AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

KLASSİK TİPLƏRƏ AİD OLMAYAN SİNQULYAR HƏYƏCANLANMIŞ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN BƏZİ SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLƏRİNİN ASİMPTOTİKALARI

İxtisas: 1211.01-Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Məhbubə Ənvər qızı Kərimova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı-2022

Dissertasiya işi Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin "Ümumi və tətbiqi riyaziyyat" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Mahir Mirzəxan oğlu Səbzəliyev

Rəsmi opponentlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Nizaməddin Şirin oğlu İsgəndərov

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
İlqar Qürbət oğlu Məmmədov

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Şirmayıl Həsən oglu Bağırov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyası, Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri: AMEA-nın müxbir üzvü, f.-r.e.d.,prof.
Misir Cumail oğlu Mərdanov

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.-r.e.n.
Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev

Elmi seminarın sədri: AMEA-nın akademiki, f.-r.e.d., prof.
Yusif Əbülfət oğlu Məmmədov

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Bir fiziki xarakteristikasından digərlərinə keçidləri hamar olmayan real proseslərin əksəriyyəti yüksək tərtibli törəmələrinin qarşısında kiçik müsbət parametr olan diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin tədqiqinə gətirilir. Belə məsələlərə sinqulyar həyəcanlanmış məsələlər deyilir. Bu sahədə ilk tədqiqatlardan biri A.N.Tixonovun [1][1] işi hesab olunur. Sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənliklərin həllərinin kiçik parametrdən asılılıqlarını tədqiq etmək üçün M.İ.Vişik, L.A.Lyüsternik, A.B.Vasilyeva, V.F.Butuzov, A.M.İlin və başqaları tərəfindən müxtəlif asimptotik metodlar işlənmişdir. XX əsrin 60-cı illərində M.İ.Vişik, L.A.Lyüsternik tərəfindən işlənmiş və məzmunu [2][2], [3][3] məqalələrində əks olunmuş asimptotik metod öz tətbiq dairəsinin genişliyi və dəqiq riyazi əsaslandırılması nöqteyi-nəzərindən mövcud olan bütün asimptotik metodlardan üstündür.

M.İ.Vişik və L.A.Lyüsternikin bir işi, M.M.Səbzəliyevin və İ.M.Səbzəliyevanın bəzi işləri müstəsna olmaqla xüsusi törəməli sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənliklər üçün aparılmış tədqiqatların hamısı klassik tiplərdən birinə aid olan diferensial tənliklərə aiddir. Lakin bir sıra tətbiqi məsələlərin riyazi modelləri klassik tiplərin heç birinə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənliklər ilə təsvir olunurlar. Ona görə də klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənliklər üçün qoyulmuş sərhəd məsələlərinin öyrənilməsi həm nəzəri, həm də

[1] Тихонов А.Н. О зависимости решений дифференциальных уравнений от малого параметра // Математический сборник, - Москва:-1948, №2, вып.22(64), -с.193-204.

[2] Вишик М.И., Люстерник Л.А. Регулярное вырождение и пограничный слой для линейных дифференциальных уравнений смалым параметром // Успехи математических наук, -Москва:-1957, вып.5(77), т.12, -с.3-122

[3] Вишик М.И., Люстерник Л.А. Решение некоторых задач о возмущении в случае матриц и самосопряженных и несамосопряженных дифференциальных уравнений // Успехи математических наук, - Москва:-1960, вып.3(93), -с.3-80.

tətbiqi nöqteyi-nəzərdən böyük əhəmiyyət kəsb edir. M.M.Səbzəliyev və İ.M.Səbzəliyevanın [4][4] monoqrafiyasında klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənliklər üçün qoyulmuş sərhəd məsələlərinin həllərinin kiçik parametrdən asılılıqlarını öyrənmək üçün ümumi yanaşma metodları işlənmişdir.

Bu dissertasiya işində iki tərtibli xətti parabolik tənliyə cırlaşan üç tərtibli klassik tiplərə aid olmayan diferensial tənlik üçün məhdud və qeyri-məhdud oblastlarda qoyulmuş sərhəd məsələlərinin həllərinin tam asimptotikaları qurulmuşdur. Dissertasiyada həmçinin kvazixətti hiperbolik tənliyə cırlaşan klassik tiplərə aid olmayan üç tərtibli diferensial tənlik üçün qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin tam asimptotikası qurulmuş, verilənlər üzərinə qoyulan minimal şərtlər ilə daxili zolaq tipli funksiyalardan istifadə etməklə, həllin asimptotik ayrılışının ilk hədləri qurulmuş və sonsuz yarımzolaqda həmin tənlik üçün qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin tam asimptotikası qurulmuşdur.

Tədqiqatın obyekti və predmeti. Tədqiqat obyekti və predmeti ikitərtibli parabolik tənliyə cırlaşan, klassik tiplərə aid olmayan üç tərtibli xətti diferensial tənlik və bir tərtibli xüsusi törəməli diferensial tənliyə cırlaşan, klassik tiplərə aid olmayan üç tərtibli kvazixətti və xətti diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələləridir.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Xətti parabolik tənliyə və ya kvazixətti hiperbolik tənliyə cırlaşan üç tərtibli klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənliklər üçün məhdud və qeyri-məhdud oblastlarda qoyulmuş bəzi sərhəd məsələlərinin həllərinin kiçik parametrə nəzərən asimptotik ayrılışlarını qurmaq.

Tədqiqatın metodları. İşdə diferensial tənliklər nəzəriyyəsi, sıralar nəzəriyyəsinin metodlarından və “Vişik-Lyüsternik metodu”n-dan istifadə edilmişdir.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar. İşdə aşağıdakı müddəalar müdafiəyə çıxarılır:

[4] Səbzəliyev M.M., Səbzəliyeva İ.M. Klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənliklər nəzəriyyəsinə giriş. Monoqrafiya./ -Bakı: Elm nəşriyyatı, -2018, -200 s.

- İki tərtibli xətti parabolik tənliyə cırlaşan üç tərtibli klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənlik üçün düzbucaqlı oblastda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrə nəzərən tam asimptotikasının qurulması və alınan qalıq həddinin qiymətləndirilməsi.
- İki tərtibli xətti parabolik tənliyə cırlaşan üç tərtibli klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənlik üçün sonsuz yarımzolaqda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrə nəzərən tam asimptotikasının qurulması və alınan qalıq həddinin qiymətləndirilməsi.
- İki tərtibli xətti parabolik tənliyə cırlaşan üç tərtibli klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənlik üçün sonsuz zolaqda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrə nəzərən tam asimptotikasının qurulması və alınan qalıq həddinin qiymətləndirilməsi.
- Kvazixətti hiperbolik tənliyə cırlaşan üç tərtibli klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənlik üçün düzbucaqlı oblastda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrə nəzərən tam asimptotikasının qurulması və alınan qalıq həddinin qiymətləndirilməsi.
- Kvazixətti hiperbolik tənliyə cırlaşan üç tərtibli klassik tiplərə aid olmayan diferensial tənlik üçün düzbucaqlı oblastda qoyulmuş bisinqulyar sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrə nəzərən asimptotik ayrılışının ilk hədlərinin daxili zolaq tipli funksiyalar ilə qurulması və alınan qalıq həddinin qiymətləndirilməsi.
- Xətti hiperbolik tənliyə cırlaşan üç tərtibli klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənlik üçün sonsuz yarımzolaqda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrə nəzərən tam asimptotikasının qurulması və alınan qalıq həddinin qiymətləndirilməsi.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiyada alınan əsas elmi yeniliklər aşağıdakılardır:

- İki tərtibli xətti parabolik tənliyə cırlaşan klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənlik üçün düzbucaqlı oblastda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrin istənilən müsbət üstlü dərəcəsinə nəzərən dəqiqliklə asimptotik ayrılışı qurulmuş və alınan qalıq həddi qiymətləndirilmişdir.

