AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

ÜÇTƏRTİBLİ BƏZİ XÜSUSİ TÖRƏMƏLİ TƏNLİKLƏR ÜÇÜN OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏLƏRİ

İxtisas: 1214.01 –Dinamik sistemlər və optimal idarəetmə

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Mehriban Məmməd qızı Yaqubova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A TI

BAKI-2022

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin Tətbiqi Riyaziyyat Elmi-Tədqiqat İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: akademik **Fikrət Əhmədəli oğlu Əliyev**

Elmi məsləhətçi: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Aleksandr Petroviç Afanasyev**

Rəsmi opponentlər: riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
Şakir Şıxı oğlu Yusubov

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent
İlqar Qürbət oğlu Məmmədov

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Rəşad Sirac oğlu Məmmədov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:
AMEA–nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor
_______________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f-r.e.n.
_______________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: f-r.e.d., professor
_______________ **Hamlet Fərman oğlu Quliyev**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Xüsusi törəməli tənliklərlə təsvir olunan proseslərdə optimal idarəetmə nəzəriyyəsinin kifayət qədər sürətlə inkişafına və çox sayda elmi məqalələrin, monoqrafiyaların olmasına baxmayaraq bu sahəyə olan elmi maraq nəinki azalmır, əksinə daha da artır. Bunun əsas səbəbi isə yeni praktik məsələlərin həllinə tətbiqi ilə əlaqədar olaraq daha yüksək tərtibli tənliklərə baxmaqla əlaqədardır. Bu isə öz növbəsində yeni riyazi məsələlərin qoyulmasına və onları tədqiq etmək üçün yeni sxemlərin yaradılmasına gətirir. Bunlara misal olaraq üç və dörd tərtibli xüsusi törəməli tənliklərlə əlaqədar olan məsələləri göstərmək olar. Bununla əlaqədar olaraq qeyd edək ki, dörd tərtibli tənliklərlə təsvir olunan proseslərdə optimal idarəetmə məsələləri V.Komkovun, J.L.Lionsun, A.İ.Yeqorovun, T.Q.Sirazetdinovun, H.F.Quliyev və A.Ə.Mehdiyevin, H.F.Quliyev və V.B.Nəzərovanın işlərində öyrənilib. Bütün bu işlərdə, əsasən, optimallıq üçün zəruri şərtlər, kafi şərtlər alınıb, optimal idarəedicinin varlığı haqqında teoremlər isbat edilib, optimal idarəedici sintez məsələsinin həlli kimi və ya sıra şəklində qurulub.

Üç tərtibli tənliklərlə və ya dəyişən tipli adlanan tənliklərlə təsvir olunan proseslərdə optimal idarəetmə məsələləri ilə bağlı yalnız M.H.Yaqubov, R.B.Hüseynovanın bəzi nəticələri məlumdur ki, burada optimallıq üçün zəruri şərtlər alınıb, bir fəza dəyişəni halı üçün optimal idarəedici yığılan sıra şəklində qurulub.

Təqdim olunan dissertasiya da çox fəza dəyişəni olan hal üçün dəyişən tip tənliklərlə təsvir olunan proseslərdə müxtəlif optimal idarəetmə məsələlərinin araşdırılmasına həsr olunub. İşdə alınan nəticələr praktik məsələlərin həllinə tətbiq oluna bilər. Bu qeyd olunanlara əsasən dissertasiyanın mövzusu aktualdır.

Tədqiqatın obyekti və predmeti. Üçtərtibli xüsusi törəməli tənliklər üçün başlanğıc-sərhəd məsələsi və optimal idarəetmə məsələləri.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Optimallıq üçün zəruri şərtlər və kafi şərtlər çıxarmaq, idarəetmə məsələlərini tədqiq etmək, iki fəza dəyişəni halı üçün tənlik xətti, keyfiyyət meyarı kvadratik olan halda optimal paylanmış idarəedicini və optimal başlanğıc idarəediciləri qurmaq.

Tədqiqat metodları. Dissertasiya işində funksional analizin üsullarından, Furye üsulundan, optimal idarəetmənin riyazi üsullarından və ikiqat sıralar nəzəriyyəsinin üsullarından istifadə olunur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

- üç tərtibli tənliyin sağ tərəfində paylanmış idarəedici olan halda funksionalın qradiyenti üçün düstur çıxarmaq;
- optimallıq üçün maksimum prinsipi şəklində zəruri şərtlər çıxarmaq;
- optimallıq üçün inteqral optimallıq şərti çıxarmaq;
- funksional qabarıq və idarəedicilərin qiymətləri çoxluğu qabarıq olan halda optimallıq üçün kafi şərtlər çıxarmaq;
- paylanmış parametrli idarəedici və başlanğıc idarəedici olan xətti tənlik halında kvadratik funksionalın diferensiallanan olmasını isbat etmək;
- optimal idarəedicini ikiqat sıra şəklində qurmaq və onun yığıldığını isbat etmək;
- paylanmış parametrli idarəedici və başlanğıc idarəedicilər olan enerji ilə idarəolunma məsələsini şərti ekstremum məsələsinə gətirmək, həlli ikiqat sıra şəklində qurmaq və onun yığılmağını isbat etmək;
- paylanmış parametrli və iki başlanğıc idarəedici olan minimal enerji ilə idarəetmə məsələsinin həllini ikiqat sıra şəklində qurmaq, bu sıranın yığılan olduğunu isbat etmək;
- zamanın son anında qarışıq məsələnin həlli sıfra bərabər olduğu halda stabilləşmə məsələsinin həllinə moment probleminin tətbiqinin mümkünlüyünü göstərmək;
- stabilləşmə məsələsini şərti ekstremum məsələsinə gətirmək və həlli yığılan ikiqat sıra şəklində göstərmək.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiyada aşağıdakı əsas elmi nəticələr alınıb:

1. Çox sərbəst dəyişən olan halda üç tərtibli qeyri-xətti tənliklə təsvir olunan proseslərdə maksimum prinsipi şəklində və inteqral şəklində zəruri şərtlər çıxarılıb.
2. Paylanmış parametrli idarəedici olan halda funksionalın qradiyenti üçün düstur çıxarılıb.
3. Funksionalın və idarəedici dəyişənlərin qiymətləri çoxluğunun qabarıqlığı fərziyyəsi daxilində şərtlərin kafiliyi isbat olunub.

