\ n \ge 2, \tag{78}$$

və

$$g_n = \sqrt[\beta-\alpha]{\gamma-\beta} \cdot \prod_{s=0}^{n-1} f_s,\ n \ge 2, \tag{79}$$

ifadələrinin köməyi ilə verilmişdir.

İndi isə (75) tənliyinə $n = \overline{0; m-3}$ qiymətlərində baxmaqla, bu tənlik üçün aşağıdakı kimi sərhəd şərtlərinin verildiyini qəbul edək:

$$y_1^{(I)} = \alpha \quad \left(y_0^{(I)}\right)^{\{I\}} = \beta,\ y_m = \gamma. \tag{80}$$

Onda bu sərhəd məsələsinin həlli:

$$y_n = \gamma - \sum_{k=n-1}^{m-2} F_k^{F_{k-1}^{F_{k-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot F_2^{F_1^{\alpha}}}}}}},\ n \ge 2, \tag{81}$$

və

$$F_n = \beta \cdot \prod_{k=0}^{n-1} f_k,\ n \ge 1, \tag{82}$$

ifadələri vasitəsi ilə verilmiş olur.

Bununla da aşağıdakı hökmü almış oluruq:

Teorem 7. Əgər (75) tənliyində f_n, $n \geq 0$ olduqda müsbət hədli verilmiş ardıcıllıq, (76) başlanğıc şərtində verilən α, β, γ-lar müsbət olmaqla, $\beta > \alpha$, $\gamma > \beta$ olarsa, onda bu Koşi məsələsinin yeganə həlli var və bu həll (77) və (79) ifadələrinin köməyi ilə verilir, əgər (75) tənliyinə $n = \overline{0; m-3}$ qiymətlərində baxdıqda f_n-lər müsbət olmaqla, $(80)-$də verilən α, β, γ- lar müsbətdirlərsə, onda (75), (80) sərhəd məsələsinin yeganə həlli var və bu həll (81) və (82) ifadələrinin köməyi ilə verilir.

Üçüncü fəslin "**Diskret multiplikativo-additivo-poverativ törəməli differensial tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələləri**" adlanan üçüncü paraqrafında

$$\left(\left(y_n^{[I]}\right)^{(I)}\right)^{\{I\}} = f_n,\ n \geq 0, \tag{83}$$

tənliyi üçün

$$y_k = \alpha_k,\ \ k = \overline{0,2}, \tag{84}$$

başlanğıc şərti daxilində Koşi məsələsinə baxılmışdır. Bu Koşi məsələsinin həlli

$$y_n = \alpha_2 \cdot \prod_{s=2}^{n-1} h_s\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} - \frac{\alpha_1}{\alpha_0}, \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right),\ n \geq 3, \tag{85}$$

$$h_n\left(y_1^{[I]}, \left(y_1^{[I]}\right)^{(I)}\right) \equiv h_n\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} - \frac{\alpha_1}{\alpha_0}, \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right) = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \sum_{s=1}^{n-1} g_s\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} - \frac{\alpha_1}{\alpha_0}\right),\ n \geq 2, \tag{86}$$

və

$$g_s\left(y_0^{[I]}\right)^{(I)} \equiv g_n\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} - \frac{\alpha_1}{\alpha_0}\right) = f_{n-1}^{f_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{\frac{\alpha_2}{\alpha_1} - \frac{\alpha_1}{\alpha_0}}}}}}}},\ n \geq 1, \tag{87}$$

ifadəsi vasitəsi ilə verilir.

Eyni qayda ilə (83) tənliyinə $n = \overline{0; N-3}$ qiymətləri üçün

$$\left(y_0^{[I]}\right)^{(I)} = \beta_0,\ y_1^{[I]} = \beta_1,\ y_N = \beta_2, \tag{88}$$

sərhəd şərtləri daxilində məsələyə baxılaraq, bu sərhəd məsələsinin həlli

$$h_n(\beta_0, \beta_1) = \beta_1 + \sum_{s=1}^{n-1} g_s(\beta_0),\ n \geq 2, \tag{89}$$

$$g_n(\beta_0) = f_{n-1}^{f_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{f_1^{f_0^{\beta_0}}}}}}}, \tag{90}$$

və

$$y_n = \frac{\beta_2}{\prod_{s=n}^{N-1} h_s(\beta_0, \beta_1)},\ n \geq 3. \tag{91}$$

ifadələrinin köməyi ilə verilmiş olur.