- İki tərtibli xətti parabolik tənliyə cırlaşan üç tərtibli klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənlik üçün sonsuz yarımzolaqda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrin istənilən müsbət üstlü dərəcəsinə nəzərən dəqiqliklə asimptotik ayrılışı qurulmuş və alınan qalıq həddi qiymətləndirilmişdir.
- İki tərtibli xətti parabolik tənliyə cırlaşan üç tərtibli klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənlik üçün sonsuz zolaqda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrin istənilən müsbət üstlü dərəcəsinə nəzərən dəqiqliklə asimptotik ayrılışı qurulmuş və alınan qalıq həddi qiymətləndirilmişdir.
- Kvazixətti hiperbolik tənliyə cırlaşan üç tərtibli klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənlik üçün düzbucaqlı oblastda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrin istənilən müsbət üstlü dərəcəsinə nəzərən dəqiqliklə asimptotik ayrılışı qurulmuş və alınan qalıq həddi qiymətləndirilmişdir.
- Kvazixətti hiperbolik tənliyə cırlaşan üç tərtibli klassik tiplərə aid olmayan diferensial tənlik üçün bisinqulyar sərhəd məsələsi üçün düzbucaqlı oblastda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrə nəzərən asimptotik ayrılışının ilk hədləri daxili zolaq tipli funksiyalar ilə qurulmuş və alınan qalıq həddi qiymətləndirilmişdir.
- Xətti hiperbolik tənliyə cırlaşan üç tərtibli klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənlik üçün sonsuz yarımzolaqda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrin istənilən müsbət üstlü dərəcəsinə nəzərən dəqiqliklə asimptotik ayrılışı qurulmuş və alınan qalıq həddi qiymətləndirilmişdir.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya nəzəri xarakter daşıyır. Bu işdə alınmış nəticələr klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənliklər nəzəriyyəsini zənginləşdirməklə, böyük nəzəri əhəmiyyətə malikdirlər və bir çox praktiki məsələlərdə effektiv olaraq tətbiq oluna bilərlər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyada alınan nəticələr aşağıda göstərilən Beynəlxalq və Respublika konfranslarında məruzə edilmişdir: Akademik A.X.Mirzəcanzadənin 85-illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Konfransda (Bakı, 2013); Azərbaycan-Türkiyə-

Ukrayna Beynəlxalq konfransında, MADEA7 (Bakı- 2015); Qeyri-Harmonik Analiz və Diferensial Operatorlar Beynəlxalq konfransında (Bakı-2016); Doktorantların və gənc tədqiqatçıların XX Respublika Elmi konfransında (Bakı-2016); Sumqayıt Dövlət Universiteti və AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun keçirdiyi SDU-nun 55 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı-2017); Akademik Akif Hacıyevin 80 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı-2017); Rusiya EA-nın müxbir üzvü L.D.Kudryavtsevin 95-illik yubileyinə həsr olunmuş 5-ci Beynəlxalq konfransda (Moskva-2018); Akademik A.X.Mirzəcanzadənin 90-illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı-2018); Bakı Biznes Universitetində Heydər Əliyevin anadan olmasının 95-ci ildönümünə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı-2018); Bakı Biznes Universitetində Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı-2019), Sənaye tətbiqlərində idarəetmə və optimizasiya üzrə7-ci Beynəlxalq konfransda, COİA 2020 (Bakı-2020).

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiyanın əsas nəticələri 19 elmi işdə çap olunmuşdur. Bu işlərin siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti "Ümumi və tətbiqi riyaziyyat" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işinin ümumi həcmi- 239808 işarə (titul səhifəsi- 369 işarə, məzmunu- 184000 işarə, giriş- 53350 işarə, birinci fəsil- 92000 işarə, ikinci fəsil- 92000 işarə, nəticə- 2458 işarə). İstifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısı 122 addadır.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya giriş, iki fəsil, nəticə və istifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Hər fəsil üç paraqrafdan ibarətdir.

Girişdə mövzunun aktuallığı, dissertasiya mövzusu ilə əlaqədar olan nəticələrin qısa xülasəsi və dissertasiyada alınan əsas nəticələr verilmişdir. Dissertasiyada alınan əsas nəticələrin şərhinə keçək.

Birinci fəsildə iki tərtibli xətti parabolik tənliyə cırlaşan, klassik tiplərə aid olmayan üç tərtibli xüsusi törəməli diferensial tənlik üçün düzbucaqlı oblastda, sonsuz yarımzolaqda və sonsuz zolaqda qoyulmuş sərhəd məsələlərinin həllərinin kiçik parametrə nəzərən tam asimptotikaları qurulur və alınan qalıq hədləri qiymətləndirilir.

1.1 paraqrafında $D=\{(t,x)|0\le t\le T,\, 0\le x\le 1\}$ düzbucaqlı oblastında aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır:

$$L_\varepsilon u\equiv \varepsilon^2\frac{\partial}{\partial t}(\Delta u)-\varepsilon\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+au=f(t,x), \qquad (1)$$

$$u\big|_{t=0}=u\big|_{t=T}=0,\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=T}=0,\quad (0\le x\le 1), \qquad (2)$$

$$u\big|_{x=0}=u\big|_{x=1}=0,\quad (0\le t\le T). \qquad (3)$$

Burada $\varepsilon>0-$ kiçik parametr, $\Delta\equiv\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}$, $a>0-$ sabit, $f(t,x)$ - verilmiş funksiyadır.

Məqsəd (1)-(3) sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrə nəzərən asimptotikasını qurmaqdır. Bunun üçün iterasiya prosesləri aparılmışdır.

Birinci iterasiya prosesində (1) diferensial tənliyinin təqribi həlli $W=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i$ şəklində axtarılır. Naməlum $W_i(t,x);\ i=0,1,\ldots,n$ funksiyaları üçün aşağıdakı sərhəd məsələləri alınır:

$$\frac{\partial W_0}{\partial t}-\frac{\partial^2 W_0}{\partial x^2}+aW_0=f(t,x),\quad W_0\big|_{t=0}=0,\quad W_0\big|_{x=0}=W_0\big|_{x=1}=0, \qquad (4)$$

$$\frac{\partial W_i}{\partial t}-\frac{\partial^2 W_i}{\partial x^2}+aW_i = f_i(t,x);\ W_i\big|_{t=0}=0,\ \ W_i\big|_{x=0}=W_i\big|_{x=1}=0. \quad (5)$$

Buradakı $f_i(t,x)$ funksiyaları $W_0,W_1,...,W_{i-1};\ i=1,2,\ldots,n$ funksiyalarından asılı olan məlum funksiyalardır.