4. Proses üç tərtibli xətti tənliklə təsvir olunan, paylanmış parametrli və başlanğıc idarəedici olan halda kvadratik funksionalın diferensiallanması əsaslandırılıb.
5. İki sərbəst dəyişən olan halda dəyişənlərin ayrılması üsulunun tətbiqinin mümkünlüyü göstərilmiş, həm qarışıq məsələnin həlli, həm də optimal idarəedici ikiqat sıralar şəklində qurulmuşdur. Bu sıraların yığıldığı isbat edilmişdir.
6. Həm paylanmış parametrli, həm də başlanğıc idarəedici olan halda idarəolunma məsələsinin həlli, iki sərbəst dəyişəni olan funksiya üçün şərti ekstremum məsələsinə gətirilərək həll ikiqat sıralar şəklində qurulub.
7. Paylanmış parametrli və iki başlanğıc idarəedici olan minimal enerjili məsələnin həlli ikiqat sıralar şəklində qurulub, bu sıraların yığılması isbat olunub.
8. Stabilləşmə məsələsinə moment probleminin tətbiq olunması isbat olunub, bu məsələ bir halda şərti ekstremum məsələsinə gətirilib, həlli yığılan ikiqat sıra şəklində qurulub.

Tədqiqatın nəzəri və praktik əhəmiyyəti. Dissertasiyada baxılan tənliklər qaz dinamikasında, turbulentlikdə, yanmada və başqa məsələlərdəki prosesləri təsvir edir. Ancaq optimal idarəetmə məsələləri və alınan nəticələr nəzəri xarakterlidir. İşdə verilən üsullar və sxemlər yüksək tərtibli tənliklərlə təsvir olunan proseslərdə optimal idarəetmə məsələlərinin araşdırılmasına tətbiq oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyada alınan nəticələr müxtəlif vaxtlarda Bakı Dövlət Universitetinin Tətbiqi riyaziyyat institutunun seminarlarında (rəhbər akademik F.Ə.Əliyev), AMEA-nın müxbir üzvü, professor Y.C.Məmmədovun anadan olmasının 85 illiyinə (Bakı, 10 dekabr, 2015), əməkdar elm xadimi, professor Ə.Ş.Həbibzadənin anadan olmasının 100 illiyinə (Bakı, 22-23 iyun, 2016), akademik M.Z.Rəsulovun anadan olmasının 100 illiyinə (Bakı, 28-29 oktyabr, 2016), Riyaziyyatın Tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları, III Respublika Elmi konfransı (Sumqayıt, 15-16 dekabr, 2016), AMEA-nın müxbir üzvü, professor Q.T.Əhmədovun anadan olmasının 100 illiyinə (Bakı, 02-03 noyabr, 2017) həsr olunmuş konfranslarda, İdarəetmə və optimallaşdırma, sənayedə tətbiqləri ilə (Bakı 11-13 iyul, 2018), “ Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения” adlı Beynəlxalq konfransda (UFA, Bannoye, 10-14 mart, 2020) məruzə edilib.

İddiaçının şəxsi töhfəsi. Çox fəza dəyişəni olan, paylanmış parametrli idarəedicili üç tərtibli qeyri-xətti tənliklə təsvir olunan proseslərdə optimallıq üçün müxtəlif zəruri şərtlər alınıb, tənlik xətti, fəza dəyişənlərinin sayı iki olan halda dəyişənlərin ayrılması üsulunun, yəni Furye üsulunun tətbiqinin mümkünlüyü göstərilib, həm başlanğıc-sərhəd məsələsinin həlli, həm də optimal idarəedicilər ikiqat sıralar şəklində qurulub, onların yığılması isbat olunub. Bütün isbatlar və nəticələr müəllifə aiddir.

İddiaçının nəşrləri. Dissertasiya işinin əsas nəticələri Azərbaycan Respublikası Prezidenti yanında AAK-nın tövsiyyə etdiyi elmi nəşrlərdə çap etdirdiyi 6 məqalədə öz əksini tapmışdır. O cümlədən impakt-faktorlu Web of Science jurnalında – 1, impakt-faktorlu Scopus jurnalında – 1. Bunlardan əlavə, alınan nəticələr beynəlxalq səviyyəli konfransda – 2, bunlardan da biri xaricdə nəşr olunub, respublika səviyyəli konfransda – 5 nəşrdə öz əksini tapıb.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin nəzdindəki Elmi Tədqiqat Tətbiqi Riyaziyyat İnatitutunda yerinə yetirilib.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrı-ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işinin ümumi həcmi – 185456 işarə (titul vərəqi – 462, mündəricat – 2099, giriş – 36137, I fəsil – 40000, II fəsil - 58000, III fəsil – 48000, nəticə - 758 işarə) şərh olunub.

İŞİN MƏZMUNU

Dissertasiya giriş, üç fəsil, nəticə və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə mövzunun aktuallığı əsaslandırılır və alınan nəticələr qısa şərh olunur.

Dissertasiyanın **birinci fəsli** iki bölmədən ibarətdir.

1.1 bölməsində

$$I(u) = \int_Q \Phi(x, t, z, z_x, z_t, u)\,dxdt \tag{1}$$

funksionalının

$$\beta z_{tt} + z_t - \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial t} F_i(x,t,z_x) - \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} A_i(x,t,z_x) = f_1(x,t,u), \tag{2}$$

$$z(x,0) = \varphi_1(x), \quad z_t(x,0) = \varphi_2(x), \quad z\big|_{\Gamma} = 0, \tag{3}$$

məsələsinin həlləri çoxluğunda minimumu məsələsinə baxılır; burada $Q = \Omega \times (0,T),\ \Omega \subset R^n$ - $\partial\Omega$ sərhədi $C^{2+\alpha}$ sinfindən olan oblastdır, $\Gamma = \Omega \times (0,T),\ z_x = \left(\frac{\partial z}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial z}{\partial x_n} \right)$, T zamanın qeyd olunmuş anı, β - müsbət sabit, $u = (u_1, ..., u_r)$ idarəedici vektordur, belə ki, mümkün idarəedicilər olaraq, Q -də ölçülən və qiymətləri məhdud $U \subset R^r$ çoxluğundan olan $u = u(x,t)$ vektor funksiyaları götürülür.

