

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

**ABSTRAKT KONVOLUTION OPERATOR-DİFERENSİAL
TƏNLİKLƏRİN MAKSİMAL REQULYARLIQ
XASSƏLƏRİ VƏ TƏTBİQLƏRİ**

İxtisas: 1211.01 – Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Hümbət Kazım oğlu Musayev**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2022

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universiteti Tətbiqi-Riyaziyyat Elmi-Tədqiqat İnstitutunun "Tərs məsələlər və qeyri-xətti tənliklər" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçi: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Vəli Binnət oğlu Şahmurov

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Tahir Sədi oğlu Hacıyev

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Allaberen Orazməhəmməd oğlu Aşurəliyev
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Nihan Əlipənah oğlu Əliyev
riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Bəhram Əli oğlu Əliyev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri:

AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., prof.
Misir Cumail oğlu Mərdanov

Dissertasiya şurasının elmi katibi:

f-r.e.n.

Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev

Elmi seminarın sədri:

AMEA-nın həqiqi üzvü, f-r.e.d., prof.

Yusif Əbülfət oğlu Məmmədov

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Maksimal requlyarlıq məsələləri son illərdə diqqəti cəlb edib və bu sahədə əhəmiyyətli irəliləyişlər əldə edilib. Bunun əsas səbəblərindən biri də qeyri-xətti məsələlər üçün vacib olan qiymətləndirmələrin alınmasıdır. Məsələn, xəttiləşdirmə metodlarından istifadə kvazixətti məsələlərə sadə bir yanaşma tapmağa imkan verir. Analoji xüsusiyyətləri ilə maksimal requlyarlığın bəzi məsələlərinə X.Amann, F.Klement, S.Li, J.Pruss, A.Lunardi, V.B.Şahmurovun və s. işlərində baxılmışdır.

Hilbert fəzalarında abstrakt tənliklərin maksimal L_p -requlyarlığı üçün ilk ümumi nəticə L.Simon tərəfindən 1964-cü ildə əldə edilmişdir. O, bu halda əmsal operatoruna əlavə məhdudiyyət qoyulmadan müsbət nəticə aldı. L.Simon isbat prosesində yalnız Hilbert fəzasında doğru olan Planşerel teoremindən istifadə edir.

Maksimal L_p – requlyarlığın mühüm nəticələrindən biri də O.Ladijenskaya, V.Solonnikov, N.Uralsevanın işlərində verilib. Onların isbatı potensial nəzəriyyəyə əsaslanır və asanlıqla ümumiləşdirilə bilməz.

XX-ci əsrin sonlarında N.Kalton $L_p(G)$ -fəzasında L.Simonun nəticəsinin doğru olmadığını göstərdi, burada $G \subset R^n$ hamar sərhədli məhdud oblastdır. Doğrudan da, əgər baxılan məsələ maksimal L_p -requlyarlıq xassəsinə malikdirsə, onda Banax fəzası Hilbert fəzasına izomorf olmalıdır. Operatorun diferensial operator olması xüsusilə maraqlıdır.

Bu sahədə ilk ümumi nəticə L.Veys tərəfindən 2001-ci ildə əldə edildi. L.Veys məhdudluğu daha güclü R -məhdudluq şərti ilə əvəz edərək, operator-funksiyalar (məhdudiyyət olmadan) üçün Mixlin teoremini isbat etdi. O, R –məhdudluq terminləri ilə fəzanın UMD Banax fəzası olduğu halda, maksimal L_p -requlyarlığın xarakteristikalarını aldı. İstifadə olunan teorem, operator qiymətli Furye multiplikatorları haqqında Mixlin tipli teoremdə və əvvəllər yalnız Hilbert fəzaları üçün doğru idi.

Planşerel teoreminə görə hər bir Hilbert fəzası UMD-fəzasıdır, həmçinin əgər E -UMD fəzasıdırsa, onda qapalı alt fəzalar da UMD-fəzalarıdır, və $L_p(\mu, E)$ (Ω, μ) - ölçüsü ilə bütün σ – sonluölçülü fəzalar üçün UMD-fəzasıdır, $p \in (1, +\infty)$.

R –məhdudluq anlayışını daxil edən J.Burqeynin işlərində buna bəzən Riss xassəsi də deyilir və “ R ” - “Təsadüfi məhdudluq” kimi təfsir edilmişdir.

R.Denk, M.Hiber və J.Prussun işlərində bu nəticələr inkişaf etdirilir və R –sektorial operatorlar sinfini müəyyənləşdirmək üçün sektoriallıq və R –məhdudluq anlayışları birləşdirilir. L.Veys tərəfindən təqdim olunan R –sektoriallıq terminləri ilə maksimal L_p – requlyarlığın xarakteristikaları isbat olunur.

L.Veysin işlərindən sonra operator-diferensial tənliklər nəzəriyyəsi R –məhdudluq, R –sektorial operatorlar, operator qiymətli Furiye multiplikatorları anlayışlarından istifadə edərək geniş tətbiqlər tapdı. Hilbert fəzalarında elliptik operator-diferensial tənliklər üçün müvafiq nəticələr var. Bəzi işlərdə Banax fəzalarında tam elliptik operator-diferensial tənliklər üçün lokal sərhəd məsələlərinə baxılır.

Maksimal requlyarlıq nəzəriyyəsi yarıxətti istilikkeçirmə tənliyi, sıxılmamış Naver-Stoks tənliyi və s. kimi xüsusi törəmli tənliklərin həllində də istifadə olunur.

Abstrakt fəzalarda elliptik operator-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin həlli metodu S.Q.Kreyenin məşhur kitabındakı abstrakt mülahizələrə və S.Aqmon, A.Duqlis və L.Nirenberqin klassik işlərində təqdim olunan fikirlərə əsaslanır. Sonra bu metod işlənilib və Hilbert fəzaları çərçivəsində S.Yakubov, Y.Yakubovun kitabında son şəkildə təqdim edilib.

Operator ailələrinin R – məhdudluq anlayışı və onun xətti Koşi məsələləri üçün maksimal requlyarlıqla olan əlaqəsi son illərdə əhəmiyyətli dərəcədə inkişaf etmişdir. Bu silsilə işlərin məqsədi bu istiqamətdə bəzi vacib nəticələrin ümumiləşdirilməsi və parabolik tipli xətti və qeyri xətti xüsusi törəmli diferensial tənliklərə tətbiq olunma səviyyəsini nümayiş etdirməkdir. Sonra bu nəticələrin xətti və qeyri xətti parabolik xüsusi törəmli diferensial tənliklərə necə

tətbiq oluna biləcəyi göstərilir. (məsələn: Naver-Stoks tənliyi, Stefan tipli məsələ və s.)

L_p tipli maksimal requlyarlıq, parabolik tipli kvazixətti və qeyri-avtonom tənliklərlə işləyərkən də vacib bir vasitədir.

Abstrakt elliptik sərhəd məsələləri üçün bu istiqamətdə yalnız bir neçə iş mövcuddur. Üstəlik, bu metod xüsusi törəmli diferensial tənliklərin çox geniş siniflərinə tətbiq oluna bilər.

Bu işdəki hədəflərimizdən biri, abstrakt elliptik sərhəd məsələlərinin həlli metodlarını çəkili Banax fəzalar çərçivəsində genişləndirməkdir. Bunun üçün R – məhdudluq və R –sektorial operatorlar anlayışlarından, operator qiymətli Furye multiplikatorları üçün L.Veys teoremindən və V.Arendt, M.Duellinin izomorfizm teoremindən istifadə etdik. Bundan əlavə, UMD Banax fəzalarında elliptik konvolusion operator-diferensial tənliklər üçün maksimal L_p -requlyarlıq əldə etdik. Sonra alınan abstrakt nəticələrin yüksək tərtibli elliptik tənliklər (parametrlı və ya parametrsiz) üçün sərhəd məsələlərinin həllinə müvafiq tətbiqini veririk.

Bu dissertasiya, çəkili Banax qiymətli fəzalarda qeyri məhdud operator əmsallı konvolusion operator-diferensial tənliklərinin maksimal requlyarlığının araşdırılmasına həsr edilib.

Teoremlərdə əsas şərt hansısa bir çoxluğun R –məhdudluğu ilə verilmişdir ki, bu da Banax fəzaları çərçivəsində çoxluğun normal məhdudluq anlayışının birbaşa ümumiləşdirilməsidir. Hilbert fəzalarında bu iki anlayış üst-üstə düşür. R –məhdudluğun tərifindən alırıq ki, hər bir R –məhdud operatorlar ailəsi məhduddur. Digər tərəfdən, Hilbert fəzalarında hər bir məhdud çoxluq R –məhduddur. Buna görə də, Hilbert fəzalarında R –məhdudluq anlayışı operatorlar ailəsinin məhdudluğuna ekvivalentdir. Çəkili fəzalarda müvafiq operator-funksiyaların Furye multiplikatorluğunun isbatı əsas teoremlərin isbatında həlledici məqamdır.

Bu işdə, UMD fəzalarında Mixlin multiplikatoru teoreminin operatorqiymətli versiyasını tez-tez istifadə edəcəyik ki, bu da L.Veysə aiddir. Biz həm də R^n fəzasında da bu teoremin versiyalarından istifadə edəcəyik.

İşdə, çəkili Banax fəzalarında cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklərdən ibarət olan məsələni də nəzərdən keçiririk.

Bu cür tənliklər müxtəlif tətbiqi məsələlərdə meydana gəlir. A.Favinin, A.Yaqinin monoqrafiyası bu problemlərə həsr olunmuşdur və konkret məsələlərə geniş tətbiqlər vardır. İ.Melnikov və A.Filinkovun kitabında da abstrakt cırlaşmış tənliklər nəzərdən keçirilir. Təkamül inteqro-diferensial tənlikləri adətən riyazi fizikada yaddaş effektlərinin vacib olduğu materiallara aid qanunlarla enerji balansı və ya impuls balansı kimi qanunlarla kombinasiyalı şəkildə yaranır.

Hilbert fəzalarında bu tip məsələlərin həlli kifayət qədərdir. Bunun səbəbi Hilbert fəzasında Planşerel teoreminin ödənməsidir. Fəza Hilbert fəzası olmadığı halda, Banax qiymətli funksiyalar üçün Planşerel teoreminin doğru olması üçün, baza fəzasının Hilbert fəzasına izomorf olması tələb olunur.