(4), (5) sərhəd məsələlərindən $W_0,W_1,...,W_n$ funksiyalarını təyin etmək üçün aşağıdakı təklif isbat edilmişdir.

Lemma 1. Fərz edək ki, $f(t,x)$ funksiyası $C^{p-1,2p+2}(D)$ fəzasına daxildir və aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$\frac{\partial^{2s} f(t,0)}{\partial x^{2s}}=\frac{\partial^{2s} f(t,1)}{\partial x^{2s}}=0;\quad s=0,1,\ldots,p.$$

Onda (4) sərhəd məsələsinin həlli $C^{p,2p}(D)$ fəzasına daxildir və bu həll

$$\frac{\partial^{i_1+2i_2}W_0(t,0)}{\partial t^{i_1}\partial x^{2i_2}}=\frac{\partial^{i_1+2i_2}W_0(t,1)}{\partial t^{i_1}\partial x^{2i_2}}=0;\quad i_1+i_2\le p$$

şərtlərini ödəyir (p-ixtiyari natural ədəddir).

p=n+3 götürdükdə (5) sərhəd məsələlərindən $W_1,W_2,...,W_n$ funksiyaları da təyin olunurlar. Birinci iterasiya prosesində qurulmuş $W=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i$ funksiyası

$$W\big|_{t=0}=0,\ \ W\big|_{x=0}=W\big|_{x=1}=0 \quad (6)$$

sərhəd şərtlərini ödəyir. Lakin bu funksiya (2)-də $t=T$ üzərində olan sərhəd şərtlərini ödəməyə bilər. İtən bu sərhəd şərtlərinin ödənilməsini təmin etmək məqsədi ilə ikinci iterasiya prosesi aparılaraq D oblastının $t=T$ sərhəddi yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalar qurulur.

İkinci iterasiya prosesini aparmaq üçün əvvəlcə $t=T$ sərhəddi yaxınlığında $T-t=\varepsilon\tau,\ x=x$ əvəzləməsi aparılaraq L_ε operatorunun kiçik parametrin qüvvətlərinə nəzərən yeni $L_{\varepsilon,1}$ ayrılışı yazılır. $t=T$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiya $V=\sum_{j=0}^{n+1}\varepsilon^j V_j$ şəklində $L_{\varepsilon,1}V=0$ tənliyinin təqribi həlli kimi axtarılır. Nəticədə naməlum $V_j(\tau,x);\ j=0,1,...,n+1$ funksiyalarını təyin etmək üçün aşağıdakı adi diferensial tənliklər alınır:

$$\frac{\partial^3 V_0}{\partial\tau^3}+\frac{\partial^2 V_0}{\partial\tau^2}+\frac{\partial V_0}{\partial\tau}=0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial^3 V_j}{\partial\tau^3}+\frac{\partial^2 V_j}{\partial\tau^2}+\frac{\partial V_j}{\partial\tau}=h_j. \tag{8}$$

Buradakı h_j funksiyaları $V_0, V_1,...,V_{j-1};\ j=1,2,...,n+1$ funksiyalarından asılı məlum funksiyalardır. (7), (8) diferensial tənlikləri üçün sərhəd şərtləri

$$\left(W+V\right)\Big|_{t=T}=0, \qquad \frac{\partial}{\partial t}\left(W+V\right)\Big|_{t=T}=0 \tag{9}$$

bərabərliklərindən tapılır və aşağıdakı şəkildədirlər:

$$V_0\Big|_{\tau=0}=-W_0(T,x), \quad \frac{\partial V_0}{\partial\tau}\Big|_{\tau=0}=0\,; \tag{10}$$

$$V_i\Big|_{\tau=0}=-W_i(T,x)\,;\ \ i=1,2,\ldots,n;\ \ V_{n+1}\Big|_{\tau=0}=0;$$

$$\frac{\partial V_j}{\partial\tau}\Big|_{\tau=0}=\frac{\partial W_{j-1}}{\partial t}\Big|_{t=T};\ \ j=1,2,\ldots,n+1. \tag{11}$$

(7), (10) sərhəd məsələsinin sərhəd zolaq tipli həlli

$$V_0(\tau,x)=\frac{W_0(T,x)}{\lambda_1-\lambda_2}\left(\lambda_2 e^{\lambda_1\tau}-\lambda_1 e^{\lambda_2\tau}\right) \tag{12}$$

düsturu ilə təyin edilir. Burada $\lambda_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$ olub, (7) adi diferensial tənliyinə uyğun xarakteristik tənliyin həqiqi hissəsi mənfi olan kökləridir. (8), (11) məsələlərinin sərhəd zolaq tipli həllərinin təyin edilməsi üçün aşağıdakı təklif isbat edilmişdir.

Lemma 2. (8) diferensial tənliklərinin (11)-dəki uyğun sərhəd şərtlərini ödəyən sərhəd zolaq tipli həlləri

$$V_j(\tau,x)=\sum_{k=0}^{j}\left\{\left[b_{jk}^{(1)}(x)\tau^k\right]e^{\lambda_1\tau}+\left[b_{jk}^{(2)}(x)\tau^k\right]e^{\lambda_2\tau}\right\};\ j=1,2,\ldots,n+1 \tag{13}$$

düsturları ilə təyin edilirlər. Buradakı $b_{js}^{(k)}(x)$; $k=1,2$; $s=1,2,...,j$ funksiyaları $W_0(T,x), W_1(T,x),...,W_j(T,x)$ funksiyalarının, onların t-yə nəzərən birinci tərtib törəmələrinin və x-ə nəzərən yalnız cüt tərtibli törəmələrinin qiymətləri ilə ifadə olunan məlum funksiyalardır.

Qurulan bütün V_j funksiyalarını hamarlayıcı funksiyalara vuraraq, alınan yeni funksiyalar üçün əvvəlki V_j; $j=0,1,...,n+1$ işarələri saxlanılır. Buradan, (12)-dən, lemma 2-dən və (6)-dan alınır ki, qurulan $W+V$ cəmi (9)-dan əlavə aşağıdakı sərhəd şərtlərini də ödəyir:

$$(W+V)\big|_{t=0}=0, \qquad (W+V)\big|_{x=0}=(W+V)\big|_{x=1}=0.$$

1.1 paraqrafında alınan nəticələr aşağıdakı teorem şəklində ifadə olunmuşdur.

Teorem 1. Fərz edək ki, $p=n+3$ olduqda Lemma 1-in şərtləri ödənilir. Onda (1)-(3) sərhəd məsələsinin həlli üçün

$$u=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i+\sum_{j=0}^{n+1}\varepsilon^j V_j+\varepsilon^{n+1}z \tag{14}$$

asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada W_i - funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, V_j- funksiyaları $t=T$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalar olub, ikinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, $\varepsilon^{n+1}z-$ qalıq həddidir və z funksiyası üçün

$$\varepsilon^2\left\|\frac{\partial z}{\partial t}\bigg|_{t=0}\right\|^2_{L_2(0,1)}+\varepsilon\left\|\frac{\partial z}{\partial t}\right\|^2_{L_2(D)}+\left\|\frac{\partial z}{\partial x}\right\|^2_{L_2(D)}+C_1\|z\|^2_{L_2(D)}\le C_2$$

qiymətləndirməsi doğrudur, $C_1>0, C_2>0-$sabitləri ε-dan asılı deyillər.