Bu fəsildə fərz olunur ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:

1. $F_i(x,t,z_x),\ i = 1,2,...,n$ bütün arqumentlərinə nəzərən iki dəfə kəsilməz diferensiallanan funksiyalardır və

a) $K_0 \sum_{i=1}^{n} \left(1 + |\xi|^{p-2}\right) \xi_i^2 \le \sum_{i=1}^{n} F_i(x,t,\xi)\xi_i \le K \sum_{i=1}^{n} \left(1 + |\xi|^{p-2}\right) \xi_i^2$,

б) $\sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial F_i(x,t,\xi)}{\partial \xi_i} \eta_i \eta_j \ge K_0 \sum_{i=1}^{n} \left(1 + |\xi|^{p-2}\right) \eta_i^2$,

в) $\left| \frac{\partial F_i(x,t,\xi)}{\partial \xi_j} \right| \ge K\left(1 + |\xi|^{p-2}\right)$,

г) $$\left| \frac{\partial F_i(x,t,\xi)}{\partial t} \right| + \left| \frac{\partial F_i(x,t,\xi)}{\partial x_j} \right| + |F_i(x,t,\xi)| \ge K\left(1 + |\xi|^{p-1}\right),$$

$i, j = \overline{1,n}$;

2. $A_i(x,t,\xi), i = 1,2,...,n$ bütün arqumentlərinə nəzərən iki dəfə kəsilməz diferensiallanan funksiyalardır və

a) $|A_i(x,t,\xi)|^2 + \left| \frac{\partial A_i(x,t,\xi)}{\partial x_i} \right|^2 \le C\left(1 + |\xi|^p\right)$, б) $\left|\dfrac{\partial A_i(x,t,\xi)}{\partial \xi_j}\right|^2 \le C\left(1+|\xi|^{p-2}\right),$

burada K_0, K, C müsbət sabitlərdir, $\xi = (\xi_1,..., \xi_n), p \ge 2$.

3. $f_1(x,t,u)$ bütün arqumentlərinə nəzərən iki dəfə kəsilməz diferensiallanan funksiyadır.

Aydındır ki, bu şərt ödəndikdə hər bir mümkün $u = u(x,t)$ idarəedicisi üçün $f_1(x,t,u(x,t))$ funksiyası ölçülən olacaq və $f_1(x,t,u(x,t)) \in L_2(Q)$.

4. $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$ funksiyaları

$$\varphi_1 \in \overset{0}{W}{}_{2p}(\Omega),\ \left|\frac{\partial \varphi_1}{\partial x_i}\right|^{p-1} \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_i} \in W_2^1(\Omega),\ \varphi_2 \in L_2(\Omega).$$

Qeyd edək ki, göstərilən şərtlər ödəndikdə (2), (3) başlanğıc-sərhəd məsələsinin hər bir mümkün idarəedicisi üçün $z \in L_p\left(0,T;\overset{0}{W}{}_p^1(\Omega)\right)$,

$$z_t \in L_\infty\left(0,T;L_2(\Omega)\cap L_2(0,T)\right);\ \overset{0}{W}{}_p^1(\Omega), B^{1/2}\Delta_x z \in L_2\left(0,T;L_2(\Omega)\right)$$

sinfindən olan və hər bir $G(x,t) \in L_p\left(0,T;\overset{0}{W}{}_p^1(\Omega)\right)$ funksiyası üçün

$$\int_Q \left(\beta z_t(x,t) + z(x,t)\right)G_t(x,t)dxdt + \int_Q \sum_{i=1}^n F_i\left(x,t,z_x(x,t)\right)G_{x_i}(x,t)dxdt +$$

$$+\int_Q \sum_{i=1}^n G_{x_i}(x,t)\int_0^t A_i\left(x,\tau;z_x(x,\tau)\right)d\tau dxdt = \int_Q \left(\beta\varphi_2(x,t) + \varphi_1(x,t)\right)G(x,t)dxdt +$$

$$+\int_Q \sum_{i=1}^n F_i\left(x,0,\varphi_{1x}(x)\right)G_{x_i}(x,t)dxdt + \int_Q G(x,t)\int_0^t f_1\left(x,\tau,u(x,\tau)\right)dxdxdt$$

eyniliyi və $z(x,0)=\varphi_1(x)$ başlanğıc şərtini ödəyən $z(x,t)$ ümumiləşmiş həlli var, $B(x)$ mənfi olmayan, Ω-da hamar funksiyadır, Δ -Laplas operatorudur.

5. Fərz olunur ki, $\Phi(x,t,z,\xi,\eta,u)$ funksiyası bütün arqumentlərinə nəzərən iki dəfə kəsilməz diferensiallanandır və

$$\left|\Phi(x,t,z,\xi,\eta,u)\right| \le a_0 + a_1\left(|z|^2 + |\xi|^2 + |\eta|^2 \right),$$

burada a_0, a_1 müsbət məlum sabitlərdir,

$$|\xi|^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \ldots + \xi_n^2, \quad |\eta|^2 = \eta_1^2 + \eta_2^2 + \ldots + \eta_n^2.$$

Göstərilən fərziyyələr daxilində funksionalın artımı üçün düstur çıxarılıb, onun qalığı qiymətləndirilib. Bu qiymətlənmələr əsasında aşağıdakı teorem isbat olunub.

Teorem 1. Tutaq ki, 1-5 şərtləri ödənir. Onda (2), (3)-başlanğıc-sərhəd məsələsinin həlləri çoxluğunda təyin olunmuş (1) funksionalı $L_2(Q)$ fəzasında Qato mənada diferensiallanandır və

$$gradI(u) = -H_u(x,t,z,z_x,z_t,\psi,u),$$

burada $\psi(x,t)$

$$\beta\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \frac{\partial\psi}{\partial t} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_j}\cdot\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x_i\partial t}\cdot\frac{\partial F_i(x,t,z_x)}{\partial z_{x_j}}\right) +$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_j}\cdot\left(\frac{\partial\psi}{\partial x_i}\cdot\frac{\partial A_i(x,t,z_x)}{\partial z_{x_j}}\right) - \frac{\partial H(x,t,\psi,u)}{\partial z} +$$

$$+\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial H(x,t,\psi,u)}{\partial z_{x_j}}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial H(x,t,\psi,u)}{\partial z_t}\right) = 0,$$

$$\psi(x,T)=0, \quad x\in\overline{\Omega},$$

$$\beta\frac{\partial\psi(x,T)}{\partial t} + \frac{\partial H(x,T,\psi,u)}{\partial z_t} +$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_j}\cdot\left(\frac{\partial\psi(x,T)}{\partial x_i}\cdot\frac{\partial F_i(x,T,z_x(x,T)}{\partial z_{x_j}}\right) = 0, \; x\in\Omega,$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\frac{\partial F_i}{\partial z_{x_j}}-\psi\frac{\partial A_i}{\partial z_{x_j}}\right)\cos(\nu,x_i)=0,\ x\in\partial\Omega,\ t\in(0,T),$$

$$j=1,2,\dots,n;$$

$$\psi(x,0)=0,\quad x\in\partial\Omega,\ j=1,2,\dots,n,$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\psi(x,T)}{\partial x_i}\cdot\frac{\partial F_i(x,t,z_x(x,T))}{\partial z_{x_j}}\cdot\cos(\nu,x_j)=0,$$

$$x\in\partial\Omega$$

qoşma məsələsinin həllidir,

$H(x,t,z,z_x,z_t,\psi,u)=\Phi(x,t,z,z_x,z_t,u)+\psi f_1(x,t,u)$.