Bununla da aşağıdakı hökmü almış oluruq:

Teorem 8. Əgər (83) tənliyində $f_n,\ n \geq 0$ olduqda müsbət hədli ardıcıllıq, (84)-də verilən $\alpha_k -$lar müsbətdirlərsə, onda bu Koşi məsələsinin həlli $(85)-(87)$ ifadələri vasitəsi ilə verilir, həmin (83) tənliyinə $n = \overline{0; N-3}$ qiymətləri üçün müsbət β_0, β_1 və $\beta_2 -$lərin verildiyi (88) sərhəd şərtləri daxilində məsələnin həlli $(89)-(91)$ ifadələri vasitəsi ilə verilmiş olur.

Üçüncü fəslin dördüncü hissəsi olan "**Diskret multiplikativo-poverativo-additiv törəməli differensial tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələlərin həlli**" adlanan dördüncü paraqrafında

$$\left(\left(y_n^{[I]}\right)^{\{I\}}\right)^{(I)} = f_n,\ n \geq 0, \tag{92}$$

tənliyi üçün

$$y_0 = \alpha_0,\ y_1 = \alpha_1,\ y_2 = \alpha_2, \tag{93}$$

başlanğıc şərtləri daxilində Koşi məsələsinə baxılmışdır. Bu məsələnin analitik həlli

$$g_n\left(\left(y_0^{[I]}\right)^{\{I\}}\right)=\sqrt[\frac{\alpha_1}{\alpha_0}]{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}}+\sum_{k=0}^{n-1} f_k\ ,\ n\geq 1, \tag{94}$$

$$h_n\left(y_1^{[I]}\right)=g_{n-1}^{g_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot g_1^{\frac{\alpha_1}{\alpha_0}}}}}}\ ,\ n\geq 2, \tag{95}$$

və

$$y_n=\alpha_1\cdot\prod_{s=1}^{n-1} h_s\ ,\ n\geq 3, \tag{96}$$

ifadələrinin köməyi ilə verilmiş olur. İndi isə (92) tənliyinə $n=\overline{0;N-3}$ qiymətlərində

$$\left(y_0^{[I]}\right)^{\{I\}}=\beta_0\,,\ y_1^{[I]}=\beta_1\,,\ y_N=\beta_2\,, \tag{97}$$

sərhəd şərtləri daxilində baxılarsa, bu sərhəd məsələsinin həlli

$$g_n\left(\left(y_0^{[I]}\right)^{\{I\}}\right)=\beta_0+\sum_{k=0}^{n-1} f_k\,, \tag{98}$$

$$h_n\left(y_1^{[I]}\right)=g_{n-1}^{g_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot g_1^{\beta_1}}}}}\ , \tag{99}$$

və

$$y_n=\frac{\beta_2}{\prod_{s=n}^{N-1} h_s}, \tag{100}$$

ifadələrinin köməyi ilə verilmiş olur. Bununla da aşağıdakı hökmü almış oluruq:

Teorem 9. Əgər (92)tənliyində $f_n,\ n\geq 0$ olduqda verilmiş müsbət həlli ardıcıllıq, (93)başlanğıc şərtində verilən $\alpha_0,\ \alpha_1,\ \alpha_2$ müsbət ədədlərdirsə, onda (92), (93) Koşi məsələsinin həlli $(94)-(96)$vasitəsi ilə, $n=\overline{0;N-3}$ üçün baxılan (92) tənliyi $\beta_0,\ \beta_1,\ \beta_2-$ müsbət olmaqla verilən (97) sərhəd şərtləri daxilində məsələnin həlli isə$(98)-(100)$ ifadələrinin köməyi ilə verilmiş olur.

“Diskret poverativo-additivo-multiplikativ törəməli differensial tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələlərinin həllinin araşdırılması” adlanan üçüncü fəslin beşinci paraqrafında

$$\left(\left(y_n^{\{I\}}\right)^{(I)}\right)^{[I]} = f_n,\ n \geq 0, \tag{101}$$

tənliyi üçün

$$y_k = \alpha_k,\ k = \overline{0;2}, \tag{102}$$

başlanğıc şərtləri daxilində Koşi məsələsinə baxılmış və bu məsələnin analitik şəklində həlli

$$g_n(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) = \left(\sqrt[\alpha_1]{\alpha_2} - \sqrt[\alpha_9]{\alpha_1}\right) \cdot \prod_{k=0}^{n-1} f_k,\ n \geq 1, \tag{103}$$