Bu paraqrafda alınan nəticələr müəllifin [1], [3] işlərində çap olunmuşdur.

1.2 paraqrafında $P_+=\{(t,x)|0\le t\le 1,\ 0\le x<+\infty\}$ sonsuz yarımzolağında (1) diferensial tənliyi üçün

$$u\big|_{t=0} = u\big|_{t=1} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}\bigg|_{t=1} = 0, \ \ (0 \le x < +\infty), \tag{15}$$

$$u\big|_{x=0} = 0, \ \lim_{x\to+\infty} u = 0, \ \ (0 \le t \le 1) \tag{16}$$

sərhəd şərtləri verilir. Bu paraqrafda da (1), (15), (16) sərhəd məsələsinin həllinin asimptotik ayrılışı (14) şəklində axtarılır. Lakin burada naməlum $W_i(t,x);\ i = 0,1,...,n$ funksiyaları üçün aşağıdakı sərhəd şərtləri alınır:

$$W_i\big|_{t=0} = 0,\ W_i\big|_{x=0} = 0,\ \lim_{x\to+\infty} W_i = 0; i = 0,1,..., n. \tag{17}$$

Cırlaşmış sərhəd məsələsinə dair aşağıdakı təklif isbat olunur.

Lemma 3. Fərz edək ki, $f(t,x)$ funksiyası P_+ -da t-yə nəzərən $n+3$, x-ə nəzərən $n+2$ tərtib kəsilməyən törəmələrə malikdir

$$\left|\frac{\partial^k f(t,x)}{\partial t^{k_1}\partial x^{k_2}}\right| \le c_1 \exp(-c_2 x); \quad c_1 > 0,\ c_2 > 0; \ \ k = k_1 + k_2;$$

$$k_1 = 0,1,\ldots,n+3; \quad k_2 = 0,1,\ldots,n+2$$

şərtini ödəyir. Onda cırlaşmış sərhəd məsələsinin yeganə həlli vardır və bu həll

$$\left|\frac{\partial^k W_0(t,x)}{\partial t^{k_1}\partial x^{k_2}}\right| \le c_3 \exp(-c_2 x);\ c_3 > 0,\ \ k = k_1 + k_2;$$

$$k_1 = 0,1,\ldots,n+4; \quad k_2 = 0,1,\ldots,n+2 \tag{18}$$

şərtini ödəyir.

$W_1, W_2, \ldots, W_n$ funksiyaları da Lemma 3-ə əsasən təyin edilirlər.

$W = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i W_i$ funksiyası

$$W\big|_{t=0} = 0,\ W\big|_{x=0} = 0, \quad \lim_{x\to+\infty} W = 0 \tag{19}$$

sərhəd şərtlərini ödəyir. Lakin W funksiyası (15) –də $t=1$ üzərində olan sərhəd şərtlərini ödəməyə bilər. Itən bu sərhəd şərtlərinin ödənilməsini təmin etmək məqsədi ilə $t=1$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalar qurulur. $t=1$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyaların qurulması 1.1 paraqrafında $t=T$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyaların qurulmasına oxşar şəkildə aparılır.

V_j funksiyalarının təyin olunduqları düsturlara əsasən alınır ki, ikinci iterasiya prosesində qurulan $V=\sum_{j=0}^{n+1}\varepsilon^j V_j$ aşağıdakı sərhəd şərtlərini ödəyir:

$$V\big|_{x=0}=0,\quad \lim_{x\to+\infty}V=0,\quad (0\le\tau<+\infty). \tag{20}$$

1.2 paraqrafında alınan nəticələr aşağıdakı teorem şəklində ifadə edilmişdir.

Teorem 2. Fərz edək ki, $f(t,x)$ funksiyası lemma 3-ün şərtlərini ödəyir. Onda (1), (15), (16) sərhəd məsələsinin həlli üçün (14) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada W_i-funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, V_j- funksiyaları $t=1$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalardır, $\varepsilon^{n+1}z-$ qalıq həddidir və z funksiyası üçün

$$\varepsilon^2\left\|\frac{\partial z}{\partial t}\bigg|_{t=0}\right\|^2_{L_2(0,+\infty)}+\varepsilon\left\|\frac{\partial z}{\partial t}\right\|^2_{L_2(P_+)}+\left\|\frac{\partial z}{\partial x}\right\|^2_{L_2(P_+)}+C_1\|z\|^2_{L_2(P_+)}\le C_2$$

qiymətləndirməsi doğrudur, $c_1>0,\ c_2>0$ sabitləri ε -dan asılı deyillər.

1.2 paraqrafında alınan nəticələr müəllifin [4], [5], [6] işlərində çap olumuşdur.

1.3 paraqrafında $P=\{(t,x)\,|\,0\le t\le 1,-\infty<x<+\infty\}$ sonsuz zolağında (1) diferensial tənliyi üçün aşağıdakı sərhəd şərtləri verilir:

$$u\big|_{t=0}=u\big|_{t=1}=0,\quad \frac{\partial u}{\partial t}\bigg|_{t=1}=0,\quad (-\infty<x<+\infty), \tag{21}$$

$$\lim_{|x|\to+\infty}u=0,\ (0\le t\le 1). \tag{22}$$

Bu paraqrafda birinci iterasiya prosesində qurulan $W_i;\ i=0,1,...,n$ funksiyaları üçün aşağıdakı sərhəd məsələləri alınır:

$$\frac{\partial W_0}{\partial t}-\frac{\partial^2 W_0}{\partial x^2}+aW_0=f(t,x),\ W_0\big|_{t=0}=0,\ \lim_{|x|\to+\infty}W_0=0. \tag{23}$$

$$\frac{\partial W_i}{\partial t}-\frac{\partial^2 W_i}{\partial x^2}+aW_i=f_i(t,x);\ W_i\big|_{t=0}=0,$$

$$\lim_{|x|\to+\infty} W_i = 0, \quad i = 1,2,\ldots,n. \tag{24}$$

(23) sərhəd məsələsinə aid aşağıdakı təklif isbat edilir.

Lemma 4. Tutaq ki, $f(t,x)$ funksiyası P-də t dəyişəninə nəzərən $n+3$ tərtib kəsilməyən törəmələrə malikdir, x dəyişəninə nəzərən sonsuz diferensiallanandır və aşağıdakı şərti ödəyir:

$$\sup_x \left(1+|x|^l\right)\left|\frac{\partial^k f(t,x)}{\partial t^{k_1}\partial x^{k_2}}\right| = C^{(1)}_{l_{k_1 k_2}} < +\infty.$$

Burada $l-$mənfi olmayan ədəd, $k = k_1 + k_2, k_1 \le n+3, k_2-$ixtiyari mənfi olmayan tam ədəd və $C_{lk_1k_2} = const > 0$. Onda (23) sərhəd məsələsinin yeganə həlli vardır, bu həll P-də *t*-yə nəzərən *n+4* tərtib kəsilməyən törəmələrə malikdir, x dəyişəninə nəzərən sonsuz diferensiallanandır və aşağıdakı şərti ödəyir:

$$\sup_x \left(1+|x|^l\right)\left|\frac{\partial^k W_0(t,x)}{\partial t^{k_1}\partial x^{k_2}}\right| = C^{(2)}_{lk_1k_2} < +\infty. \tag{25}$$

Burada $k_1 \le n+4, \quad C^{(2)}_{lk_1k_2} = const > 0.$

$W_1, W_2, ..., W_n$ funksiyalarının (24) sərhəd məsələlərinin həlli kimi təyin edilməsində də lemma 4-dən istifadə olunur.