Bu fəslin 1.2 bölməsində 1.1 bölməsində qoyulmuş məsələdə optimallıq üçün müxtəlif zəruri şərtlər çıxarılıb. İsbat olunan teoremlərdən birini qeyd edirik

Teorem 2. (İnteqral optimallıq şərti) Tutaq ki, teorem 1-in şərtləri ödənir və U qabarıq çoxluqdur. Əgər $u^0(x,t)$ optimal idarəedici isə, hər bir mümkün $u(x,t)$ idarəedicisi üçün

$$\int_{\Pi_\alpha}(H_u(x,t),u(x,t)-u^0(x,t))dxdt\geq 0,$$

bərabərsizliyi ödənir, burada

$$\Pi_\alpha=\{x_i^0-\sqrt[n+1]{\alpha}\leq x_i\leq x_i^0+\sqrt[n+1]{\alpha},\ t^0-\sqrt[n+1]{\alpha}\leq t\leq t^0+\sqrt[n+1]{\alpha},\ i=1,2,\dots,n\}$$

Q-də yerləşən $(n+1)$-ölçülü paralelopipeddir, $H_u(x,t)$ isə $H(x,t,z,z_x,z_t,\psi,u)$-nun $u=u^0(x,t)$ olduqda törəməsidir, $z^0(x,t)$ və $\psi^0(x,t)$ - (2), (3) məsələsinin və qoşma məsələnin $u=u^0(x,t)$-yə uyğun həlləridir.

Sonra funksionalın qabarıqlıq xassəsəsindən istifadə edərək belə teorem isbat edilib

Teorem 3. (Optimallıq üçün zəruri və kafi şərtlər) Tutaq ki, U qabarıq çoxluqdur, $I(u)$ funksionalı qabarıqdır və teorem 1-in şərtləri ödənir. $u^0(x,t)$ idarəedicisinin optimallığı üçün

$$\min_{u\in U}\int_Q (H_u(x,t),u-u^0(x,t))dxdt=0$$

şərtinin ödənməsi zəruri və kafidir.

Dissertasıyanın **ikinci fəsli** iki bölmədən ibarətdir.

Birinci bölmədə aşağıdakı məsələyə baxılır: elə $u=u(x,y,t),\ v=v(x,y)$, idarəediciləri tapmalı ki,

$$\beta z_{tt}+z_t-\frac{\partial}{\partial t}\Delta z-\Delta z=u(x,y,t),\ (x,y)\in Q, \tag{4}$$

$$z(0,y,t)=z(x,0,t)=z(a,y,t)=z(x,b,t)=0, \tag{5}$$

$$z(x,y,0)=v(x,y),\ z_t(x,y,0)=0, \tag{6}$$

başlanğıc-sərhəd məsələsinin həlli ilə birlikdə

$$J(u,v)=\int_\Omega |z(x,y,T)-z_0(x,y)|^2 dxdy+$$

$$+\alpha_1\int_Q u^2(x,y,t)dxdydt+\alpha_2\int_\Omega v^2(x,y)dxdy, \tag{7}$$

funksionalına minimum verir; burada
$Q=(0,T)\times\Omega=\{0<t<T,\ 0<x<a, 0<y<b\}$, β,T,a,b - verilmiş müsbət ədədlərdir, $\Delta\equiv\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}$ - Laplas operatordur.

Qəbul olunana görə $u(x,y,t)$ paylanmış idarəedici adlanır, $v(x,y)$-i isə Lionsun adlandırdığı kimi başlanğıc idarəedici adlandıracağıq.

Paylanmış idarəedici olaraq $L_2(Q)$-dən olan və $\|u\|_{L_2}\le R^2$ şərtini ödəyən funksiyaları, başlanğıc idarəedici olaraq $\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)\cap W_2^2(\Omega)$ çoxluğundan olmaqla $\left|\dfrac{\partial v}{\partial x}\right|\dfrac{\partial v}{\partial x},\left|\dfrac{\partial v}{\partial y}\right|\dfrac{\partial v}{\partial y}\in W_2^1(\Omega)$ şərtini və $l_1\le v(x,y)\le l_2$ şərtini ödəyən funksiyalar götürülür. Sonra mümkün $p=(u(x,y,t),v(x,y))$ cütü üçün skalyar hasil

$$\langle p_1,p_2\rangle=\int_Q u_1(x,y,t)u_2(x,y,t)dxdydt+$$

$$+\int_\Omega\left[v_1(x,y)v_2(x,y)+\frac{\partial v_1}{\partial x}\frac{\partial v_2}{\partial x}+\frac{\partial v_1}{\partial y}\frac{\partial v_2}{\partial y}\right]dxdy$$

şəklində götürülən $H = L_2(Q) \times W_2^1(\Omega)$ Hilbert fəzası daxil edilir və (4)-(6) məsələsinin ümumiləşmiş həllinin tərifi verilir: bu məsələnin ümumiləşmiş həlli dedikdə

$$z \in L_2\left(0,T;\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)\right), z_t \in L_\infty(0,T;L_2(\Omega)) \cap L_2\left(0,T;\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)\right),$$

$B^{\frac{1}{2}}\Delta z \in L_2(0,T;L_2(\Omega))$,sinfindən olan və

$$\int_Q (\beta z_t(x,y,t) + z(x,y,t))g(x,y,t)dxdy +$$

$$+\int_Q (z_x(x,y,t)g_x(x,y,t) + z_y(x,y,t)g_y(x,y,t))dxdy +$$

$$+\int_Q g_x(x,y,t)\int_0^t z_x(x,y,s)dsdxdy +$$

$$+\int_Q g_y(x,y,t)\int_0^t z_y(x,y,s)dsdxdy = \int_Q v(x,y)g(x,y,t)dxdy +$$

$$+\int_Q v_x(x,y)g_x(x,y,t)dxdy + \int_Q v_y(x,y)g_y(x,y,t)dxdy +$$

$$+\int_Q g(x,y,t)\int_0^t u(x,y,s)dsdxdy,$$

eyniliyini ödəyən $z(x,y,t)$ funksiyası başa düşülür; burada $B(x)$ - Ω -nın daxilində müsbət, hamar, finit funksiyadır, $g(x,y,t)$ isə $L_2\left(0,T;\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)\right)$ -dən olan ixtiyari funksiyadır.