Cırlaşmamış inteqro-diferensial tənliklər üçün həm dövri, həm də qeyri-dövri hallarda müxtəlif funksional fəzalarda korrektiliyi əldə etmək üçün operator qiymətli Furye multiplikatorları, müxtəlif müəlliflər tərəfindən istifadə edilmişdir. Korrektiliyin və ya maksimal requlyarlığın nəticələri qeyri-xətti problemləri həll etməyə də imkan verir.

Tədqiqatın obyekt və predmeti. Konvolution operator-diferensial tənliklər və onların çəkili fəzalarda maksimal requlyarlığı.

Tədqiqatın məqsədi və vəzifələri. Dissertasiyanın məqsədi aşağıdakı əsas məsələləri həll etməkdir:

- Çəkili L_p fəzalarda konvolution operator-diferensial tənliklərin (KODT) öyrənilməsi;
- Konvolution tənliklərin həll zamanı yaranan operator-funksiyaların müntəzəm məhdudluğunun və R -məhdudluğunun isbatı;
- Cırlaşmış elliptik tənliklərin maksimal requlyarlığının öyrənilməsi;
- Cırlaşmış konvolution operator-diferensial tənliklərin həllinin varlığı və yeganəliyinin göstərilməsi və koersitiv qiymətləndirmələrin alınması;

- Çəkili Besov fəzalarında cırılan konvolusion operator-diferensial tənliklərin koersitivliyinin isbatı;
- Çəkili Besov fəzalarında parabolik operator-diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinin öyrənilməsi;
- Kvazixətti konvolusion elliptik tənliklərin və cırılan inteqro-diferensial tənliklərin sonsuz sisteminin həllinin tədqiqi;
- Elliptik konvolusion diferensial-operator tənliklər üçün Ventzel-Robin tipli sərhəd məsələsinin və müəyyən inteqro-diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinin tədqiqi;
- Parametrlərdən asılı konvolusion operator-diferensial tənliklərin müntəzəm separabellik xassələrinin göstərilməsi.

Tədqiqat metodları. İşdə Banax fəzalarında xətti operator-diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin metodları, funksional fəzalar nəzəriyyəsi, funksiyaların inteqralla ifadəsi nəzəriyyəsi və daxiletmə teoremləri, Furye multiplikatorları nəzəriyyəsi, Mixlin multiplikatoru teoreminin operator qiymətli versiyası, pozitiv və sektorial operatorlar nəzəriyyəsi, konvolusion nəzəriyyəsi (ümumiləşmiş funksiya və ya paylanma mənasında) və operatorlar yarımqrupu nəzəriyyəsindən istifadə edilib.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

Qeyri məhdud operator əmsalı konvolusion operator-diferensial tənliklərin separabellik xassələrinin tədqiqi,

Çəkili Besov fəzalarda konvolusion operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələrinin öyrənilməsi,

Çəkili fəzalarda konvolusion operator-diferensial tənliklərin koersitivliyinin isbatı və onların tətbiqi,

Parametrlə konvolusion operator-diferensial tənliklərin bəzi xassələrinin öyrənilməsi,

o cümlədən

- çəkili Banax fəzalarda konvolusion operator-diferensial tənliklərin həllinin alınması, həllinin varlıq və yeganəliyinin isbat edilməsi;

- konvolusion tənliklərin həllinin araşdırılması zamanı alınan operator-funksiyaların müntəzəm məhdudluğunun və R – məhdudluğunun isbatı;

- çəkili fəzalarda qarışıq törəmli cırlaşmış konvolution operator-diferensial tənliklər üçün maksimal requlyarlığı təmin edən kafilik şərtlərinin tapılması və koersitiv qiymətləndirmənin alınması;
 - cırlaşmış konvolution parabolik tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyinin isbatı;
 - nəzərdən keçirilmiş məsələnin yaratdığı operatorun rezolventası üçün uyğun qiymətləndirmənin isbatı;
 - kvazixətti elliptik konvolution operator-diferensial tənliklərin həlli üçün koersitiv qiymətləndirmənin alınması;
 - çəkili fəzalarda cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklərin sonsuz sistemləri üçün uyğun rezolventanın qiymətləndirilməsi və koersitiv qiymətləndirmənin alınması;
 - cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklər üçün Ventzel-Robin tipli sərhəd şərtləri olan qarışıq məsələnin həllinin varlığı üçün şərtlərin tapılması və koersitiv qiymətləndirmənin alınması;
 - Parametrlı cırlaşmış xətti konvolution operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlığının araşdırılması və parametrdən asılı olan konvolution operator-diferensial tənliklərin həllinin koersitiv qiymətləndirməsinin alınması.
- Tədqiqatın elmi yeniliyi.** Dissertasiya işində aşağıdakı yeni nəticələr əldə edilib:
- Çəkili Banax qiymətli fəzalarda konvolution operator-diferensial tənliklərin həllinin ifadəsi alınır;
 - Konvolution tənliklərin həllində yaranan operator-funksiyaların müntəzəm məhdudluğu və R -məhdudluğu isbat olunur;
 - Qarışıq törəmli cırlaşan konvolution operator-diferensial tənliklərin həllinin çəkili fəzalarda varlığı və yeganəliyi isbat olunmuş, koersitiv qiymətləndirmə alınmışdır;
 - Müəyyən xətti məsələlərin çəkili Banax qiymətli fəzalarda separabelliyi üçün kafi şərt alınmışdır;
 - Koersitiv qiymətləndirmənin köməylə cırlaşan konvolution parabolik tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyi göstərilir;

- Baxılan məsələnin yaratdığı operatorun rezolventasının varlığı öyrənilir və uyğun qiymətləndirmə alınır;
- Kvazixətti elliptik konvolution operator-diferensial tənliklərin həlli üçün qiymətləndirmə alınır;
- Anizotrop tipli konvolution diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinə baxılmış və çəkili qarışıq normalı fəzalarda maksimal requlyarlığı isbat olunmuşdur;
- Cırılşan inteqro-diferensial tənliklərin sonsuz sistemləri üçün çəkili fəzalarda koersitiv qiymətləndirmənin və rezolventa üçün uyğun qiymətləndirmənin doğruluğu göstərilmişdir;
- Cırılşan inteqro-diferensial tənliklər üçün Ventzel-Robin tipli sərhəd şərtlərinə malik qarışıq məsələnin həllinin varlığı üçün şərt müəyyənənləşdirilmiş və qiymətləndirmə alınmışdır;
- Parametrlı xətti və cırılşan konvolution operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlığı müəyyənənləşdirilir;
- Parametrdən asılı konvolution operator-diferensial tənliklərin həlli üçün koersitiv qiymətləndirmə isbat olunur.

Cırılşmış KODT koersitiv həlli haqqında olan teoremlər müvafiq konkret tənliklərin və sərhəd məsələlərin öyrənilməsinə stimuly verir. Xüsusi məsələlərin həllində ikinci və üçüncü fəsillərdə əldə olunan metodlardan istifadə olunur. Qeyd edək ki, klassik metodlar burada tətbiq olunmur.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Çəkili Banax fəzalarında abstrakt elliptik sərhəd məsələlərinin həlli üçün metodlar genişləndirilmişdir. Müxtəlif növ cırılşmış inteqro-diferensial və xətti konvolution operator-diferensial tənliklərə baxılıb - hər iki halda isbat edilmiş nəticələr kvazixətti elliptik konvolution operator-diferensial tənliklər nəzəriyyəsində xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Əvvəlcə, abstrakt xətti operatorun maksimal requlyarlığını təmin edən kafilik şərti müəyyənənləşdirilir.

İkinci fəslin nəticələri xüsusi törəməli xətti və qeyri-xətti parabolik tənliklərin həllinə tətbiq olunur (məsələn: Navier-Stoks tənliyi, Stefan tipli məsələ və s.). Bundan əlavə, əldə edilən nəticələr yüksək tərtibli parametrlı və ya parametrsiz elliptik tənliklər üçün sərhəd məsələlərinə tətbiq olunur.

Operator funksiyaların müntəzəm R –məhdudluğu konvolution operator-diferensial tənliklərin həlli üçün koersitiv qiymətləndirmələrin isbatı zamanı istifadə olunur.

Məlumdur ki, parametrli diferensial tənliklər fiziki proseslərin modelləşdirilməsində mühüm rol oynadığından kiçik parametrli konvolution operator-diferensial tənliklər də riyazi fizika məsələləri nəzəriyyəsinin inkişafında mühüm rol oynayır.

Fizikada və təbii elmlərdə yaranan xüsusi törəmli diferensial tənliklər, məsələn, məsaməli mühütlərdə mayenin süzülməsi, termodinamikada və dinamik sistemlər üçün tənliklər nəzəriyyəsində çoxsaylı məsələlər cırlaşan konvolution operator-diferensial tənliklərin köməyi ilə modelləşdirildiyindən baxılan tənliklərin maksimal requlyarlığının praktik əhəmiyyəti bəlli olur. Ən tipik nümunə A operatorun Laplasian olmasıdır.

Maksimal requlyarlıq kvazixətti və qeyri-avtonom parabolik tənliklərlə işləyərkən vacib bir üsuldur. Riyazi fizikanın enerjinin və ya impulsun saxlanması qanunları və s. kimi bir çox proseslər də çəkili Banax qiymətli fəzalarda cırlaşan inteqro-diferensial tənliklərin köməyi ilə modelləşdirilir.

Məlumdur ki, diferensial və psevdodiferensial operatorların bir çox sinifinin pozitivlik və sektoriallıq (analoji olaraq, R –pozitivlik və R –sektoriallıq) xassələri var. Buna görə də, xüsusi fəzalar və bu fəzalarda təsir edən xüsusi operatorlar seçərək, fərqli fəzalarda fərqli sinif cırlaşmış konvolution tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələrini və parabolik konvolution operator-diferensial tənliklər və ya onların sistemləri üçün Koşi məsələsini almış oluruq.