Bu qayda ilə qurulmuş $W = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i W_i$ funksiyası aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$W\big|_{t=0} = 0, \quad (-\infty < x < +\infty); \quad \lim_{|x|\to+\infty} W = 0, \quad (0 \le t \le 1). \tag{26}$$

1.2 paraqrafında olduğu kimi burada da *t=1* yaxınlığında sərhəd zolaq tipli elə $V = \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j V_j$ funksiyası qurulur ki, $W+V$ cəmi üçün baxılan sərhəd məsələsindəki sərhəd şərtləri ödənilsin.

1.3 paraqrafında alınan nəticələr aşağıdakı teorem şəklində ifadə olunmuşdur.

Bu paraqrafda alınan nəticələr müəllifin [2], [10] işlərində çap edilmişdir.

Teorem 3. Fərz edək ki, $f(t,x)$ funksiyası lemma 4-ün şərtlərini ödəyir. Onda (1), (21), (22) sərhəd məsələsinin həlli üçün (14) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada $W_i -$ funksiyaları (23), (24) sərhəd məsələlərindən təyin olunurlar, $V_j -$ funksiyaları $t=1$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalar olub, ikinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, $\varepsilon^{n+1}z -$ qalıq həddidir və z funksiyası üçün

$$\varepsilon^2 \left\| \left. \frac{\partial z}{\partial t} \right|_{t=0} \right\|^2_{L_2(-\infty,+\infty)} + \varepsilon \left\| \frac{\partial z}{\partial t} \right\|^2_{L_2(P)} + \left\| \frac{\partial z}{\partial x} \right\|^2_{L_2(P)} + C_1 \|z\|^2_{L_2(P)} \le C_2$$

qiymətləndirməsi doğrudur, $c_1 > 0, c_2 > 0$ sabitləri ε -dan asılı deyillər.

Ikinci fəsildə kvazixətti hiperbolik tənliyə cırlaşan, klassik tiplərə aid olmayan üç tərtibli xüsusi törəməli diferensial tənlik üçün düzbucaqlı oblastda və sonsuz yarımzolaqda sərhəd məsələlərinə baxılmışdır. Bu fəsil də üç paraqrafdan ibarətdir.

2.1 paraqrafında $D = \{(x,y) | 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1\}$ düzbucaqlı oblastında aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır:

$$L_\varepsilon u \equiv \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial x}(\Delta u) - \varepsilon \Delta u + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + F(x,y,u) = 0, \quad (27)$$

$$u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0, \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=1} = 0, \ (0 \le y \le 1), \quad (28)$$

$$u|_{y=0} = u|_{y=1} = 0, \ (0 \le x \le 1). \quad (29)$$

Burada $F(x,y,u)$ verilmiş funksiyadır.

$F(x,y,u)$ funksiyası u dəyişənindən xətti asılı olan halda, daha doğrusu $F(x,y,u) = u - f(x,y)$ olduqda (27)-(29) sərhəd məsələsinin həllinin asimptotik ayrılışının yalnız ilk hədləri $f(x,y)$ funksiyası üzərinə çox ağır şərtlər qoyulmaqla M.İ.Vişik və L.A.Lyüsternik tərəfindən [2][2]-də tapılmışdır. M.H.Cavadov və M.M.Səbzəliyev $f(x,y)$ funksiyası üzərinə qoyulan ağır şərtlərdən imtina edərək, [5][5] işində həmin xətti sərhəd məsələsinin həllinin asimptotik ayrılışının ilk hədlərini qurmuşlar. [5][5] məqaləsində həm də bu xətti tənlik üçün sonsuz zolaqda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin tam asimptotikası qurulmuşdur. Bu paraqrafda isə kvazixətti tənlik üçün düzbucaqlı oblastda qoyulmuş (27)-(29) sərhəd məsələsinin həllinin tam asimptotikası qurulmuşdur.

(27)-(29) sərhəd məsələsinin həllinin asimptotik ayrılışını qurmaq üçün aparılan birinci iterasiya prosesində (27) tənliyinin təqribi həlli $W=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i$ şəklində axtarılaraq naməlum $W_i(x,y)$ funksiyaları üçün aşağıdakı diferensial tənliklər alınmışdır:

$$\frac{\partial W_0}{\partial x}+\frac{\partial W_0}{\partial y}+F(x,y,W_0)=0, \tag{30}$$

$$\frac{\partial W_j}{\partial x}+\frac{\partial W_j}{\partial y}+\frac{\partial F(t,x,W_0)}{\partial W_0}W_j = f_j;\ j=1,2,...,n. \tag{31}$$

Buradakı $f_j(W_0,W_1,...,W_{j-1})-$ilə $W_0,W_1,...,W_{j-1}$ funksiyalarından asılı olan məlum funksiyalar işarə olunmuşlar. (30), (31) diferensial tənliklərinin

$$W_0\big|_{x=0}=0;\ W_0\big|_{y=0}=0, \tag{32}$$

$$W_j\big|_{x=0}=0,\ \ W_j\big|_{y=0}=0; j=1,2,...,n \tag{33}$$

sərhəd şərtlərini ödəyən həlləri axtarılır.

(30), (32) sərhəd məsələsinin həlli birinci koordinat rübünün tənböləni üzərində məxsusiyyətə malikdir. Bu məxsusiyyəti aradan qaldırmaq üçün $F(x,y,u)$ funksiyası u dəyişənindən xətti asılı olduqda $f(x,y)\in C^{2n+3}(D)$ funksiyası üzərinə

$$\frac{\partial^i f(x,y)}{\partial x^{i_1}\partial y^{i_2}}\Big|_{y=x}=0;\ i=i_1+i_2;\ i=0,1,...,2n+3;\ (0\le x\le 1) \tag{34}$$

şərti, $F(x,y,u)\in C^{2n+3}\big(D\times(-\infty,+\infty)\big)$ funksiyası u dəyişənindən xətti asılı olmadıqda

---

[5] Джавадов М.Г., Сабзалиев М.М. Об одной краевой задаче для однохарактеристического уравнения, вырождающегося в однохарактеристическое//ДАН СССР, -Москва:1979, №5,т.247,-с.1041-1046

$$F(x,y,u)\Big|_{y=x}=0;\ \ \frac{\partial^i F(x,y,o)}{\partial x^{i_1}\partial y^{i_2}\partial u^{i_3}}\Big|_{y=x}=0; i=i_1+i_2+i_3;$$
$$i=1,2,...,2n+3;\ (0\le x\le 1) \qquad (35)$$