$$h_n(\alpha_1, \alpha_2) = \sqrt[\alpha_1]{\alpha_2} + \sum_{s=0}^{n-1} g_s,\ n \geq 2, \tag{104}$$

və

$$y_n = h_{n-1}^{h_{n-2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot h_3^{h_2^{\alpha_2}}}}}},\ n \geq 3, \tag{105}$$

ifadələrinin köməyi ilə verilmiş olur. Eyni qayda ilə əgər (101) tənliyinə $n = \overline{0; N-3}$ qiymətləri üçün

$$y_1^{\{I\}} = \beta_0,\ \left(y_0^{\{I\}}\right)^{(I)} = \beta_1,\ y_N = \beta_2, \tag{106}$$

sərhəd şərtləri daxilində baxılarsa, bu məsələnin həllinin analitik ifadəsi

$$g_n(y_0, y_1, y_2) = \beta_1 \cdot \prod_{k=0}^{n-1} f_k, \tag{107}$$

$$h_n(y_1, y_2) = \beta_0 + \sum_{s=1}^{n-1} g_s, \tag{108}$$

və

$$y_n = \log_{h_n} \log_{h_{n+1}} \cdots \log_{h_{N-1}} \beta_2, \tag{109}$$

ifadələri vasitəsi ilə verilir.

Beləliklə, alırıq:

Teorem 10. Əgər (101) tənliyində verilmiş f_n, $n \geq 0$ olduqda müsbət ardıcıllıq, α_0, α_1, α_2 – müsbət olmaqla (101), (102) Koşi məsələsinin həlli $(103)-(105)$ vasitəsi ilə, $n=\overline{0;N-3}$ qiymətləri üçün baxılan (101) tənliyi β_0, β_1, β_2 – müsbət olmaqla (106) sərhəd şərtləri daxilində həlli $(107)-(109)$ ifadələrinin köməyi ilə verilmiş olurlar.

Nəhayət “**Diskret poverativo-multiplikativo-additiv törəməli diferensial tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələləri**” adlanan üçüncü fəslin axırıncı paraqrafında

$$\left(\left(y_n^{\{I\}}\right)^{[I]}\right)^{(I)} = f_n,\ n \geq 0, \tag{110}$$

tənliyi üçün

$$y_k = \alpha_k,\ k=\overline{0;2}, \tag{111}$$

başlanğıc şərtləri daxilində Koşi məsələsinə baxılmışdır. Bu məsələnin həlli

$$g_n = \frac{\sqrt[\alpha_1]{\alpha_2}}{\sqrt[\alpha_0]{\alpha_1}} + \int_0^n f_k\ ,\ n \geq 0, \tag{112}$$

$$h_n = \sqrt[\alpha_1]{\alpha_2} \cdot \int_0^n g_m\ ,\ n \geq 1, \tag{113}$$

$$y_n = \int_n^0 h_k\ , n \geq 3, \tag{114}$$

ifadələrinin köməyi ilə verilmiş olur.

Əgər (110) tənliyinə $n=\overline{0;N-3}$ qiymətləri üçün

$$y_1^{\{I\}} = \alpha\,,\ \left(y_0^{\{I\}}\right)^{[I]} = \beta\,,\ y_N = \gamma\,, \tag{115}$$

sərhəd şərtləri daxilində baxılarsa, bu sərhəd məsələsinin həllinin analitik ifadəsi

$$g_n = \beta + \int_0^n f_k\ , \tag{116}$$

$$h_n = \alpha \cdot \int_0^n g_m\ , \tag{117}$$

və

$$y_n = \log_{h_n} \log_{h_{n+1}} \cdots \log_{h_{N-2}} \log_{h_{N-1}} \gamma\,, \tag{118}$$

-ların köməyi ilə verilmiş olur.

Beləliklə, alırıq:

Teorem 11. Əgər f_n, $n \geq 0$ olduqda verilmiş müsbət həlli ardıcıllıq, başlanğıc və sərhəd şərlərinin verilənləri müsbət ədədlərdirsə, onda Koşi məsələsinin həlli (112)-(114), sərhəd məsələsinin həlli isə (116)-(118) ifadələrinin köməyi ilə verilmiş olurlar.

NƏTİCƏ

Aşağıda dissertasiya işindəki tədqiqatlardan əldə edilən nəticələr və ümumiləşdirmələr verilmişdir.