Baxılan məsələlərdə E Banax fəzası və xətti A operatoru ixtiyari olduğundan, E fəzasını və A operatorunu seçərək, biz müxtəlif fiziki sistemlərdə geniş istifadə olunan konvolution elliptik operatorların requlyarlıq xassələri, elliptik, kvazielliptik tənliklərin və onların sistemlərinin çoxsaylı siniflərinin sinqulyar həyəcanlanma xassələri haqqında müxtəlif nəticələr əldə edə bilirik.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyada əldə olunmuş əsas müddəalar və nəticələr müxtəlif beynəlxalq, respublika konfranslarında, seminarlarda məruzə və müzakirə edilmişdir:

Q.T.Əhmədovun 80 illik yubileyinə həsr olunmuş konfransda (Bakı –1998), gənc alimlərin 61-ci elmi konfransında (Bakı-2000), "Diferensial tənliklər və onların tətbiqi" mövzusunda elmi konfransda (Bakı-2002), professor Q.K.Namazovun 70 illik yubileyinə həsr olunmuş elmi konfransda (Bakı-2002), "X International conference on mathematics and mechanics devoted to the 45th anniversary of Institute of Mathematics and Mechanics" (Baku-2004), "International conference on mathematics and mechanics devoted to the 50-th anniversary from birthday of member of the correspondent of NASA, professor İ.T.Mamedov" (Baku-2005), akademik A.Hüseynovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş elmi konfransda (Bakı-2007), Azərbaycanın Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin 85 illik yubileyinə həsr olunmuş Respublika konfransında (Bakı-2008), "The 2nd International conference on control and optimization with Industrial Applications" (Baku-2008), «The 3^d congress of the world mathematical society of Turkish countries» (Almaty-2009), "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı beynəlxalq konfransda (Bakı-2010), "International conference devoted to the 80-th anniversary of academician F.G.Magsudov" (Baku-2010), "The 4^d congress of the Turkish World Mathematical Society" (Baku-2011), "The international conference devoted to the 100-th anniversary of academician Z.İ.Khalilov" (Baku- 2011), "The international conference devoted to the 100-th anniversary of academician İ.İ.İbrahimov" (Baku-2012), "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı elmi konfransda (Bakı-2012), "Magistrantlar, doktorantlar və gənc tədqiqatçılar" adlı Respublika konfransında (Bakı-2012), Azərbaycanın Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin 90 illik yubileyinə həsr olunmuş Respublika konfransında (Bakı-2013), "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı beynəlxalq konfransda (Bakı-2014), "The international conference devoted to the 55-th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics" (Baku-2014),

Azərbaycanın Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 91-ci ildönümünə həsr olunmuş Respublika konfransında (Bakı-2014), "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı elmi konfransda (Bakı-2014), "Magistrantlar, doktorantlar və gənc tədqiqatçılar" adlı Respublika konfransında (Bakı-2014), Azərbaycanın Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 94-cü ildönümünə həsr olunmuş Respublika konfransında (Bakı-2017), AMEA-nın üzvü prof. Q.T.Əhmədovun 100 illik yubileyinə həsr olunmuş Respublika elmi konfransında (Bakı-2017), "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı elmi konfransda (Bakı-2018), «The 6th International Conference on “Control and Optimization with industrial applications» (Baku-2018), “3rd International Conference on “Operators in General Morry-type spaces and applications” (Kutahya-2019), Azərbaycanın Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş Respublika konfransında (Bakı-2019), “The International conference devoted to the 60th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics of Azerbaijan National Academy of Sciences (ANAS)”, 2019, BDU Tətbiqi Riyaziyyat ETİ elmi seminarlarında (rəh.-akademik F.Ə.Əliyev), AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Ümuminstitut seminarlarında (rəh.-AMEA-nın müxbir üzvü prof. M.C.Mərdanov), AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Riyazi analiz" şöbəsinin (rəh.-AMEA-nın müxbir üzvü prof. V.S.Quliyev) elmi seminarlarında, BDU-nun "Diferensial və integral tənliklər" kafedrasının seminarlarında (rəh.-prof. Y.T.Mehrəliyev), həmçinin ADPU-nun "Funksiyalar nəzəriyyəsi" kafedrasının seminarlarında, Memarlıq və İnşaat Universitetinin “Ali Riyaziyyat” kafedrasının seminarlarında, İstanbul Okan Universitetinin Təbiət Elmləri şöbəsinin elmi seminarlarında.

İddiaçının şəxsi töhfəsi. Alınmış bütün nəticələr müəllifə aiddir.

Müəllifin nəşrləri. Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında AAK–ın tövsiyə etdiyi nəşriyyatlarda **30** məqalə, **26** tezis nəşr olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutunun "Tərs məsələlər və qeyri-xətti tənliklər" şöbəsində yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiyanın əsas məzmunu 368000 işarədən (I fəsil – 96000, II fəsil – 44000, III fəsil – 88000, IV fəsil – 60000, V fəsil – 80000 işarə), giriş 80000 işarədən, mündəricat 750 işarədən, nəticə 2000 işarədən, titul səhifəsi isə 250 işarədən ibarət olmaqla dissertasiyanın ümumi həcmi 451000 işarədən ibarətdir.

DİSSERTASIYANIN MƏZMUNU

Girişdə mövzunun aktuallığı əsaslandırılır, dissertasiya mövzusunə aid işlər haqqında qısa məlumat verilir və dissertasiyanın qısa icmalı təqdim olunur.

Dissertasiyanın 1-ci fəslə çəkili L_p –fəzalarında konvolusion operator-diferensial tənliklərin araşdırılmasına həsr edilmişdir. Üstəlik, bu məsələlərin həlli zamanı yaranan operator funksiyalarının müntəzəm məhdudluğu nəzərdən keçirilir.

Tutaq ki, E – banax fəzasıdır, $\gamma = \gamma(x)$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – ölçülən $\Omega \in R^n$ alt çoxluğunda müsbət ölçülə bilən çəkili funksiyadır.

Tutaq ki, \mathbb{C} kompleks ədədlər çoxluğuudur və

$$S_\varphi = \{\lambda; \lambda \in \mathbb{C}, |\arg \lambda| \leq \varphi\} \cup \{0\}, 0 \leq \varphi < \pi.$$

Əgər $D(A(x))$ E -də sıxdır və x -dən asılı deyilsə və müsbət M sabiti mövcuddursa, $\forall x \in \mathbb{R}$, $\lambda \in S_\varphi$, $\varphi \in [0, \pi)$ üçün,

$$\|(A(x) + \lambda I)^{-1}\|_{\mathcal{L}(E)} \leq M(1 + |\lambda|)^{-1}$$

onda E –Banax fəzasında qapalı xətti operator-funksiya $A = A(x)$, $x \in \mathbb{R}$ müntəzəm φ – pozitiv adlanır, burada $I - E$ – də vahid operatordur, $\mathcal{L}(E)$ - E -də məhdud xətti operatorlar fəzasıdır.

Fərz edək ki, E_1 və E_2 – iki Banax fəzasıdır. Əgər $u \rightarrow Tu = F^{-1}\Psi(\xi)Fu$, $u \in S(R^n; E_1)$ inikası sıxdır və məhdud xətti $T: L_{p,\gamma}(R^n; E_1) \rightarrow L_{p,\gamma}(R^n; E_2)$, operatoruna qədər davam etdirilirsə, onda $\Psi \in L_\infty(R^n; \mathcal{L}(E_1, E_2))$ funksiyası $L_{p,\gamma}(R^n; E_1)$ -dən $L_{p,\gamma}(R^n; E_2)$ -yə, $p \in (1, \infty)$ multiplikator adlanır.

$L_{p,\gamma}(R^n; E_1)$ –dən $L_{p,\gamma}(R^n; E_2)$ -ə olan Furye multiplikatorlar fəzası $M_{p,\gamma}^{p,\gamma}(E_1, E_2)$ - kimi işarə olunacaq. $E_1 = E_2$ üçün $M_{p,\gamma}^{p,\gamma}(E_1, E_2)$ -i $M_{p,\gamma}^{p,\gamma}(E)$ kimi işarə edək. Bəzi parametrlər çoxluğunu $M(h)$ kimi işarə edək.

Tutaq ki, $T_h = \{\Psi_h \in M_{p,\gamma}^{p,\gamma}(E_1, E_2), h \in M(h)\}$ $M_{p,\gamma}^{p,\gamma}(E_1, E_2)$ -də multiplikatorlardır. Əgər $h \in M(h)$ -dən asılı olmayan müsbət M sabiti varsa, bütün $h \in M(h)$ və $u \in S(R^n, E_1)$ üçün

$$\|F^{-1}\Psi_h Fu\|_{L_{p,\gamma}(R^n; E_2)} \leq M\|u\|_{L_{p,\gamma}(R^n; E_1)}$$

onda deyirlər ki, T_h - müntəzəm məhdud multiplikatorlar dəstidir (MMM).

Əgər müsbət C sabiti varsa, bütün kompakt $Q \subset \mathbb{R}^n$ üçün

$$\sup_Q \left(\frac{1}{|Q|} \int_Q \gamma(x) dx \right) \left(\frac{1}{|Q|} \int_Q \gamma^{-\frac{1}{p-1}}(x) dx \right)^{p-1} \leq C,$$

onda deyəcəyik ki, $\gamma(x)$ çəki funksiyası A_p şərtini ödəyir, yəni $\gamma(x) \in A_p$, $1 < p < \infty$.

Əgər $L_p(\mathbb{R}, E)$, $p \in (1, \infty)$ -də Hilbert operatoru

$$(Hf)(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{|x-y|>\varepsilon} \frac{f(y)}{x-y} dy$$

məhduddursa, onda E Banax fəzası UMD fəzası adlanır. Məsələn, L_p, l_p və L_{pq} , $p, q \in (1, \infty)$ Lorens fəzası UMD fəzasına daxildir.

Əgər elə $C > 0$ sabiti mövcuddursa, $T_1, T_2, \dots, T_m \in K$ və $u_1, u_2, \dots, u_m \in E_1$, $m \in \mathbb{N}$ üçün

$$\int_0^1 \left\| \sum_{j=1}^m r_j(y) T_j u_j \right\|_{E_2} dy \leq C \int_0^1 \left\| \sum_{j=1}^m r_j(y) u_j \right\|_{E_1} dy,$$

onda $K \subset \mathcal{L}(E_1, E_2)$ çoxluğu R -məhdud adlanır, burada $\{r_j\}$ - $[0, 1]$ -də asılı olmayan simmetrik $\{-1, 1\}$ - qiymətli təsadüfi dəyişənlər ardıcılığıdır və \mathbb{N} natural ədədlər çoxluğudur, bərabərsizliyi doğru edən ən kiçik C , K - nın R -sərhədi adlanır və $R(K)$ ilə işarələnir.