şərti qoyulur. Bu halda $W_0(x,y)$ funksiyası $C^{2n+3}(D)$ fəzasına daxil olub, aşağıdakı şərti ödəyir:

$$\frac{\partial^i W_0(x,y)}{\partial x^{i_1}\partial y^{i_2}}\Big|_{y=x}=0;\ i=i_1+i_2;\ i=0,1,...,2n+3;\ (0\le x\le 1)\,. \qquad (36)$$

Beləliklə, birinci iterasiya prosesində elə $W=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i W_i$ funksiyası qurulur ki, bu funksiya

$$W\Big|_{x=0}=0,\quad W\Big|_{y=0}=0 \qquad (37)$$

sərhəd şərtlərini ödəyir. *x=1* və *y=1* üzərində itən sərhəd şərtlərinin ödənilməsini təmin etmək üçün sərhəd zolaq tipli funksiyalar qurulur.

x=1 yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiya $V=\sum_{j=0}^{n+1}\varepsilon^j V_j$ şəklində

$$L_{\varepsilon,1}(W+V)-L_{\varepsilon,1}W=O\left(\varepsilon^{n+1}\right) \qquad (38)$$

tənliyinin həlli kimi axtarılır.

$V_j;\ j=0,1,...,n+1$ funksiyalarının *y=0* olduqda da sıfra çevrilərək, $W+V$ cəminin

$$\left(W+V\right)\Big|_{y=0}=0 \qquad (39)$$

şərtini də ödəməsi üçün $F(x,y,u)$ funksiyası u dəyişənindən xətti asılı olduqda

$$\frac{\partial^i f(1,0)}{\partial x^{i_1}\partial y^{i_2}}=0;\ i=i_1+i_2;\ i=0,1,...,2n+3, \qquad (40)$$

xətti asılı olmadıqda

$$\frac{\partial^i F(1,0,0)}{\partial x^{i_1}\partial y^{i_2}\partial u^{i_3}}=0;\ i=i_1+i_2+i_3;\ i=0,1,...,2n+3 \qquad (41)$$

şərtini ödəməsi müəyyən edilmişdir.

y=1 yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiya $\eta = \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j \eta_j$ şəklində

$$L_{\varepsilon,2}(W + V + \eta) - L_{\varepsilon,2}(W + V) = O\left(\varepsilon^{n+1}\right) \qquad (42)$$

tənliyinin həlli kimi qurulur. (42) bərabərliyindən η_j funksiyalarını təyin etmək üçün aşağıdakı diferensial tənliklər alınır:

$$\frac{\partial^2 \eta_s}{\partial t^2} + \frac{\partial \eta_s}{\partial t} = P_s; \; s = 0,1,..., n+1. \qquad (43)$$

Burada $P_0 \equiv 0,\ P_k$ funksiyaları $W_0, W_1,..., W_{k-1};\ V_0, V_1,..., V_{k-1}$, $\eta_0, \eta_1,..., \eta_{k-1}$ $k = 1, 2,..., n+1$ funksiyalarından asılı məlum funksiyalardır.

(43) diferensial tənlikləri üçün sərhəd şərtləri

$$(W + V + \eta)\big|_{y=1} = 0 \qquad (44)$$

bərabərliyindən tapılır. Bütün $W_i(x, y);\ i = 0,1,..., n$ funksiyalarının $x = y$ olduqda sıfra çevrilmələrindən istifadə edilərək alınır ki, η_j funksiyaları

$$\eta_j\big|_{x=1} = 0,\ \frac{\partial \eta_j}{\partial x}\Big|_{x=1} = 0;\ \ j = 0,1,..., n+1$$

şərtlərini ödəyirlər. Buradan alınır ki, $W + V + \eta$ cəmi

$$\left(W + V + \eta\right)\big|_{x=1} = 0,\ \frac{\partial}{\partial x}(W + V + \eta)\big|_{x=1} = 0 \qquad (45)$$

sərhəd şərtlərini də ödəyir.

$F(x, y, u)$ funksiyası u dəyişənindən xətti asılı olduqda

$$\frac{\partial^i f(0,1)}{\partial x^{i_1} \partial y^{i_2}} = 0;\ i = i_1 + i_2;\ i = 0,1,..., 2n+3 \qquad (46)$$

xətti asılı olmadıqda

$$\frac{\partial^i F(0,1,0)}{\partial x^{i_1} \partial y^{i_2} \partial u^{i_3}} = 0;\ i = i_1 + i_2 + i_3;\ i = 0,1,..., 2n+3 \qquad (47)$$

şərtlərini ödədikdə qurulmuş $W + V + \eta$ cəmi

$$(W + V + \eta)\big|_{x=0} = 0$$

şərtini də ödəyir.

(27)-(29) sərhəd məsələsinin dəqiq həlli u ilə qurulmuş $\widetilde{u} = W + V + \eta$ arasındakı fərqi z ilə işarə etdikdə, bu paraqrafda baxılan məsələnin həlli üçün aşağıdakı asimptotik ayrılış alınır:

$$u = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i W_i + \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j V_j + \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j \eta_j + z\,. \tag{48}$$

Burada z-qalıq həddidir. Bu paraqrafda alınan nəticələr aşağıdakı teorem şəklində ifadə edilmişdir.

Teorem 4. Fərz edək ki, $F(x,y,u) \in C^{2n+3}\big(D \times (-\infty,+\infty)\big)$ funksiyası u dəyişənindən xətti asılı olduqda (34), (40), (46) şərtlərini, u dəyişənindən xətti asılı olmadıqda isə (35), (41), (47) şərtlərini və

$$\frac{\partial F(x,y,u)}{\partial u} \geq \alpha^2 > 0; (x,y,u) \in (D \setminus \{(x,y) \in D \mid x = y\}) \times$$
$$\times (-\infty,+\infty) \tag{49}$$

şərtini ödəyir. Onda (27)-(29) sərhəd məsələsinin həlli üçün (48) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada W_i – funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, V_j – funksiyaları $x = 1$ yaxınlığında, η_j -funksiyaları $y = 1$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalar olub, müvafiq iterasiya prosesində təyin olunurlar, z – qalıq həddidir və onun üçün

$$\varepsilon^2 \left\| \frac{\partial z}{\partial x}\Big|_{x=0} \right\|^2_{L_2(0,1)} + \varepsilon \left[\left\| \frac{\partial z}{\partial x} \right\|^2_{L_2(D)} + \left\| \frac{\partial z}{\partial y} \right\|^2_{L_2(D)} \right] + C_1 \|z\|^2_{L_2(D)} \leq C_2 \varepsilon^{2(n+1)}$$

qiymətləndirməsi doğrudur, $C_1 > 0,\ C_2 > 0$ – sabitləri ε – dan asılı deyillər.

2.1 paraqrafında alınan nəticələr müəllifin [7], [8], [9], [13], [16], [17] işlərində çap edilmişdir.