$J(u,v)$ funksionalının artımını çevirdikdən sonra göstərilir ki, bu funksional H fəzasında diferensiallanandır və buradan aşağıdakı teoremin doğruluğu alınır

Teorem 4. (7) funksionalı H fəzasında diferensiallanandır və onun qradiyenti

$$J'(u,v) = (-\psi(x,y,t) + 2\alpha_1 u(x,y,t); 2[z(x,y,T) - z_0(x,y)] +$$

$$+\int_0^T \Delta\psi(x,y,s)ds + 2\alpha_2 v(x,y)); \qquad (8)$$

burada $\psi(x,y,t)$

$$-\beta\psi_t + \psi - \Delta\psi + \int_t^T \Delta\psi(x,y,s)ds + 2[z(x,y,T) - z_0(x,y)] = 0,$$

$$\psi(x,y,T) = 0,$$

$$\psi(x,y,t)|_{\partial\Omega} = 0,\ 0 \le t \le T$$

qoşma məsələsinin həllidir.

(4) tənliyi və (5), (6) şərtləri xətti, (7) kvadratik funksionalı və mümkün idarəedicilər çoxluğu qabarıq olduğundan, (8)-ə əsasən (bax: Васильев Ф.П. Методы оптимизации М.: Факториал Пресс, 2002 г.) aşağıdakıteoremin doğruluğu alınır

Teorem 5. $p^0(x,y,t) = (u^0(x,y,t), v^0(x,y))$ idarəedicisinin optimallığı üçün istənilən $p(x,y,t) = (u(x,y,t), v(x,y))$ üçün

$$\int_Q (-\psi(x,y,t) + 2\alpha_1 u^0(x,y,t))(u(x,y,t) - u^0(x,y,t))dxdydt +$$

$$+\int_\Omega \left[2(z(x,y,T) - z_0(x,y)) + \int_0^T \Delta\psi(x,y,s)ds + 2\alpha_2 v^0(x,y) \right] \times$$

$$\times (v(x,y) - v^0(x,y))dxdy \ge 0$$

bərabərsizliyinin ödənməsi zəruri və kafidir.

Fəslin 2.2 yarımfəslində aşağıdakı məsələyə baxılır:

elə mümkün $\left(v^0(x,y), v^1(x,y), u(x,y,t)\right)$idarəedicisi tapmalı ki, (4) tənliyinin (5) sərhəd şərtlərin və

$$z(x,y,0) = v^0(x,y),\ z_t(x,y,0) = v^1(x,y) \qquad (9)$$

başlanğıc şərtlərini ödəyən həlli

$$z(x,y,T) = \varphi(x,y) \qquad (10)$$

şərtini ödəsin və

$$J(u,v^0,v^1) = \int_Q u^2(x,y,t)dxdydt +$$

$$+\alpha_0 \int_\Omega \left(v^0(x,y)\right)^2 dxdy + \alpha_1 \int_\Omega \left(v^1(x,y)\right)^2 dxdy \qquad (11)$$

funksionalı ən kiçik qiymət alsın; burada $\varphi(x,y)$ funksiyası $L_2(\Omega)$-dan olan verilmiş funksiyadır, α_0, α_1 -müsbət sabitlərdir.

Bu məsələdə paylanmış idarəedici olaraq $L_2(Q)$-dan olan və $\|u\|_{L_2(Q)} \le R$ şərtini ödəyən funksiyalar, başlanğıc idarəedicilər olaraq $W_2^2(\Omega)$-dan olan, $l_1^0 \le v^0 \le l_2^0$ şərtini ödəyən $v^0(x,y)$ funksiyaları və $L_2(\Omega)$-dan olan, $l_1^1 \le v^1 \le l_2^1$ şərtini ödəyən $v^1(x,y)$ funksiyaları götürülür.

Əvvəlcə (4), (5), (9) məsələsinin ümumiləşmiş həllinin tərifi verilir: ümumiləşmiş həll dedikdə

$$z(x,y,t) \in L_2(0,T,W_2^1(\Omega));\ z_t \in L_\infty(0,T,L_2(\Omega)) \cap L_2(0,T,\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)),$$

$$B^{\frac{1}{2}}\Delta z \in L_2(0,T,L_2(\Omega))$$

sinfindən olan

$$\int_Q [\beta z_t(x,y,t) + z(x,y,t)] g(x,y,t)\,dxdydt +$$

$$+\int_Q [z_x(x,y,t) g_x(x,y,t) + z_y(x,y,t) g_y(x,y,t)]\,dxdydt +$$

$$+\int_Q g_x(x,y,t)\int_0^t z_x(x,y,s)\,dsdxdydt + \int_Q g_y(x,y,t)\int_0^t z_y(x,y,s)\,dsdxdydt =$$

$$= \int_{Q_t} [\beta v^1(x,y) + v^0(x,y)] g(x,y,t)\,dxdydt +$$

$$+\int_Q [v_x^0(x,y) g_x(x,y,t) + v_y^0(x,y) g_y(x,y,t)]\,dxdydt +$$

$$+\int_Q g(x,y,t)\int_0^t u(x,y,s)\,dsdxdydt,$$

inteqral eyniliyini ödəyən $z(x,y,t)$ funksiyası başa düşülür, burada $B(x,y)$ - Ω -nin daxilində müsbət olan hamar funksiyadır, $g(x,y,t)$ isə $L_2(0,T,\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega))$ -dan olan ixtiyari funksiyadır. Sonra dəyişənləri ayırma üsulunun (Furye üsulunun) köməyi ilə məsələnin həlli üçün ikiqat sıra şəklində belə göstəriliş alınıb:

$$z(x,y,t)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{k_2(m,n)-k_1(m,n)}\left\{\frac{1}{\beta}\int_0^t\left[e^{k_2(m,n)(t-s)}-e^{k_1(m,n)(t-s)}\right]u_{mn}(s)ds+\right.$$