Əgər $\forall \Psi \in L_\infty(\mathbb{R}, \mathcal{L}(E))$ üçün

$$\{\xi |^k D^k \Psi(\xi): \xi \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, k = 0, 1\}$$

çoxluğunun R -məhdudluğundan alınır ki, $\Psi \in L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$ -dən $L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$ -yə Furiye multiplikatorudur, yəni $\Psi \in M_{p,\gamma}^{p,\gamma}(E)$, $\forall p \in (1, \infty)$, onda E Banax fəzası p -yə və γ çəki funksiyasına nəzərən cəkili multiplikator şərtini ödəyən fəza adlanır.

Qeyd edək ki, Hilbert fəzalarında normaya görə məhdud olan hər bir çoxluq R –məhduddur. Buna görə Hilbert fəzalarında pozitiv operatorların hamısı R –pozitivdir.

Birinci fəslin birinci bölməsində çəkili L_p fəzalarında konvolusion elliptik operator-diferensial tənlikləri baxılır. Çəkili Banaxqiymətli L_p –sinifində qeyri-məhdud operator əmsallı konvolusion operator-diferensial tənliklərin separabellik xassələri araşdırılır. Müvafiq operatorun rezolventasının koersitiv qiymətləndirilməsi alınır.

Son illərdə, xüsusən parabolik və elliptik tipli operator-diferensial tənliklər üçün maksimal requlyarlıq xassələri geniş öyrənilmişdir. Üstəlik, konvolusion diferensial tənliklərə, məsələn, A.Benedek, A.Kalderon, V.B.Şahmurov və başqalarının işlərində baxılıb. Vektor fəzalarda konvolusion tənliklər H.Amann, M.Qirardi, L.Veys, Ç.Lizam, V.B.Şahmurov, M.Varm, F.Zimmerman və s. tərəfindən öyrənilib. Lakin konvolusion operator-diferensial tənliklər nisbətən az tədqiq edilib.

Birinci hissədə əsas məqsəd, E –qiymətli çəkili L_p –fəzalarında aşağıdakı konvolusion operator-diferensial tənliyin maksimal requlyarlıq xassəsini müəyyənləşdirməkdir,

$$\sum_{k=0}^l a_k * \frac{d^k u}{dx^k} + A * u = f(x), \quad (0.1)$$

burada $A = A(x) - E$ Banax fəzasında xətti qeyri-məhdud operatorudur, $a_k = a_k(x) - \mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$ -də kompleks qiymətli funksiyadır.

Pozitiv operatorların rezolventasının xassələrindən istifadə edərək, Furye çevrilməsini və məlum Hausdorf-Yunq bərabərsizliyini tətbiq edərək aşağıdakı lemma isbat edilmişdir.

Lemma 0.1. Tutaq ki, $a_k \in L_1(\mathbb{R})$, $k = 0, 1, 2, \dots, l$, və $\hat{A}(\xi) E$ -də müntəzəm φ – pozitivdir, $\varphi \in [0, \pi)$. Bundan əlavə, fərz edək ki $L(\xi) = \sum_{k=0}^l \hat{a}_k(\xi)(i\xi)^k \in S_{\varphi_1}$, $\varphi_1 < \pi - \varphi$ və elə müsbət $C > 0$ sabiti mövcuddur ki,

$$|L(\xi)| \geq C |\xi|^l \sum_{k=0}^l |\hat{a}_k(\xi)|, \quad \xi \in \mathbb{R} \setminus \{0\}. \quad (0.2)$$

Onda müvafiq məsələlərin həll zamanı alınan operator-funksiyalar

$$\lambda[\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)]^{-1}, \quad \hat{A}(\xi)[\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)]^{-1},$$

$$\sum_{k=0}^l |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \hat{a}_k(\xi) (i\xi)^k [\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)]^{-1}$$

müntəzəm məhduddur.

Lemma 0.2. Tutaq ki, (0.2) doğrudur və $\hat{A}(\xi)$ E -də muntəzəm R – pozitivdir. Onda aşağıdakı çoxluqlar

$$\left\{ \lambda[\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)]^{-1}; \xi \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \right\},$$

$$\left\{ \hat{A}(\xi)[\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)]^{-1}; \xi \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \right\},$$

$$\left\{ \sum_{k=0}^l |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \hat{a}_k(\xi) (i\xi)^k \hat{A}(\xi)[\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)]^{-1}; \xi \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \right\}$$

müntəzəm R – məhduddur.

Bundan əlavə, L_p çəkili fəzalara aid olan hər bir f funksiya üçün operator- funksiyasının məhdud olmasından istifadə edərək

$$\sum_{k=0}^l |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \left\| a_k * \frac{d^k u}{dx^k} \right\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R};E)} + \|A * u\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R};E)} + |\lambda| \|u\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R};E)}$$

$$\leq C \|f\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R};E)},$$

$$\lambda \in S_\varphi, \quad \varphi \in [0, \pi).$$

müntəzəm koersitiv qiymətləndirməsini isbat edirik.

Birinci fəslin ikinci bölməsi operator qiymətli funksiyaların (operator-funksiyaların) məhdudluğunun öyrənilməsinə həsr edilib.

Tutaq ki,

$$\hat{a}_k \in C^{(m)}(\mathbb{R}), \quad \hat{A}^{(m)}(\xi) \hat{A}^{-1}(\xi) \in C^{(m)}(\mathbb{R}; \mathcal{L}(E)), \quad \xi_0 \in \mathbb{R}$$

$$\left| \hat{a}_k^{(m)}(\xi) \right| < M_1, \quad |\xi^m \hat{a}_k(\xi)| \leq M_2, \quad \left\| \hat{A}^{(m)}(\xi) \hat{A}^{-1}(\xi) \right\|_{\mathcal{L}(E)}$$

$$\leq M_3, \quad \left\| \xi^m \hat{A}^{(m)}(\xi) \hat{A}^{-1}(\xi) \right\|_{\mathcal{L}(E)} \leq M_4, \quad (0.3)$$

burada $m = 1, 2, \dots$ и $M_i, i = 1, 2, 3, 4$ müsbət sabitlərdir.

Sadəlik üçün $H(\xi, \lambda) = [\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)]^{-1}$ işarə edirik, həmçinin

$$G_1(\xi, \lambda) = \sum_{k=0}^l |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \hat{a}_k(\xi) (i\xi)^k H(\xi, \lambda), \quad G_2(\xi, \lambda) = \hat{A}(\xi, \lambda) H(\xi, \lambda),$$

$$G_3(\xi, \lambda) = \lambda H(\xi, \lambda).$$

Bu şərtlər altında isbat olunur ki, $G_i'(\xi, \lambda) = \frac{d}{d\xi} G_i(\xi, \lambda)$ operator funksiyaları müntəzəm məhdudlardır, $i = 1, 2, 3$.

Alınan nəticələri yekunlaşdıraraq aşağıdakı təklifi isbat edirik:

Təklif. Yuxarıdakı şərtlər daxilində $G_i^{(m)}(\xi, \lambda)$, $i = 1, 2, 3$, $m = 0, 1, 2$, operator-funksiyaları müntəzəm məhduddur və

$$|\xi|^m \left\| G_i^{(m)}(\xi, \lambda) \right\|_{\mathcal{L}(E)} \leq C$$

bərabərsizliyi ödənilir.

Birinci fəslin üçüncü bölməsində çəkili L_p - fəzalarında konvolusion operator-diferensial tənliklərinin separabellik xassələrinin və həllinin araşdırılması zamanı əldə edilən operator funksiyaların R – məhdudluğunu isbat edirik.

Lemma 0.3. Tutaq ki, (0.2) и (0.3) yerinə yetirilir. Fərz edək ki, $\hat{A}(\xi) \in E$ – də müntəzəm R –pozitivdir və elə müsbət C_1 və C_2 sabitləri mövcuddur ki,

$$R \left(\left\{ \xi \frac{d}{d\xi} \hat{A}(\xi) (\hat{A}(\xi) + \xi)^{-1}; \xi \in S_\varphi \right\} \right) \leq C_1$$

$$\left| \xi \frac{d}{d\xi} \hat{a}_k(\xi) \right| \leq C_2.$$

Əgər E – Banax fəzaları çəkili multiplikatorlar şərtini ödəyirsə, onda $\lambda \in S_\varphi$, $\varphi \in [0, \pi)$ -üçün aşağıdakı çoxluqların

$$\left\{ \xi \frac{d}{d\xi} G_i(\xi, \lambda); \xi \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \right\}$$

müntəzəm R –məhdudluğu isbat olunur, yəni

$$\sup_{\lambda} R(\xi \{G_i'(\xi, \lambda)\}) \leq C_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Buradan alınır ki, $G_i(\xi, \lambda)$ operator-funksiyaları $L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$ -də müntəzəm məhdud multiplikatorlar dəstəsidir. Nəhayət, əgər $\hat{A}(\xi)$

$\varphi \in [0, \pi)$ -üçün müntəzəm pozitivdirsə, onda L operatoru $L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$ -də analitik yarımqrup yaradır.

1-ci fəslin üçüncü bölməsində aşağıdakı məsələnin yaratdığı operatorların müntəzəm R –pozitivliyi və R –sektoriallığı araşdırılır

$$D(L) = W_{p,\gamma}^l(\mathbb{R}^n; E(A), E),$$

$$Lu = \sum_{k=0}^l a_k * \frac{d^k u}{dx^k} + A * u = f. \quad (0.4)$$

Bu bölmədə həm də $\lambda \in S_\varphi, |\lambda| \geq \lambda_0 > 0$ - üçün L operatorunun rezolventasının varlığı və aşağıdakı qiymətləndirmə isbat olunur

$$\sum_{k=0}^l |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \left\| a_k * \left[\frac{d^k}{dx^k} (L + \lambda)^{-1} \right] \right\|_{\mathcal{L}(X)} + \|A * (L + \lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(X)} + \|\lambda(L + \lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(X)} \leq C.$$

Bu L operatorunun $L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$ -də pozitiv olduğunu göstərir. L operatorunun R - pozitivliyini göstərmək üçün, $\{\lambda(L + \lambda)^{-1}; \lambda \in S_\varphi\}$ çoxluğunun R –məhdudluğunu göstərməliyik.