2.2 paraqrafnda da (27)-(29) sərhəd məsələsinə baxılır. Kiçik parametrin $\varepsilon = 0$ qiymətində bu məsələ

$$\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial y} + F(x,y,W) = 0 \tag{50}$$

$$W\big|_{x=0} = 0;\ (0 \leq y \leq 1),\ W\big|_{y=0} = 0;\ (x \leq 0 \leq 1) \tag{51}$$

sərhəd məsələsinə cırlaşır. $W(x,y)$ funksiyasının törəmələri D oblastında $y=x$ xətti üzərində məxsusiyyətə malikdirlər. Əvvəlcə (50), (51) məsələsinin həlli üzərinə D-də $y=x$ xətti yaxınlığında daxili zolaq tipli elə $\eta=\varepsilon\eta_0$ funksiyası tapılıb əlavə edilir ki, alınan $W+\eta$ funksiyasının özü və birinci tərtib törəmələri kəsilməyən olsun. η_0 funksiyası üçün tənlik

$$L_{\varepsilon,1}(W+\eta)-L_{\varepsilon,1}W=O(\varepsilon)$$

bərabərliyindən alınır və aşağıdakı şəkildə olur:

$$\frac{\partial^3\eta_0}{\partial\xi^3}+\frac{\partial^2\eta_0}{\partial\xi^2}=0. \qquad (52)$$

$\xi>0$ olduqda (52) diferensial tənliyinin $\eta_0=\varphi(x_1)(e^{-\xi}-1)$ şəklində olan həlli, $\xi<0$ olduqda isə $\eta_0\equiv 0$ trivial həlli götürülür. Naməlum $\varphi(x_1)$ funksiyası $\frac{\partial}{\partial x}(W+\eta)$ funksiyasının $y=x$ xətti üzərində kəsilməyən funksiya olması tələbindən tapılır. Göstərilir ki, $\varphi(x_1)$ funksiyası bu tələbdən tapıldıqda $\frac{\partial}{\partial y}(W+\eta)$ funksiyası da $y=x$ xətti üzərində kəsilməyən olur.

Sonra $x=1$ yaxınlığında $V=V_0+\varepsilon V_1$ sərhəd zolaq tipli funksiya, daha sonra isə $y=1$ yaxınlığında $\psi=\psi_0+\varepsilon\psi_1$ sərhəd zolaq tipli funksiya qurulur.

(27)-(29) sərhəd məsələsinin həlli üçün birinci yaxınlaşmada aşağıdakı asimptotik ayrılış alınır:

$$u=W+\eta+V+\psi+z\,. \qquad (53)$$

Teorem 5. Fərz edək ki, $F(x,y,u)$ funksiyası $C^3\left(D\times\left(-\infty,+\infty\right)\right)$ fəzasına daxil olub, $F(1,0,u)=0$; $F(0,1,u)=0$ və

$$\frac{\partial F(x,y,u)}{\partial u}\ge\alpha^2>0;\ (x,y,u)\in D\times(-\infty,+\infty)$$

şərtlərini ödəyir. Onda (27)-(29) sərhəd məsələsinin həlli üçün birinci yaxınlaşmada (53) asimptotik ayrılışı doğrudur. Burada $W-$ cırlaşmış məsələnin həlli, $\eta-D$ oblastında $y=x$ xətti yaxınlığında daxili zolaq tipli funksiya, $V, \psi -$funksiyaları uyğun olaraq $x=1$ və $y=1$ yaxınlığında sərhəd zolaq tipli funksiyalar, $z-$isə qalıq həddidir. $z-$qalıq həddi üçün

$$\|z\|_{L_2(D)} \le C\varepsilon, \ \left\|\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{L_2(D)} + \left\|\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{L_2(D)} \le C$$

qiymətləndirmələri doğrudur, $C>0-$sabiti $\varepsilon-$dan asılı deyildir.

2.2 paraqrafında alınan nəticələr müəllifin [14] işində çap edilmişdir.

2.3 paraqrafında $P_+ = \{(x,y) | 0 \le x \le 1, 0 \le y < +\infty\}$ sonsuz yarımzolağında aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır:

$$L_\varepsilon u \equiv \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial x}(\Delta u) - \varepsilon \Delta u + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + u = f(x,y), \tag{54}$$

$$u\big|_{x=0} = u\big|_{x=1} = 0, \ \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=1} = 0, \ (0 \le y < +\infty), \tag{55}$$

$$u\big|_{y=0} = 0, \ \lim_{y \to +\infty} u = 0, \quad (0 \le x \le 1). \tag{56}$$

Birinci iterasiya prosesində (54) diferensial tənliyinin təqribi həlli $W = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i W_i$ şəklində axtarılır. W_i funksiyalarını təyin etmək üçün aşağıdakı təklif isbat olunur.

Lemma 5. Fərz edək ki, $f(x,y)$ funksiyası $C^{2n+3}(P_+)$ fəzasına daxildir, (34) şərtini və P_+ oblastında

$$\left|\frac{\partial^i f(x,y)}{\partial x^{i_1} \partial y^{i_2}}\right| \le c_{i_1,i_2}^{(1)} \exp(-\lambda y); \ i = i_1 + i_2; \ \ i = 0,1,...,2n+3; \ c_{i_1,i_2}^{(1)} > 0, \lambda > 0 \tag{57}$$

şərtini ödəyir. Onda cırlaşmış məsələnin yeganə həlli vardır, bu həll $C^{2n+3}(P_+)$ fəzasına daxildir, (36) şərtini və

$$\left|\frac{\partial^i W_0(x,y)}{\partial x^{i_1} \partial y^{i_2}}\right| \le c_{i_1,i_2}^{(2)} \exp(-\lambda y); \ i = i_1 + i_2; \ \ i = 0,1,...,2n+3; \ c_{i_1,i_2}^{(2)} > 0 \tag{58}$$

şərtini ödəyir.

Nəticədə birinci iterasiya prosesində qurulan $W = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i W_i$ funksiyası aşağıdakı sərhəd şərtlərini ödəyir:

$$W\big|_{x=0} = 0,\ W\big|_{y=0} = 0,\ \lim_{y\to+\infty} W = 0. \qquad (59)$$

$x = 1$ yaxınlığında $V = \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j V_j$ sərhəd zolaq tipli funksiya qurulur.

Teorem 6. Fərz edək ki, $f(x,y) \in C^{2n+3}(P_+)$ və $f(x,y)$ funksiyası üçün (34), (57) və

$$\frac{\partial^k f(1,0)}{\partial x^{k_1} \partial y^{k_2}} = 0; k = k_1 + k_2;\ k = 0,1,...,n$$

şərtləri ödənilir. Onda (54)-(56) sərhəd məsələsinin həllinin kiçik parametrə nəzərən asimptotik ayrılışı

$$u = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i W_i + \sum_{j=0}^{n+1} \varepsilon^j V_j + \varepsilon^{n+1} z$$

şəklindədir. Burada W_i -funksiyaları birinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, V_j -funksiyaları ikinci iterasiya prosesində təyin olunurlar, $\varepsilon^{n+1} z$ -qalıq həddidir və z funksiyası üçün

$$\varepsilon^2 \left\| \frac{\partial z}{\partial x}\bigg|_{x=0} \right\|^2_{L_2(0,+\infty)} + \varepsilon \left[\left\| \frac{\partial z}{\partial x} \right\|^2_{L_2(P_+)} + \left\| \frac{\partial z}{\partial y} \right\|^2_{L_2(P_+)} \right] + c_1 \|z\|^2_{L_2(P_+)} \le c_2$$

qiymətləndirməsi doğrudur, $c_1 > 0, c_2 > 0$ -sabitləri ε-dan asılı deyillər.