Giriş, üç fəsil, nəticə və ədəbiyyat siyahısından dan ibarət olan "Diskret additiv, multiplikativ və poverativ törəmə anlayışları və diskret törəməli diferensial tənliklər üçün Koşi və sərhəd məsələlərinin həllinə tətbiqləri" mövzulu dissertasiya işində üçüncü tərtibə qədər diskret törəməli tənliklər üçün Koşi və sərhəd məsələlərinin həllinin araşdırılmasından bəhs edilmişdir.

Giriş, kəsilməz halda additiv, multiplikativ və poverativ törəmələr və inteqrallar haqqında məlumatlarla başlayır. Additiv inteqral çox qədimlərdən məlum olduğu halda, additiv törəmə İ.Nyuton, Q.Leybnitsin vaxtında meydana gəlmişdir. Multiplkativ törəmə və inteqral 70-80 il bundan əvvəl yaradılmasına baxmayaraq, bu cür tənliklər üçün məsələlərə axır zamanlar baxılmağa başlanılmışdır. Poverotiv törəmə və inteqral isə bizim tərəfimizdən baxılmağa başlanılmışdır. Bunun üçün yeddi cəbri əməllər kifayət etmədiyindən yeni düz və tərs əməl təyin edilmişdir. Belə ki, kəsilməz halda hər törəmə iki ardıcıl tərs əməl vasitəsi ilə, hər inteqral isə iki ardıcıl düz əməl vasitəsi ilə verildiyi halda diskret törəmə yalnız bir tərs əməl, diskret inteqal isə bir düz əməl vasitəsi ilə verilir. Ona görə də diskret törəmə və inteqralın verilməsi üçün yeni əməl lazım gəlmir. Yəni bildiyimiz yeddi cəbri əməl diskret törəmə və inteqralın verilməsi üçün kifayətdir. Dissertasiya işinin birinci fəslində yalnız poverativ törəmələr (birinci, ikinci və üçüncü tərtib) tənliklər üçün Koşi və sərhəd məsələlərinin baxılmış və onların həlli üçün analitik ifadələr alınmışdır.

İkinci fəsildə ikinci tərtib müxtəlif diskret törəməli tənliklər üçün Koşi və sərhəd məsələlərinə baxılmış və onların həlli üçün də analitik ifadələr alınmışdır.

Nəhayət üçüncü fəsil üç muxtəlif diskret törəməli tənliklər üçün Koşi və sərhəd məsələlərinə baxılmış və onların həlli üçün də analitik ifadələr alınmışdır.

Qeyd edək ki, bu istiqamətdə baxılan iş əvvəlinci alınmış nəticələrdir.

Məsələlərin araşdırma üsulu eynidir. Belə ki, əvvəlcə baxılan diskret törəməli tənliyin ümumi həlli (tərtib qədər ixtiyari sabitdən asılı olan həlli) təyin edilir. Bu tənliklər çox mürəkkəb qeyri xətti fərqlərlə tənliklərdir. Ümumi həllə daxil olan ixtiyari sabitlər isə ya başlanğıc və ya sərhəd şərtlərindən təyin olunurlar. Bununla da baxılan məsələlərin həlli üçün analitik ifadələr alınır.

Qeyd edək ki, nəinki işdə alınan nəticələr hətta məsələlərin qoyuluşu da yenidir. Yuxarıda söylədiyimiz kimi bu məsələləri açıq şəkildə yazdıqda nə qədər mürəkkəb fərqlərlə tənliklər üçün qeyri-xətti şərtlər daxilində baxıldığı görünür.

İş nəzəri xarakter daşımasına baxmayaraq, ondan təqribi həll üçün də istifadə edilə bilər.

Dissertasiyanın əsas müddəaları müəllifin aşağıdakı əsərlərində əks olunmuşdur:

1. Diskret yeni törəmənin xassələri // "Müasirləşən Azərbaycan: Yeni yüksəliş mərhələsi" mövzusunda keçirilən gənc tədqiqatçıların Respublika Elmi Konfransının Materialları, – Lənkəran, – 2017. – s. 29-30.
2. İkinci tərtib diskret poverativ törəməli tənlik üçün məsələlərin həlli // – Lənkəran: Lənkəran Dövlət Universitetinin Elmi Xəbərləri, Təbiət elmləri – 2018. №1, – s. 55-58.
3. Solution of Cauchy and boundary problems for the third compilation discrete additive-multiplicative-powerative derivative equation // – Ukraina, Vestnik Київського Національного Університету Імені Тараса Шевченка, Серія Фізико-Математичні Науки, – 2018. №1, pp. 50-54.
4. Diskret poverativo-multiplikativ törəməli tənlik üçün məsələlər // – Bakı, Azərbaycan Texniki Universiteti, Texnika Elmləri, Elmi əsərlər, – 2018. №2. – s. 90-94.
5. On a solution of the Cauchy problem for the discrete equation with powerative-multiplicative-additive derivatives // XXXI İnternational Conference Problems of Decision Making Under Uncertainties (PDMU-2018) Abstracts, – Republic of Azerbaijan, – Lankaran, – 03-07 July, – 2018. – pp 16-17.