Məlumdur ki,

$$\lambda(L + \lambda)^{-1} = F^{-1} \lambda [\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)]^{-1} \hat{f}, \quad f \in L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E).$$

Analoji şəkildə isbat edilir ki, λ -dəyişənindən, ξ -parametrindən asılı olan $\lambda[\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)]^{-1}$ operator-funksiyaları $L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$ -də müntəzəm məhdud multiplikatorlardır. Onda bütün $\xi \in \mathbb{R}, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in S_\varphi, f_1, f_2, \dots, f_m \in L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$ -üçün R –məhdudluğun tərifindən aşağıdakı bərabərsizliyi alırıq

$$\int_0^1 \left\| \sum_{j=1}^m r_j(y) \lambda_j (L + \lambda_j)^{-1} f_j \right\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)} dy \leq C \int_0^1 \left\| \sum_{j=1}^m r_j(y) f_j \right\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)} dy.$$

Eyni şəkildə, əgər L operatoru $L_{p,\gamma}(\mathbb{R}; E)$ -də sektorialdır, onda (0.4) məsələsinin yaratdığı operatorların R –sektoriallığı isbat olunur.

Operatorların R –sektoriallığı və R –pozitivliyi, çəkili və UMD fəzalarında xətti və qeyri-xətti konvolusion operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlıq məsələlərinin öyrənilməsində geniş istifadə olunur. Furye multiplikatorlar nəzəriyyəsi, həllin ifadəsi, pozitiv və sektorial operatorlar nəzəriyyəsi və paylanma mənasında konvolusion nəzəriyyə və s. bu məsələləri araşdırma metodudur.

Qeyd edək ki, bu nəticələr, parabolik tipli konvolusion operator-diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin maksimal requlyarlıq xassələrini əldə etmək üçün istifadə olunur.

Birinci fəslin dördüncü bölməsində aşağıdakı cırlaşmış konvolusion operator-diferensial tənliklər (KODT) nəzərdən keçirilir,

$$\sum_{k=0}^l a_k * \frac{d^{[k]}u}{dx^{[k]}} + A * u + \lambda u = f(x), \quad (0.5)$$

burada $\frac{d^{[k]}u}{dx^{[k]}} = \left(\gamma(x) \frac{d}{dx}\right)^k u(x)$, $\gamma(x) \in \mathbb{R}$ -də müsbət ölçülən funksiya, və $A - E$ Banax fəzasında xətti operatorudur. $a_k * \frac{d^{[k]}u}{dx^{[k]}}$ və $A * u$ konvolusionu paylanma mənasında müəyyən edilir.

Qeyd edək ki, elliptik tipli cırlaşmış tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin öyrənilməsi ilə əlaqədar olaraq, funksiyaların çəkili fəzalar nəzəriyyəsi yaradıldı. Yeri gəlmişkən, çəkili fəzaların ümumi daxiletmə nəzəriyyəsinə L.D. Kudryavtsev yaratmışdır, və sonrakı inkişafına müxtəlif müəlliflərin işləri həsr olunmuşdur.

Son zamanlarda cırlaşmış tənliklər bir çox müəllifin diqqətini çəkib. Həm birtərtibli həm də ikitərtibli tənliklərə baxılıb. $Mu(0) = Mu(2\pi)$ - dövrü sərhəd şərti ilə cırlaşmış birtərtibli tənlik

$$(Mu)'(t) = Au(t) + f(t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi,$$

uyğun fərziyyələrlə C.Lizama və R.Ponse tərəfindən öyrənilmişdir. Onlar bu məsələnin korrektiliyini təmin etmək üçün $L_p(0, 2\pi; X)$ Lebeq-Bohner fəzalarında, $B_{p,q}^s(0, 2\pi; X)$ Besov

fəzalarında və $F_{p,q}^s(0,2\pi; X)$ Tribil-Lizorkin fəzalarında zəruri və kafi şərtlər müəyyənləşdirdilər.

Bu yaxınlarda S.Bu dövrü sərhəd şərtləri olan ikitərtibli cırlaşmış tənliyi araşdırdı və müvafiq fəzalarda məsələnin korrektiliyini təmin etmək üçün zəruri və kafi şərtlər əldə etdi.

Aşağıdakı cırlaşmış (eyni zamanda Sobolev adlanır) tipli diferensial tənliyin həllinin maksimal requlyarlığı

$$D^\alpha(Mu(t)) = Au(t) + f(t), \quad t \in \mathbb{R},$$

burada A və $M - X$ Banax fəzasında uyğun olaraq $D(A)$ və $D(M)$ oblastları ilə təyin edilmiş iki qapalı xətti operatorudur və $D(A) \cap D(M) \neq \{0\}$, $f: \mathbb{R} \rightarrow X$ funksiyası vektorqiymətli $S(\mathbb{R}, X)$ - fəzasına aiddir, A.Favinin və A.Yaqinin monoqrafiyalarında ətraflı öyrənilmişdir.

Fizikada və tətbiqi elmlərdə yaranan çox sayda xüsusi törəməli diferensial tənliklər (məsələn, məsaməli mühütdə mayenin süzülməsi, termodinamikada və ya dinamik sistemlərin idarəetmə nəzəriyyəsində) bu model formasında ifadə edilə bilər. Ən tipik bir nümunə $A = \Delta$ - Laplasian, $M = m$ - isə $m(x)$ funksiyasının multiplikator operatorudur. Onda cırlaşmış diferensial tənliklər ($\alpha = 1$ halında) doymamış məsaməli mühütlərdə mayenin süzülməsini təsvir edir.

(0.5) tənliyin yeganə həllinin

$$\sum_{k=0}^l |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \left\| a_k * \frac{d^{[k]}u}{dx^{[k]}} \right\|_{L_p(\mathbb{R}; E)} + \|A * u\|_{L_p(\mathbb{R}; E)} + |\lambda| \|u\|_{L_p(\mathbb{R}; E)} \leq C \|f\|_{L_p(\mathbb{R}; E)},$$

və müntəzəm koersitiv qiymətləndirməsinin, varlığını göstərmək üçün $y = \int_0^x \gamma^{-1}(z) dz$ əvəzləməsindən istifadə edirik. Onda müntəzəm koersitiv qiymətləndirmə əsasında cırlaşmamış məsələ üçün də bir təklif alırıq.

2-ci fəsil, qeyri-məhdud operator əmsallı konvolusion operator-diferensial tənliklərinin separabellik xassələrinin öyrənilməsinə həsr olunub.

Konvolusion diferensial tənliklər nəzəriyyəsində, operator-qiymətli Furye multiplikatorları xüsusi maraq kəsb edir. Diferensial, operator-diferensial və konvolusion operator-diferensial tənlikləri müxtəlif müəlliflərin işlərində araşdırılıb. J.Prüss, V.B.Şahmurov, J.Qoldşteynin işlərində xətti operator əmsallı elliptik tipli konvolusion operator-diferensial tənliklərinin maksimal requlyarlıq xassələri tədqiq edilmişdir. Cırlaşmış adi konvolusion operator-diferensial tənliklərinin requlyarlıq xassələri, A.Dezin, Ç.Lizama və başqalarının işlərində öyrənilib.

İkinci fəslin birinci bölməsində qarışıq törəməli konvolusion operator-diferensial tənliklərinin həllinin varlıq və yeganəliyi nəzərdən keçirilir və çəkili L_p fəzalarında xətti məsələlərin separabelliyini təmin edən kafi şərtlər tapılır.

İlkin olaraq, aşağıdakı formada olan konvolusion operator-diferensial tənliklərin (KODT) koersitiv həlləri araşdırılır

$$\sum_{|\alpha| \leq l} a_\alpha * D^\alpha u + (A + \lambda) * u = f(x), \quad (0.6)$$

burada $A = A(x)$ E -də xətti operatorudur, $a_\alpha = a_\alpha(x)$ -kompleks funksiyalardır, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$, λ – kompleks parametrdir.

$u \in W_{p,\gamma}^1(\mathbb{R}^n; E(A), E)$ funksiyası \mathbb{R}^n -də (0.6) tənliyini sanki hər yerdə ödəyərsə, onda bu funksiya (0.6) tənliyinin həlli adlandırılır. Əgər (0.6) tənliyinin $f \in L_{p,\gamma}(\mathbb{R}^n; E)$ -üçün yeganə u həlli varsa və aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmə ödənirsə

$$\sum_{|\alpha| \leq l} \|a_\alpha * D^\alpha u\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R}^n; E)} + \|A * u\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R}^n; E)} \leq C \|f\|_{L_{p,\gamma}(\mathbb{R}^n; E)},$$

onda (0.6) tənliyi $L_{p,\gamma}(\mathbb{R}^n; E)$ -də müntəzəm separabel adlandırılır, burada $C > 0$ sabiti f -dən asılı deyil.

Bu bölməni şərh etmək üçün bəzi şərtlər və işarələmələr daxil edirik. Tutaq ki,

$$L(\xi) = \sum_{|\alpha| \leq l} \hat{a}_\alpha(\xi)(i\xi)^\alpha,$$

$$|L(\xi)| \geq C \sum_{k=1}^n |\hat{a}_{\alpha(l,k)}| |\xi_k|^l, \alpha(l,k) = (0,0, \dots, l, 0,0, \dots, 0),$$

yəni $\alpha_i = 0, i \neq k, \alpha_k = l$.

Əvvəlcə isbat olunur ki, bu şərtlər daxilində və $\lambda \in S_{\varphi_2}, \varphi_2 \in [0, \pi), \varphi + \varphi_1 + \varphi_2 < \pi$ üçün operator funksiyalar

$$\sigma_0(\xi, \lambda) = \lambda D(\xi, \lambda), \sigma_1(\xi, \lambda) = \hat{A}(\xi) D(\xi, \lambda) \text{ и}$$

$$\sigma_2(\xi, \lambda) = \sum_{|\alpha| \leq l} |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \hat{a}_\alpha(\xi)(i\xi)^\alpha D(\xi, \lambda),$$

müntəzəm məhduddur, yəni

$$\|\sigma_i(\xi, \lambda)\|_{\mathcal{L}(E)} \leq C, \quad i = 0,1,2.$$

$$\text{burada } D(\xi, \lambda) = [\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)]^{-1}$$

Tutaq ki,

$$\hat{a}_\alpha \in C^{(n)}(R^n), \quad [D^\beta \hat{A}(\xi)] \hat{A}^{-1}(\xi_0) \in C(R^n; \mathcal{L}(E)),$$

$$\text{и } |\xi|^{|\beta|} |D^\beta \hat{a}_\alpha(\xi)| \leq C_1, \beta_k \in \{0,1\}, \xi, \xi_0 \in R^n \setminus \{0\}, 0 \leq |\beta| \leq n,$$

$$|\xi|^{|\beta|} \|[D^\beta \hat{A}(\xi)] \hat{A}^{-1}(\xi_0)\|_{\mathcal{L}(E)} \leq C_2. \text{ İsbat olunur ki, operator}$$

funksiyalar $|\xi|^{|\beta|} D_\xi^\beta \sigma_i(\xi, \lambda), i = 0,1,2$ müntəzəm məhduddur.