2.3 paraqrafında alınan nəticələr müəllifin [11], [12], [15], [18], [19] işlərində çap edilmişdir.

Sonda məsələlərin qoyuluşuna və işə dair dəyərli məsləhətlərinə görə elmi rəhbərim professor M.M.Səbzəliyevə dərin minnətdarlığımı bildirirəm.

Dissertasiyanın mövzusuna dair dərc olunmuş elmi işlərin siyahısı:

1. Сабзалиев, М.М., Керимова, М.Е. Асимптотика решения краевой задачи в прямоугольнике для однохарактеристического дифференциального уравнения, вырождающегося в параболическое уравнение // Материалы Международной научной конференции, посвящ. 85-летнему юбилею академика А.Х.Мирзаджанзаде, -Баку: - 21-22 ноября, -2013, - с.217-219.
2. Sabzaliev, M.M., Kerimova, M.E. Asymptotics of the solution of a boundary value problem for one-characteristic differential equation degenerating into a parabolic equation in an infinite strip // -Bulgaria: Nonlinear Analysis and Differential equations, - 2014. №3, v.2, - p.125-133.
3. Sabzaliev, M.M., Kerimova, M.E. Asymptotics of the solution in a rectangle of a boundary value problem for one-characteristic differential equation degenerating into a parabolic equation // - Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan series of physical-technical & mathematical science, -2014. vol. XXXIV, №4, - pp. 97-106
4. Sabzaliev, M.M., Kerimova, M.E. Asymptotics of the solution of a boundary value problem in a semi-infinite strip for one-characteristic equation degenerating into a parabolic equation // Azerbaijan-Turkey-Ukrainian international conference. Mathematical Analysis, Differential Equations and Applications. Abstracts, - Baku: -September 08-13 – 2015, - p.142.
5. Sabzaliev, M.M., Kerimova, M.E. Asymptotics of the solution of a boundary value problem in an infinite semi-strip for one-characteristic differential equation degenerating into a parabolic equation // -Bulgaria: Nonlinear Analysis and Differential equations, - 2016. №4, v.4, - p.179-187.
6. Kərimova, M.Ə. Klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış diferensial tənlik üçün sonsuz yarımzolaqda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin asimptotikası // Doktorant və gənc tədqiqatçıların XX Respublika Elmi konfransının materialları, -Bakı: -24-25 may, -2016,-s.30-31.

7. Sabzaliev, M.M., Kerimova, M.E. Asymptotics of the solution of a boundary value problem in a restangle for one-characteristic differential equation degenerating into a nonlinear hyperbolic equation // International Workshopon Non-Harmonic Analysis and Differential Operators. Abstracts, - Baku: - may 25-27 - 2016, - p.96.
8. Kərimova, M.Ə. Klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış bir kvazixətti diferensial tənlik üçün sərhəd məsələsinin həllinin asimptotikası // - Bakı: Pedaqoji Universitet Xəbərləri, Riyaziyyat və təbiət elmləri seriyası, -2017. c.65, №3,- s. 43-55
9. Сабзалиев, М.М., Керимова, М.Е. Асимптотика решения краевой задачи для сингулярно возмущенного однохарактеристического дифференциального уравнения // Материалы Международной Научной конференции «Теоретические и прикладные проблемы математики» посвященной 55-летию Сумгаитского Государственного Университета, – Сумгаит: -25-26 мая, - 2017, - с.91-92.
10. Kerimova, M.E. On asymptotics of a boundary value problem in an infinite layer, for onecharacteristic differential equation degenerated into a parabolic equation // Modern problems of mathematics and mechanics proceedings of the international conference devoted to the 80-th anniversary of academican Akif Gadjiev, -Baku: -December 6-8 – 2017, - p.111.
11. Sabzaliev, M.M., Kerimova, M.E. On a boundary value problem for a singularly perturbed differential equation of non-classical type // -USA: Biostatistics and Biometrics Open Access Journal ISSN: 2537-2633 Mini Review, -2018. v. 6, issue 1, -p.001-002.
12. Sabzaliev, M.M., Kerimova, M.E. On a boundary value problem for a singularly perturbed differential equation of non-classical type // International scientific-practical conference dedicated to the 95-th birthday anniversary of Nationwide Leader Heydar Aliyev, - Baku: -may 3-4, - 2018, - p.354-355.
13. Сабзалиев, М.М., Керимова, М.Е. Об одном краевой задаче для бисингулярно возмущенного дифференциального

уравнения неклассического типа третьего порядка // Тезисы докладов 5-ой международной конференции посвящ. 95-летию со дня рождения чл. корр. РАН, академика Европейской Академии Наук Л.Д.Кудрявцева, - Москва: РУДЕН, - 26-29 ноября, - 2018, - с.200-203.
14. Sabzaliev, M.M., Kerimova, M.E. Asymptotics of the solution of boundary value problem for bisingularly perturbed one-characteristic differential equation // Proceedings of the International Scientific Conference devoted to the 90-th anniversary of academician Azad Khalil oglu Mirzajanzadeh, - Baku:- 13-14 dec. – 2018, - p.278-280.
15. Kərimova, M.Ə. Klassik tiplərə aid olmayan sinqulyar həyəcanlanmış kvazixətti diferensial tənlik üçün sonsuz yarımzolaqda qoyulmuş sərhəd məsələsinin həllinin asimptotikası // Bakı Biznes Universiteti, Beynəlxalq elmi-praktiki konfransın materialları, - Bakı: - 2-3 may, - 2019, - s. 544-547.
16. Kerimova, M.E. Asymptotics of the solution of a boundary value problem for a bisingularly perturbed onecharacteristic differential equation // - Bakı: Reports of National Academy Sciences of Azerbaijan, - 2019. №1, c. LXXV, - p. 17-21.
17. Sabzaliev, M.M., Kerimova, M.E. Asymptotics of solution of a boundary value problem for a singularly perturbed quasilinear one-characteristic equation // - Bakı: Trans. Natl. Acad. Sci.Azerb.Ser. Phys.-Tech.Math. Sci.Mathematics, -2020. № 40(1), - p.176-186.
18. Sabzaliev, M.M., Kerimova, M.E. On asymptotics of the solution of a boundary value problem in a semi-infinite strip for quasilinear one-characteristic differential equation // Proceedings of the 7th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications (COIA 2020), -Baku: -26-28 August, -2020, Vol.2, -p.347-349
19. Kerimova, M.E. Asymptotics of the solution of a boundary value problem stated in an infinite half strip for a non-classical type singularly perturbed differential equation//-Baku: Journal of Contemporary Applied Mathematics,-2021.vol.11, iss.2, -p.61-70.

Dissertasiyanın müdafiəsi **“10” iyun 2022**-ci il tarixində saat **14^{00}-da** Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç.9

Dissertasiya ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **“10” may 2022-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 06.05.2022
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 39642
Tiraj: 100