$$+\frac{4}{ab}\int_0^a\int_0^b\left[\left(k_2(m,n)e^{k_1(m,n)t}-k_1(m,n)e^{k_2(m,n)t}\right)v^0(\xi,\eta)+\left(e^{k_2(m,n)t}-e^{k_1(m,n)t}\right)v^1(\xi,\eta)\right]\times$$

$$\left.\times\sin\frac{m\pi\xi}{a}\cdot\sin\frac{n\pi\eta}{b}d\xi d\eta\right\}\sin\frac{m\pi x}{a}\cdot\sin\frac{n\pi y}{b} \qquad (12)$$

burada

$$\lambda_{mn}=\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2,$$

$$X_{mn}(x,y)=\frac{2}{\sqrt{ab}}\sin\frac{m\pi x}{a}\cdot\sin\frac{n\pi y}{b}, \quad m,n=1,2,...$$

$$\Delta X+\lambda X=0, \quad X|_{\Gamma}=0,$$

məsələsinin məxsusi ədədləri və məxsusi funksiyalarıdır, Γ -Ω düzbucaqlısının sərhəddidir, $k_1(m,n), \quad k_2(m,n)$

$$\beta\ddot{T}+(\lambda_{mn}+1)\dot{T}+\lambda_{mn}T=0 \quad m,n=1,2,\ldots,$$

diferensial tənliyinin xarakteristik tənliyinin kökləridir,

$$u_{mn}(t)=\frac{4}{ab}\int_0^a\int_0^b u(x,y,t)\sin\frac{m\pi x}{a}\cdot\sin\frac{n\pi y}{b}dxdy,$$

$$v^0(x,y)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}v_{mn}^0\sin\frac{m\pi x}{a}\cdot\sin\frac{n\pi y}{b},$$

$$v^1(x,y)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}v_{mn}^1\sin\frac{m\pi x}{a}\cdot\sin\frac{n\pi y}{b}.$$

İsbat olunur ki, (12)-dəki sıra və ondan x,y,t -yə nəzərən diferensiallamaqla alınan sıralar L_2-də güclü yığılır və buna görə (12) ifadəsi (4), (5), (9) məsələsinin həllidir. Bundan sonra (11) funksionalının minimumu məsələsi

$$I_{mn}=\int_0^T u_{mn}^2(t)dt+\alpha_0\left(v_{mn}^0\right)^2+\alpha_1\left(v_{mn}^1\right)^2 \qquad (13)$$

funksionalının

$$\int_0^T\left[e^{k_2(m,n)(T-s)}-e^{k_1(m,n)(T-s)}\right]u_{mn}(s)ds+\beta\left(k_2(m,n)e^{k_1(m,n)T}-k_1(m,n)e^{k_2(m,n)T}\right)v_{mn}^0+$$
$$+\beta\left(e^{k_2(m,n)T}-e^{k_1(m,n)T}\right)v_{mn}^1=\beta(k_2(m,n)-k_1(m,n))\varphi_{mn} \quad m,n=1,2,\ldots, \qquad (14)$$

şərti daxilində minimumunun tapılması məsələsinə, daha dəqiqi, məsələlər ardıcıllığına gətirilir; burada

$$\varphi_{mn}=\frac{4}{ab}\int_0^a\int_0^b\varphi(x,y)\sin\frac{m\pi x}{a}\cdot\sin\frac{n\pi y}{b}dxdy.$$

Bu məsələ üçün Laqranj funksiyası qurulur, onun $\left(\tilde{u}_{mn}(t),\tilde{v}_{mn}^0,\tilde{v}_{mn}^1\right)$ stasionar nöqtəsi tapılır və göstərilir ki , bu nöqtə (13) funksionalının (14) şərti daxilində minimum nöqtəsidir.

Sonra isə aşağıdakı teorem isbat olunur:

Teorem 6. Əgər $\varphi(x,y)\in L_2(\Omega)$ isə

$$\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\tilde{u}_{mn}^2(t)\,,\ \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\tilde{v}_{mn}^1\right)^2\ ,\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\tilde{v}_{mn}^1\right)^2$$

sıraları, uyğun olaraq, $L_2(\Omega)$, $W_2^2(Q)$ və $L_2(\Omega)$-da yığılır.

Dissertasiyanın **üçüncü fəsli** də iki bölmədən ibarətdir. Birinci bölmədə aşağıdakı minimal enerji ilə stabilləşmə məsələsinə baxılır: elə $u=u(x,y,t)$ mümkün idarəedicisi tapmalı ki, (4) tənliyinin (5) şərtini və

$$z(x,y,0)=z_0(x,y),\quad z_t(x,y,0)=z_1(x,y) \qquad (15)$$

şərtlərini ödəyən həlli

$$z(x,y,T)=0 \qquad (16)$$

şərtini ödəsin,

$$J=\|u\|^2=\int_Q u^2(x,y,t)dxdydt$$

funksionalı isə ən kiçik qiymət alsın.

Məsələni həll etmək üçün əvvəlcə Furye üsulunun köməyi ilə başlanğıc-sərhəd məsələsinin həlli üçün

$$z(x,y,t)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\beta(k_2(m,n)-k_1(m,n))}\cdot$$

$$\left\{\int_0^t\left[e^{k_2(m,n)(t-s)}-e^{k_1(m,n)(t-s)}\right]u_{mn}(s)\,ds+\right.$$

$$+\frac{4}{ab}\cdot\int_0^a\int_0^b\left[\left(k_2(m,n)z_0(\xi,\eta)-z_1(\xi,\eta)\right)e^{k_1(m,n)t}+\right.$$

$$\left.\left(z_1(\xi,\eta)-k_1(m,n)z_0(\xi,\eta)\right)e^{k_2(m,n)t}\right]\times$$

$$\left.\times\sin\frac{m\pi\xi}{a}\cdot\sin\frac{n\pi\eta}{b}\,d\xi d\eta\right\}\times\sin\frac{m\pi x}{a}\cdot\sin\frac{n\pi y}{b},$$