Teorem 0.1. Tutaq ki, E- Banax fəzasıdır, $\gamma \in A_p$ çəki funksiyasına görə müntəzəm multiplikator şərtlərini ödəyir və $p \in (1, \infty), \hat{A}$ E-də müntəzəm R-sektorial operatorudur, $\varphi \in [0, \pi), \lambda \in S_{\varphi_2}, 0 \leq \varphi + \varphi_1 + \varphi_2 < \pi$. Onda (0.6) məsələsinin bütün $f \in X = L_{p,\gamma}(R^n; E)$ üçün yeganə u həlli var və aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{|\alpha| \leq l} |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \|a_\alpha * D^\alpha u\|_X + \|A * u\|_X + |\lambda| \|u\|_X \leq C \|f\|_X.$$

İkinci bölmənin əsas məqsədi E-qiymətli, çəkili $L_{p,\gamma}$ -fəzasında aşağıdakı cırlaşmış elliptik konvolusion operator-diferensial tənlikləri (KODT) öyrənməkdir,

$$\sum_{|\alpha| \leq 1} a_\alpha * D^{[\alpha]} u + (A + \lambda) * u = f(x) \quad (0.7)$$

burada E-Banax fəzasıdır, $A = A(x) E$ –də xətti operatorudur $a_k = a_k(x)$ – kompleks funksiyalardır $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$, a_k -mənfi olmayan tam ədədlərdir, λ - kompleks parametrdir, $\gamma = \gamma(x)$ $\Omega \subset R^n$ -də müsbət ölçülən funksiyadır,

$$D^{[\alpha]} = D_{x_1}^{[\alpha_1]} D_{x_2}^{[\alpha_2]} \dots D_{x_n}^{[\alpha_n]}, \quad D_{x_i}^{[\alpha_i]} = \left(\gamma(x) \frac{\partial}{\partial x_i} \right)^{\alpha_i}.$$

$a_\alpha * D^{[\alpha]} u$ və $A * u$ konvolusionu paylanma mənasında təyin edilir. Bu işin əsas xüsusiyyətlərindən biri, konvolusion tənliklərin $\mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$ –nin bəzi nöqtələrində cırlaşmasıdır. Belə tənliklərin praktikada meydana gəldiyindən həllin varlıq və yeganəliyini isbat etmək çox vacibdir.

$L_{p,\gamma}(R^n; E)$ fəzalarında həllin ifadəsindən və operatorqiymətli Furye multiplikatorlarından istifadə edərək isbat olunur ki, bu məsələnin yeganə həlli var. Cırlaşmış KODT-i həll etmək üçün aşağıdakı əvəzləmədən istifadə edirik

$$y_k = \int_0^{x_k} \gamma^{-1}(z) dz, \quad k = \overline{1, n}.$$

Məlumdur ki, bu əvəzləmənin köməyi ilə uyğun olaraq $L_p(R^n; E)$ və $W_p^{[1]}(R^n; E(A), E)$ çəkili fəzaları $L_{p,\tilde{\gamma}}(R^n; E)$ və $W_{p,\tilde{\gamma}}^{[1]}(R^n; E(A), E)$ fəzalarına izomorf inkas olunur, burada

$$\tilde{\gamma}(y) = \gamma(x(y)) = \gamma(x_1(y_1), x_2(y_2), \dots, x_n(y_n)).$$

Bu əvəzləmə zamanı $D^{[\alpha]} u$ $D^\alpha u$ -ya inkişaf olunur. Bundan əlavə bu əvəzləmə zamanı cırlaşmış məsələ $L_{p,\tilde{\gamma}}(R^n; E)$ çəkili fəzasında cırlaşmamış məsələyə çevrilir, burada $a_\alpha = a_\alpha(\tilde{\gamma}(y))$, $u = u(\tilde{\gamma}(y))$, $A = A(\tilde{\gamma}(y))$, $f = f(\tilde{\gamma}(y))$.

Onda ikinci fəslin birinci bölməsində isbat edilmiş 0.1 teoreminə görə, təklif isbat olunur.

2-ci fəslin üçüncü bölməsində cırlaşmış konvolution parabolik tənliklər nəzərdən keçirilir. Koersitiv qiymətləndirmə də oxşar şəkildə isbat olunur.

Bu məqsədlə KODT üçün cırlaşmış Koşi məsələsi araşdırılır. Əvvəlcə konvolution parabolik tənliklər üçün cırlaşmamış Koşi məsələsinə baxılır:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{|\alpha| \leq l} a_\alpha * D^\alpha u + A * u + du = f(t, x),$$

$$u(0, x) = 0, t \in \mathbb{R}_+, x \in \mathbb{R}^n, \quad (0.8)$$

burada $d > 0$, a_α -kompleksqiymətli funksiyalardır, $A - E$ Banax fəzasında xətti operatorudur. $\mathbb{R}_+^{n+1} = \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+$, (p, p_1) , üçün $Z = L_{p,\gamma}(\mathbb{R}_+^{n+1}; E)$ p - cəmlənən, qarışıq normalı, $E -$ qiymətli funksiyaların fəzasıdır, yəni \mathbb{R}_+^{n+1} -də təyin edilmiş E - qiymətli ölçülən f funksiyalarının fəzasıdır,

$$\|f\|_Z = \left(\int_{\mathbb{R}^n} \left(\int_{\mathbb{R}_+} \|f(x, t)\|_E^p \gamma(x) dx \right)^{\frac{p_1}{p}} dt \right)^{\frac{1}{p_1}} < \infty.$$

Tutaq ki, E_0 и E iki Banax fəzasıdır, E_0 E -yə kəsilməz və sıx daxildir. $Z_0 = W_{p,\gamma}^{1,1}(\mathbb{R}_+^{n+1}; E_0, E)$,

$$\|u\|_{Z_0} = \|u\|_{Z(E_0)} + \|D_t u\|_Z + \sum_{k=1}^n \|D_k^l u\|_Z,$$

norması ilə müəyyən olunmuş bütün $u \in Z$ funksiyalar fəzasıdır, burada $l -$ tam ədəddir, $D_t u, D_k^l u \in Z$ və $Z(E_0) = L_{p,\gamma}(\mathbb{R}_+^{n+1}; E_0)$

Teorem 0.2. Fərz edək ki, $\varphi \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ üçün 0.1 teoreminin bütün şərtləri yerinə yetirilir. Onda (0.8) tənliyinin yeganə $u \in W_{p,\gamma}^{1,[1]}(\mathbb{R}_+^{n+1}; E(A), E)$ həlli var və kifayət qədər böyük $d -$ lər üçün aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmə doğrudur:

$$\left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_Z + \sum_{|\alpha| \leq l} \|a_\alpha * D^\alpha u\|_Z + \|A * u\|_Z \leq C \|f\|_Z.$$

İndi E- qiymətli, qarışıq normalı L_p - fəzalarında aşağıdakı məsələyə baxaq

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{|\alpha| \leq l} a_\alpha * D^{[\alpha]} u + A * u &= f(t, x), \\ u(0, x) &= 0, \quad t \in \mathbb{R}_+, x \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (0.9)$$

Məlumdur ki, aşağıdakı əvəzləmədən istifadə zamanı

$$y_k = \int_0^{x_k} \gamma^{-1}(z) dz, \quad k = \overline{1, n}. \quad (0.10)$$

$L_p(\mathbb{R}^n; E)$ -də cırılmış (0.9) məsələsi, $L_{p,\gamma}(\mathbb{R}^n; E)$ -də cırılmamış (0.8) məsələsinə çevrilir. Onda əvvəlki nəticələrə və 0.1 teoreminə əsasən, aşağıdakı nəticəni əldə edirik.

Teorem 0.3. Fərz edək ki, 0.2 teoreminin bütün şərtləri və (0.10) əvəzləməsi yerinə yetirilir, onda $u \in L_p(\mathbb{R}_+^{n+1}; E)$ -üçün (0.9) məsələsinin yeganə $u(t, x)$ həlli var və aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmə doğrudur

$$\begin{aligned} \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L_p(\mathbb{R}_+^{n+1}; E)} \\ + \sum_{|\alpha| \leq l} \|a_\alpha * D^{[\alpha]} u\|_{L_p(\mathbb{R}_+^{n+1}; E)} + \|A * u\|_{L_p(\mathbb{R}_+^{n+1}; E)} \\ \leq C \|f\|_{L_p(\mathbb{R}_+^{n+1}; E)} \end{aligned}$$

3-cü fəsil çəkili Besov fəzalarında konvolusion operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələrinin araşdırılmasına həsr edilmişdir.

Son nəşrlərdə bir sıra müxtəlif vektorqiymətli funksional fəzalarda operatorqiymətli Furiye multiplikatorları haqqında olan teoremlər öyrənilmişdir. Bunlar Banax fəzalarında diferensial tənliklər üçün, həm də xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün həllin

varlıq və yeganəliyini, eyni zamanda, requlyarlığı müəyyən etmək üçün lazımdır.

Besov fəzaları funksional fəzaların xüsusi maraq yaradan bir sinifidir. Onları üç - $s \in \mathbb{R}, 1 \leq p, q \leq \infty$ indekslərinin köməyi ilə $B_{p,q}^s$ -kimi müəyyən etmək olar. Nisbətən mürəkkəb tərif, diferensial tənliklərə çox faydalı tətbiqlər ilə meydana çıxır. Qeyd edək ki, əgər $s \in (0,1)$, olanda $B_{\infty,\infty}^s$ Hölder mənada müntəzəm kəsilməz s indeksli funksiyalar fəzasıdır.