6. Solution of Cauchy problem for third discrete derivative additive-multiplicativo-poverativo derivative equation // XXXII International Conference Problems of Decision Making Under Uncertainties (PDMU-2018), – Czech Republic, – Pragua, –24 august– 01 september, – 2018. – pp.84-86.

7. İkinci tərtib diskret multiplikativo-poverativ törəməli tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələlərinin həlli // Bakı Mühəndislik Universiteti, "I Beynəlxalq Elm və Texnologiya" adlı elmi-praktiki Konfransı, – Bakı, – 2018. – s. 91-93

8. İkinci tərtib diskret multiplikativo-poverativ törəməli tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələsinin həlli // "İnteqrasiya mühitində Azərbaycan elminin qarşısında duran vəzifələr" mövzusunda Respublika Elmi Konfransının materialları, – Lənkəran, Lənkəran Dövlət Universiteti, – 23-24 dekabr, – 2018. – s. 24-25.

9. Yeni birinci tərtib diskret poverativ törəməli tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələlərinin həlli // – Lənkəran Dövlət Universiteti, Elmi Xəbərlər, Təbiət bölməsi, – 2018. №2. s. 46-50.

10. Birinci tərtib diskret poverativ törəməli tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələlərinin həlli // Professor Nihan Əliyevin 80 illik yubileyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat elminin inkişafının yeni mərhələsi" mövzusunda Universitet elmi Konfransının Materialları, – Lənkəran, – 2019. – s. 61-63.

11. İkinci tərtib diskret poverativo-additiv törəməli tənlik üçün Koşi məsələsinin həlli // Tədris prosesində elmi innovasiyalarin tətbiqi yolları mövzusunda Ümummilli Lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş Respublika elmi-praktik konfransı, – Lənkəran, – 7-8 may, – 2019. – s. 59-60.

12. Diskret poverativo-additivo-multiplikativ törəməli diferensial tənlik üçün Koşi məsələsinin həllinin araşdırılması // Böyük Azərbaycan şairi İmadəddin Nəsiminin 650 illik yubileyinə həsr olunmuş "Doktorant və Gənc tədqiqatçıların XXIII Respublika Elmi Konfransı, – Bakı, – Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti, – 2019. I cild. – s. 33-35.

13. Study of the boundary problem for the third discrete multiplicative-additive-poverative derivative equation // International

euroasia Congress on Scientific Researches and Recent Trends-V, The Book of Full Texts, Volume-III, – Baku Azerbaijan, – Hazar University, – 2019. – pp. 97-105

14. Üçüncü tərtib diskret poverativo-multiplikativo-additivo törəməli diferensial tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələlərinin həlli // – Lənkəran, Lənkəran Dövlət Universiteti, Elmi xəbərlər. Riyaziyyat və təbiət elmləri, 2019. № 2. – s. 79-84

15. Solution of Couchy and boundary value problems for a discrete powerative derivative cubic equation / – Воронеж, Воронежский государственный университет, Вестник ВГУ. серия: Физика. Математика, – 2020. № 1. – pp. 24-30.

16. Solution of Couchy problem for a discrete powerative derivative cubic equation // XXXV İnternational Conference Problems of Decision Making Under Uncertainties (PDMU-2020), – Azerbaijan, – Baku-Sheki, – 11-15 may, – 2020. – pp. 13-15.

17. III tərtib diskret additivo-poverativo-multiplikativ törəməli tənlik üçün Koşi və sərhəd məsələlərinin həllinin araşdırılması // – Bakı: Bakı Universitetinin Xəbərləri, fizika-riyaziyyat elmləri seriyası – 2021. №2, – s. 53-57.

Dissertasiyanın müdafiəsi **12 aprel 2022-ci il** tarixində saat **11^{00} –da** Bakı Dövlət Universitetində fəaliyyət göstərən FD 2.17 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəhəri, Z.Xəlilov küç., 23.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin elmi kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **11 mart 2022-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 08.02.2022
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 40000
Tiraj: 100