şəklində göstəriliş alınır və göstərilir ki, alınmış sıra, onun hədlərini t,x,y-ə nəzərən törəmələrlə əvəz etməklə alınan sıralar $L_2(Q)$-də yığılır. Odur ki, bu sıra (4), (5), (15) məsələsinin ümumiləşmiş həllidir. Sonra bu göstərilişin köməyi ilə $z(x,y,T)=0$ şərtinə əsasən $u_{mn}(t)$ -ni təyin etmək üçün

$$\int_0^T\frac{e^{k_2(m,n)(T-s)}-e^{k_1(m,n)(T-s)}}{\beta(k_2(m,n)-k_1(m,n))}u_{mn}(s)ds=f_{mn},\ \ m,n=1,2,\ldots \qquad (17)$$

tənlikləri alınıb, burada

$$u_{mn}(t)=\frac{4}{ab}\int_0^a\int_0^b u(x,y,t)\sin\frac{m\pi x}{a}\cdot\sin\frac{n\pi y}{b}dxdy, m,n=1,2,\ldots$$

$$f_{mn}(t)=\int_0^a\int_0^b[-W(x,y,T)]\sin\frac{m\pi x}{a}\cdot\sin\frac{n\pi y}{b}dxdy,$$

$W(x,y,t)$ isə(4) tənliyinə uyğun olan bircins tənliyin $W(0,y,t)=W(x,0,t)=W(a,y,t)=W(x,b,t)=0$, $W(x,y,0)=z_0(x,y),W_t(x,y,0)=z_1(x,y)$ şərtlərini ödəyən həllidir.

Beləliklə, $J(u)$ funksionalının minimumunun tapılması məsələsi (17) sistemini ödəyən və

$$J = \int_0^T \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} u_{mn}^2(t)dt = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} J_{mn} \tag{18}$$

funksionalına minimum verən $\{u_{mn}(t),\ m,n = 1,2,...\}$ ardıcıllığının tapılmasına gətirilib.

Aydındır ki, alınmış məsələ moment probleminin məsələsidir və göstərilir ki, onun

$$v_{mn}^0(t) = \frac{f_{mn}}{\alpha_{mn}} F_{mn}(T-t)$$

yeganə həlli var, belə ki,

$$F_{mn}(T-t) = \frac{e^{k_2(m,n)(T-t)} - e^{k_1(m,n)(T-t)}}{\beta(k_2(m,n) - k_1(m,n))},\ \alpha_{mn} = \int_0^T F_{mn}^2(T-t)dt$$

və $v_{mn}^0(t)$ üçün J_{mn}-in ən kiçik qiyməti

$$J_{mn} = \frac{f_{mn}^2}{\int_0^T F_{mn}^2(T-t)dt}$$

olur, həm də

$$J = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} J_{mn} = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{mn}^2}{\int_0^T F_{mn}^2(T-t)dt}. \tag{19}$$

Bölmənin sonunda (19) ikiqat sırasının yığıldığı isbat olunur. Bununla da göstərilir ki, aşağıdakı teorem doğrudur

Teorem 7. Əgər $z_0(x,y) \in \overset{0}{W}{}_4^1(\Omega) \cap W_2^2(\Omega)$,

$\left|\frac{\partial z_0}{\partial x}\right| \frac{\partial z_0}{\partial x} \in W_2^1(\Omega)$, $\left|\frac{\partial z_0}{\partial y}\right| \frac{\partial z_0}{\partial y} \in W_2^1(\Omega)$, $z_1(x,y) \in L_2(\Omega)$ olarsa, (19) ikiqat sırası yığılır.

Bu **fəslin 3.2** bölməsində aşağıdakı məsələyə baxılır: elə mümkün $u = u(x,y,t)$ idarəedicisi tapmalı ki, (4) tənliyinin (5) şərtini və

$$z(x,y,0) = 0, \quad z_t(x,y,0) = z_1(x,y),\ (x,y) \in \Omega \tag{20}$$

şərtlərini ödəyən həlli

$$z_t(x,y,T)=0,(x,y)\in\Omega \tag{21}$$

şərtini ödəsin və

$$J=\int_Q u^2(x,y,t)dxdydt$$

funksionalı ən kiçik qiymət alsın.

Əvvəlcə (4), (5), (20) məsələsinin həlli

$$z(x,y,t)=V(x,y,t)+W(x,y,t),$$

şəklində axtarılır, belə ki, $V(x,y,t)$

$$\beta V_{tt}+V_t-\frac{\partial}{\partial t}\Delta V-\Delta V=u(x,y,t) \tag{22}$$

bircins olmayan tənliyinin

$$V(0,y,t)=V(x,0,t)=V(a,y,t)=V(x,b,t)=0, \tag{23}$$

$$V(x,y,0)=0,\ V_t(x,y,0)=0 \tag{24}$$

şərtlərinin ödəyən həlli, $W(x,y,t)$ isə

$$\beta W_{tt}+W_t-\frac{\partial}{\partial t}\Delta W-\Delta W=0 \tag{25}$$

tənliyinin

$$W(0,y,t)=W(x,0,t)=W(a,y,t)=W(x,b,t)=0 \tag{26}$$

sərhəd şərtlərini və

$$W(x,y,0)=0,\ W_t(x,y,0)=z_1(x,y) \tag{27}$$

başlanğıc şərtlərini ödəyən həllidir.

Əvvəlcə dəyişənləri ayırma üsulu (Furye üsulu) ilə (25), (26), (27) məsələsinin həlli üçün göstəriliş alınıb, sonra (22), (23), (24) məsələsi həll edilib və onların köməyi ilə (4), (5), (20) məsələsinin həlli üçün

$$z(x,y,t)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{k_2(m,n)-k_1(m,n)}\frac{1}{\beta}$$

$$\int_0^t\left[e^{k_2(m,n)(t-s)}-e^{k_1(m,n)(t-s)}\right]u_{mn}(s)ds+$$

$$+\frac{4}{ab}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^a\int_0^b\left\{\frac{-z_1(\xi,\eta)e^{k_1(m,n)t}}{k_2(m,n)-k_1(m,n)}+\frac{z_1(\xi,\eta)e^{k_2(m,n)t}}{k_2(m,n)-k_1(m,n)}\right\}\times \tag{28}$$

$$\times \sin\frac{m\pi\xi}{a}\sin\frac{n\pi\eta}{b}\,d\xi d\eta\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}$$

göstərilişi alınıb, (28)-in sağ tərəfindəki sıraların yığılması isbat edilib.

(28) göstərilişindən istifadə edərək (21) şərtinin köməyi ilə minimumun tapılması məsələsi

$$I_{mn}=\int_0^T u_{mn}^2(t)dt,\quad m,n=1,2,\dots$$

funksionalının (hər bir $m,n=1,2,\dots$ üçün)

$$\int_0^T\left[k_2(m,n)e^{k_2(m,n)(T-s)}-k_1(m,n)e^{k_1(m,n)(T-s)}\right]u_{mn}(s)ds=$$

$$=-\beta\left[k_2(m,n)e^{k_2(m,n)T}-k_1(m,n)e^{k_1(m,n)T}\right]z_{1mn},\ m,n=1,2,\dots.$$

şərti daxilində minimumunun tapılması məsələsinə gətirilib.