Həqiqi oxda vektorqiymətli Besov fəzalarının daha bir əlverişli xassəsini məhz H.Amann kəşf etdi: Mixlin multiplikatorları haqqında teoremin müəyyən bir forması (daha effektiv) ixtiyari Banax fəzaları üçün doğrudur.

Əslində H.Amann müəyyən etdi ki, əgər m ($k = 2$ -ilə) aşağıdakı şərti ödəyirsə

$$(m \in C^k(\mathbb{R} \setminus \{0\}); \mathcal{L}(X)), \sup_{t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}} \|t^l m^{(l)}(t)\| < \infty, 0 \leq l \leq k,$$

onda m Besov fəzaları üçün, və xüsusi halda $C^\theta(\mathbb{R}; X), 0 < \theta < 1$ fəzası üçün, multiplikatordur.

$L_p(\mathbb{R}^n, X)$ Boxner fəzası üçün əlavə fərziyyələr zəruridir, xüsusən genişləndirmə o zaman mümkündür ki, X fəzası UMD, $1 < p < \infty$ xassəsinə malikdir, və

$\{(1 + |t|)^{|\alpha|} D^\alpha m(t); t \in \mathbb{R}^n, |\alpha| \leq l\}$ çoxluğu R - məhduddur.

$L_p(\mathbb{R}^n, X)$ üçün olan nəticələrdən fərqli olaraq, H.Amann və L.Veys ayrı-ayrılıqda aşkar etdilər ki, $B_{p,q}^s(\mathbb{R}^n, X)$ Besov fəzaları üçün X və m üzərində əlavə məhdudiyətlər lazım deyil və bütün $s \in \mathbb{R}$ və $p, q \in [1, \infty]$ indeksləri yol veriləndir.

Üçüncü fəslin birinci bölməsində vektorqiymətli çəkili Besov fəzaları nəzərdən keçirilir və baxılan tənliklərin B -separabelliyyəi araşdırılır. Əvvəlcə Besov fəzasının üç ekvivalent tərifini təqdim olunur.

Vektorqiymətli Besov fəzaları bir çox müəlliflər tərəfindən öyrənilib. Klassik halda, Besov fəzası və onun xassələri, H.Tribelin kitablarında geniş araşdırılıb. İnterpolasiya metodlarından istifadə

edərək Besov fəzaları H.Amann, Y.Berq və I.Luvstremin məqalələrində öyrənilib.

Məlumdur ki, operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələri müxtəlif işlərdə öyrənilib. Bu bölmənin əsas məqsədi isə E - qiymətli çəkili Besov fəzalarında

$$Lu = \sum_{k=0}^l a_k * \frac{d^{[k]}u}{dx^{[k]}} + A * u + \lambda u = f(x) \quad (0.11)$$

cırışmış konvolyon operator-diferensial tənliyinin (KODT) maksimal requlyarlığını müəyyən etməkdir. $A = A(x)$ E -də xətti operatorudur, $a_k = a_k(x)$ – kompleks funksiyalardır, λ – kompleks parametridir,

$$u^{[k]} = \left(\gamma(x) \frac{d}{dx} \right)^k u$$

burada $\gamma(x)$ $(-\infty; +\infty)$ -də müsbət ölçülən funksiyadır.

Əvvəlcə $B_{p,q}^s(\mathbb{R}; X)$ - Besov fəzasından $B_{p,q}^s(\mathbb{R}; Y)$ - Besov fəzasına Furye multiplikatorları təyin edilir.

Əvvəlki fəsillərdə olduğu kimi, müvafiq şərtlərdən istifadə edərək cırışmamış tənliklərinin həlli zamanı alınan operator funksiyaların müntəzəm məhdudluğunu isbat edirik. Analoji qaydada operator funksiyaların $B_{p,q}^s(\mathbb{R}; E)$ Besov fəzalarında müntəzəm məhdud multiplikatorlar olduğu isbat edilir.

Asanlıqla isbat olunur ki, aşağıdakı cırışmamış tənliyin

$$\sum_{k=0}^l a_k * \frac{d^k u}{dx^k} + A * u + \lambda u = f(x) \quad (0.12)$$

yeganə $u \in B_{p,q,\gamma}^{l,s}(\mathbb{R}; E(A), E)$ həlli var və $f \in B_{p,q,\gamma}^{l,s}(\mathbb{R}; E)$, $p, q \in [1; \infty)$ - üçün aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{k=0}^l |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \left\| a_k * \frac{d^k u}{dx^k} \right\|_X + \|A * u\|_X + |\lambda| \|u\|_X \leq C \|f\|_X. \quad (0.13)$$

Əgər Q

$$D(Q) = B_{p,q,\gamma}^{l,s}(\mathbb{R}; E(A), E),$$

$$Qu = \sum_{k=0}^l a_k * \frac{d^k u}{dx^k} + A * u = f \quad (0.14)$$

məsələsinin yaratdığı operator dursa onda $\lambda \in S_\varphi$ -üçün $Q -$ operatorun rezolventası mövcuddur və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{k=0}^l |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \left\| a_k * \left[\frac{d^k}{dx^k} (Q + \lambda)^{-1} \right] \right\|_{\mathcal{L}(X)} + \|A * (Q + \lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(X)}$$

$$+ \|\lambda(Q + \lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(X)} \leq C, \quad \text{burada } X$$

$$= B_{p,q,\gamma}^s(\mathbb{R}; E).$$

Xüsusi halda göstərilir ki, (0.14) tənliyinin əmələ gətirdiyi konvolusion diferensial-operator $Q + a, a > 0,$ analitik yarımqrup yaradır.

Cırlaşmış (0.11) tənliyini həll etmək üçün (0.10) əvəzləməsi istifadə olunur.

Aydındır ki, bu əvəzləmə zamanı $B_{p,q}^s(\mathbb{R}; E), B_{p,q}^{[l],s}(\mathbb{R}; E(A), E)$ fəzaları uyğun olaraq çəkili $B_{p,q,\tilde{\gamma}}^s(\mathbb{R}; E)$ və $B_{p,q,\tilde{\gamma}}^{l,s}(\mathbb{R}; E(A), E)$ fəzalarına izomorf inikas olunurlar, burada $\tilde{\gamma}(y) = \gamma(x(y))$. Həmdə bu əvəzləmə zamanı $B_{p,q}^s(\mathbb{R}; E)$ fəzasında cırlaşmış (0.11) məsələsi, çəkili $B_{p,q,\tilde{\gamma}}^s(\mathbb{R}; E)$ fəzasında cırlaşmamış (0.12) məsələsinə çevrilir.

Cırlaşmış (0.11) tənliyi üçün müvafiq koersitiv qiymətləndirilmə və cırlaşmış halda operatorun rezolventasının qiymətləndirilməsi analogi olaraq isbat edilir.

Bu bölmədə E - qiymətli Besov fəzasında müvafiq parabolik konvolusion operator-diferensial tənliyi üçün Koşi məsələsi də nəzərdən keçirilir. (0.11) tənliyinin requlyarlıq xassələrindən istifadə edərək Koşi məsələsinin korrektiliyini əldə edirik. Bu bölmədə xüsusi nümunələrə, yəni müxtəlif növ çəkili funksiyaları olan konkret cırlaşmış KODT-lərə baxılır.

Üçüncü fəslin ikinci bölməsində daha ümumi tipli məsələlər, yəni çəkili Besov fəzalarında qarışıq törəməli KODT, nəzərdən keçirilir.

V.B.Şahmurovun işlərində L_p -fəzalarında cırışmamış KODT-in requlyarlığı araşdırılmışdır. Bundan fərqli olaraq bu bölmənin əsas məqsədi aşağıdakı elliptik cırışmamış KODT-nin

$$\sum_{|\alpha| \leq l} a_\alpha * D^{[\alpha]}u + A * u + \lambda u = f, \quad (0.15)$$

separabellik xassələrini və E – qiymətli çəkili Besov fəzasında aşağıdakı parabolik KODT üçün

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{|\alpha| \leq l} a_\alpha * D^{[\alpha]}u + A * u = f(t, x),$$

$$u(0, x) = 0, t \in \mathbb{R}_+, x \in R^n \quad (0.16)$$

Koşi məsələsinin maksimal-requlyarlıq xassələrini əldə etməkdir.

Əvvəlcə cırışmamış eliptik KODT-nə baxaq

$$\sum_{|\alpha| \leq l} a_\alpha * D^\alpha u + A * u + \lambda u = f. \quad (0.17)$$

Furye çevirməsini (0.17) tənliyinə tətbiq edərək, alırıq ki

$$u(x) = F^{-1}[\hat{A}(\xi) + \lambda + L(\xi)]^{-1} \hat{f}, \quad L(\xi) = \sum_{|\alpha| \leq l} \hat{a}_\alpha(\xi)(i\xi)^\alpha.$$

Cırışmamış halda əsas koersitiv qiymətləndirməni isbat etmək üçün, bu məsələlərin həlli zamanı yaranan operator-funksiyaların $B_{p,q,\gamma}^s(\mathbb{R}^n; E)$ fəzasında müntəzəm məhdud multiplikatorlar olduğunu göstərmək kifayətdir.

Aydındır ki, $z_k = \int_0^{x_k} \tilde{\gamma}_k^{-1}(y) dy$ əvəzləməsi zamanı $B_{p,q}^s(\mathbb{R}^n; E)$ və $B_{p,q}^{[l],s}(\mathbb{R}^n; E(A), E)$ fəzaları uyğun olaraq çəkili $B_{p,q,\tilde{\gamma}}^s(\mathbb{R}^n; E)$ və $B_{p,q,\gamma}^{[l],s}(\mathbb{R}^n; E(A), E)$ fəzalarına izomorf inkas olunurlar, burada $\gamma = \prod_{k=1}^n \tilde{\gamma}_k(x_k(z_k))$. Bundan başqa, bu əvəzləmə zamanı (0.15) məsələsi (0.17) məsələsinə çevrilir.