Sonra bu məsələnin

$$\tilde{u}_{mn}(t)=-\frac{\beta B_{mn}(0)z_{1mn}B_{mn}(t)}{\int_0^T B_{mn}^2(t)dt},$$

$$B_{mn}(t)=k_2(m,n)e^{k_2(m,n)(T-t)}-k_1(m,n)e^{k_1(m,n)(T-t)}$$

şəklində stasionar nöqtəsi tapılıb, bu nöqtənin I_{mn} funksionalına minimum verdiyi və

$$J=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^T u_{mn}^2(t)dt,$$

ikiqat sırasının yığıldığı isbat olunub. Daha dəqiq, belə teorem isbat olunub

Teorem 8.

$$u(x,y,t)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\tilde{u}_{mn}(t)\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}$$

sırası ilə təyin olunan $u(x,y,t)$ funksiyası baxılan funksionala minimum verir və (4), (5), (20) məsələsinin ona uyğun həlli (21) şərtini ödəyir.

NƏTİCƏ

Üç fəsildən ibarət olan dissertasiya işi üç tərtibli xüsusi törəməli tənliklə bağlı müxtəlif məsələlərdə optimallıq üçün zəruri şərtlərin çıxarılmasına və optimal idarəedicinin qurulmasına həsr olunub.

İşdə aşağıdakı nəticələr alınıb:

- qradiyent üçün düstur çıxarılıb və müxtəlif zəruri şərtlər, həm də bir xüsusi halda zəruri və kafi şərtlər alınıb;
- paylanmış parametrli və bir, həm də iki başlanğıc idarəedicilər olan minimal enerji ilə idarəetmə məsələsi şərti ekstremum məsələsinə gətirilib, həll ikiqat sıra şəklində qurulub və yığıldığı isbat olunub;
- qarışıq məsələnin həllinin, zamanın son anında sıfra bərabər olması şərti daxilində, stabilləşmə məsələsinin həllinə moment problemi tətbiq olunub;
- stabilləşmə məsələsinin həlli yığılan ikiqat sıra şəklində qurulub.

Dissertasiyanın əsas nəticələri müəllifin aşağıdakı elmi işlərində nəşr olunmuşdur:

1. Ягубова, М.М. Задачи оптимального управления в процессах, описываемых уравнением с частными производными третьего порядка // -Баку: Вестник Бакинского Университета, сер. физ.-мат. наук, -2015, №2, -с.77-89
2. Ягубова, М.М. О построении методом моментов оптимального управления для линейного уравнения третьего порядка с квадратичным критерием качества // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики», -2016, №4, -с.47-53
3. Ягубова, М.М. Решение одной задачи стабилизации с минимальной энергией в процессах описываемых линейным уравнением третьего порядка // -Баку: Journal of Qafqaz University, Mathematics and computer science, V.4, -2016, №1, -pp.87-94
4. Ягубова, М.М. Решение одной задачи оптимального управления с распределенным и стартовым управлениями //

Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, №1, -2016, -с.67-76

5. Ягубова, М.М. Об оптимальном управлении в одной системе с распределенным и стартовым управлениями // -Баку: Известия педагогического Университета,- 2015, №2, -с.27-34
6. Ягубова, М.М. Некоторые необходимые условия оптимальности в одной задаче, описываемой уравнением третьего порядка. AMEA-nın müxbir üzvü, Dövlət mükafatı laureatı, Əməkdar elm xadimi, professor Yəhya Məmmədovun anadan olmasının 85 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfransın materialları, -Bakı: -10 dekabr,- 2015-cı il, -с. 36-38
7. Ягубова, М.М. О решении одной задачи оптимального управления для линейного уравнения с частными производными третьего порядка / "Əməkdar elm xadimi, professor Əmir Şamil oğlu Həbibzadənin anadan olmasının 100-cu ildönümünə həsr olunmuş "Funksional analiz və onun tətbiqləri" adlı respublika elmi konfransının materialları, -Bakı: -2016, 22-23 iyun, -с.221-223
8. Ягубова, М.М. О приминении проблемы моментов к задаче управляемости в процессах, описываемых уравнением третьего порядка. Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının həqiqi üzvü, əməkdar elm xadimi, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor Məcid Lətif oğlu Rəsulovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş "Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatın aktual məsələləri" respublika elmi konfransının materialları, -Şəki: -28-29 oktyabr, 2016-cı il, -с. 178-179
9. Ягубова, М.М. Формула для градиента функционала и необходимые условия оптимальности в одной задаче управления, Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları, III Respublika Elmi konfransı, -Sumqayıt: -15,16 dekabr, -2016-cı il, -с16-17
10. Ягубова, М.М. О сведении одной задачи оптимального управления к задаче на условный экстремум в процессе, описываемого линейным уравнением с частными производными третьего порядка. AMEA-nın müxbir üzvü, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru professor Qoşqar Teymur oğlu Əhmədovun 100 illik yubilenyinə həsr olunmuş " Riyaziyyat və

mexanikanın aktual problemləri” respublika elmi konfransının materialları, -Baku: -02-03 noyabr, -2017-ci il, -s.295-297

11. Yaqubova, M.A. On a solution of an optimal control problem for the linear third order partial differential equation, Reports of national Academy of sciences of Azerbaijan, -2017, V.LXXIII, №1,-p.11-15
12. Yaqubova, M.M. Redusing the optimal control problem for third order equation to the unconditional problem. The 6th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications,-11-13 July,-2018 , -Baku Azerbaijan: - p.299-301
13. Ягубова, М.М. Об одной задаче оптимального управления для процессов описываемых линейным уравнением третьего порятка . Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения, Сборник тезисов Международной научной конференции, -УФА: РИЦ БашГУ, -10-14 марта, -2020, -с. 75

Dissertasiyanın müdafiəsi **“21” oktyabr 2022-ci il saat 14^{00} da** Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: Az 1141, Bakı şəhəri, B. Vahabzadə küç., 9.

Dissertasiya ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın electron versiyaları rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **«19» sentyabr 2022-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb:16.09.2022

Kağızın formatı: 60x84 1/16

Həcm: 35700

Tiraj: 50