Çəkili Banaxqiymətli Besov fəzalarında Furye multiplikatorları haqqında teoremlərdən istifadə edərək alırıq ki, bütün $f \in B_{p,q,\gamma}^s(\mathbb{R}^n; E)$ üçün (0.15) məsələsinin yeganə $u \in B_{p,q}^{[l],s}(\mathbb{R}^n; E(A), E)$ həlli var və kifayət qədər böyük $\lambda \in S_\varphi$ üçün

$$\sum_{|\alpha| \leq l} |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \| a_\alpha * D^{[\alpha]} u \|_X + \| A * u \|_X + |\lambda| \| u \|_X \leq c \| f \|_X$$

müntəzəm qiymətləndirməsi doğrudur, burada $X = B_{p,q,\gamma}^s(\mathbb{R}^n; E)$.

Tutaq ki, H - (0.15) məsələsinin yaratdığı operatorudur,

$$D(H) = B_{p,q}^{[l],s}(\mathbb{R}^n; E(A), E), \quad Hu = \sum_{|\alpha| \leq l} a_\alpha * D^{[\alpha]} u + A * u.$$

Bu halda göstərilir ki, bütün $\lambda \in S_\varphi$ - üçün H operatorun rezolventası mövcuddur və aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{|\alpha| \leq l} |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \| a_\alpha * D^{[\alpha]} (H + \lambda)^{-1} \|_{\mathcal{L}(X)} + \| A * (H + \lambda)^{-1} \|_{\mathcal{L}(X)} + \| \lambda (H + \lambda)^{-1} \|_{\mathcal{L}(X)} \leq C.$$

Üçüncü fəslin üçüncü bölməsində çəkili Besov fəzasında cırlaşmış parabolik (0.16) KODT- üçün Koşi məsələsi nəzərdən keçirilir.

Aydındır ki,

$$B_{p,q,\gamma}^{l,s}(\mathbb{R}_+^{n+1}; E(A), E) = B_{p,q}^{1,s}(\mathbb{R}_+; D(H), X) \quad \text{burada} \quad \mathbb{R}_+^{n+1} = \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+, \quad \mathbf{p} = (p, p_1), \quad X = B_{p,q,\gamma}^s(\mathbb{R}^n; E)$$

\mathbf{p} -cəmlənən qarışıq normalı E -qiymətli funksiyalar fəzasıdır.

Cırlaşmamış

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{|\alpha| \leq l} a_\alpha * D^\alpha u + A * u = f(t, x), \quad u(0, x) = 0 \quad (0.18)$$

məsələsini aşağıdakı məsələ kimi göstərmək olar

$$\frac{du(t)}{dt} + Hu(t) = f(t), \quad u(0) = 0, \quad t \in \mathbb{R}_+.$$

H - operatorunun rezolventasının xassələrini, pozitivliyini və əvvəlki nəticələri nəzərə alsaq, alırıq ki, axırıncı tənliyin

$$\left\| \frac{du}{dt} \right\|_X + \| Hu \|_X \leq c \| f \|_X.$$

bərabərsizliyini ödəyən yeganə $u \in B_{p,q}^{1,s}(\mathbb{R}_+; D(H), X)$ həlli var.

Buradan alırıq ki, (0.15) məsələsinin bütün $f \in B_{p,q,\gamma}^s(\mathbb{R}_+, X)$ - üçün yeganə $u(t, x)$ həlli mövcuddur, və aşağıdakı koersitiv qiymətləndirməni ödəyir,

$$\left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_Y + \sum_{|\alpha| \leq l} \|a_\alpha * D^{[\alpha]} u\|_Y + \|A * u\|_Y \leq C \|f\|_Y,$$

$$Y = B_{p,q}^s(\mathbb{R}_+, X).$$

Üçüncü fəslin dördüncü bölməsində cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklər sistemi öyrənilir. Aşağıdakı sistem nəzərdən keçirilir

$$\sum_{k=0}^l a_k * \frac{d^{[k]} u_m}{dx^{[k]}} + \sum_{j=1}^{\infty} (d_j + \lambda) * u_j(x) = f_m(x),$$

$$x \in \mathbb{R}, \quad (0.19)$$

və (0.19) üçün müntəzəm koersitiv qiymətləndirmə isbat edilir. Bu məqsədlə tutaq ki, $\{d_j(x)\}_1^\infty \in l_q$ bütün $x \in \mathbb{R}$ və bəzi $x_0 \in \mathbb{R}$ üçün müsbət C_1 və C_2 sabitləri mövcuddur ki, $C_1 |d_j(x_0)| \leq |d_j(x)| \leq C_2 |d_j(x_0)|$.

Fərz edək ki, $\hat{a}_k, \hat{d}_j \in C^{(1)}(\mathbb{R})$ və elə $M_i > 0, i = 1, 2$, sabitləri mövcuddur ki,

$$\left| \xi^j \frac{d^j}{d\xi^j} \hat{a}_k(\xi) \right| \leq M_1, \quad |\xi|^j |d_m^j(\xi) d_m^{-1}(\xi)| \leq M_2.$$

$D(x) = \{d_m(x)\}$ və $D * u = \{d_m * u_m\}$ kimi işarə edək.

Onda yuxarıdakı şərtlər daxilində və $|L(\xi)| \geq C \max_k |\hat{a}_k(\xi)| |\xi|^l$ –üçün (0.19) məsələsinin $B_{p,q}^{[l],s}(\mathbb{R}; l_q(D), l_q)$ -fəzasında yeganə $u(x) = \{u_m(x)\}_1^\infty$ həlli var, və aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmə doğrudur:

$$\sum_{k=0}^l |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \left\| a_k * \frac{d^{[k]} u}{dx^{[k]}} \right\|_B + \|D * u\|_B + |\lambda| \|u\|_B \leq C \|f\|_B.$$

Bundan əlavə, sübut edilir ki, kifayət qədər böyük $|\lambda| > 0$ üçün $(Q + \lambda)^{-1}$ -rezolventası mövcuddur və

$$\sum_{k=0}^l |\lambda|^{1-\frac{k}{l}} \left\| a_k * \frac{d^{[k]}}{dx^{[k]}} (Q + \lambda)^{-1} \right\|_{\mathcal{L}(B)} + \|D * (Q + \lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(B)} + \|\lambda(Q + \lambda)^{-1}\|_{\mathcal{L}(B)} \leq C,$$

burada $B = B_{p,q}^s(\mathbb{R}; l_q)$.

Bundan əlavə dördüncü bölmədə bu sistemlər üçün Koşi məsələsi nəzərdən keçirilir və analogi koersitiv qiymətləndirmənin yerinə yetirildiyi sübut edilir.

Beləliklə, üçüncü fəsildə müxtəlif növ cırlaşmış konvolusion operator-diferensial və cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklər nəzərdən keçirilir - hər iki halda bu məsələlərin həllinin varlığı və yeganəliyi, həmçinin koersitiv qiymətləndirmənin doğruluğu isbat edilmişdir.

3-cü fəsildə isbat edilmiş koersitiv həlldən və müntəzəm pozitivlikdən alırıq ki, baxılan məsələnin yaratdığı operatorlar analitik yarımqrup əmələ gətirir. Üçüncü fəslin teoremlərini isbat etmək üçün operatorlar yarımqrupu nəzəriyyəsi, daxiletmə teoremləri, Furrye multiplikator nəzəriyyəsi, pozitiv operatorları metodları və konvolusion nəzəriyyələr istifadə olunur.

Bu fəsildə isbat edilmiş nəticələr, kvazixətti elliptik KODT nəzəriyyəsində xüsusilə maraqlıdır.

Məlumdur ki, pozitivlik və sektoriallıq xassəsi olan bir çox diferensial və psevdodiferensial operatorlar sinifləri mövcuddur. Buna görə də, xüsusi fəzaları və bu fəzalarda təsir edən xüsusi operatorları seçərək, müxtəlif fəzalarda fərqli bir sinif cırlaşmış konvolusion tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələrini və parabolik KODT və ya onların sistemləri üçün Koşi məsələsini alırıq.

4-cü fəsil, çəkili fəzalarda cırlaşmış konvolusion operator-diferensial tənliklərin koersitivliyinin öyrənilməsinə və onların tətbiqinə həsr edilib.

Xüsusilə operator əmsallı cırlaşmış KODT-lər üçün separabellik və ya maksimal requlyarlıq xassələri nisbətən az tədqiq edilmişdir.

Çəkili olmayan fəzalarda cırlaşmamış KODT-in separabellik xassələri olduqca geniş tədqiq edilmişdir. Cırlaşmış KODT-lər üçün koersitiv həll teoremləri müvafiq konkret tənliklərin və sərhəd məsələlərinin öyrənilməsinə stimullaşdırıcı təsir göstərir.

Bu fəsildəki məsələlərin həllində əvvəlki fəsillərdə alınan metodlardan istifadə olunur. Qeyd edək ki, klassik metodlar burada tətbiq olunmur.

Dördüncü fəslin birinci bölməsində aşağıdakı kvazixətti elliptik KODT-lər nəzərdən keçirilir

$$\sum_{|\alpha| \leq l} a_\alpha * D^\alpha u + G(x, D^\sigma u)u = F(x, D^\sigma u) + f(x),$$

$$x \in R^n, \quad (0.20)$$

burada G və F, E Banax fəzasında qeyrixətti operatorlardır, $a_\alpha = a_\alpha(x)$ – kompleksqiymətli, f - E - qiymətli funksiyalardır, D^σ -diferensial operatorudur və $|\sigma| \leq l-1$.

Sobolev fəzalarında daxiletmə teoremlərindən və iz teoremlərindən istifadə edərək, alırıq ki,

$$\prod_{|\sigma| \leq l_0-1} \|D^\sigma u\|_{C(R^n; E_\sigma)} = \prod_{|\sigma| \leq l_0-1} \sup_{x \in R^n} \|D^\sigma u(x)\|_{E_\sigma} \leq \|u\|_Y,$$

burada,

$$X = L_{p,\gamma}(R^n; E), \quad Y = W_{p,\gamma}^l(R^n; E(A), E), \quad \gamma(x) = \prod_{k=1}^n |x_k|^\gamma,$$

$$0 \leq \gamma \leq \frac{p-1}{n}, \quad E_\sigma = (E(A), E)_{x_\sigma, p},$$

$$x_\sigma = \frac{p|\sigma| + \gamma + n}{\rho l}, \quad E_0 = \prod_{|\alpha| \leq l_0-1} E_\sigma$$

$l_0 = \left[l - \frac{\gamma+n}{p} \right]$, burada $[s]$ – $s > 0$ -in tam hissəsini göstərir.

Əvvəlcə müvafiq xətti tənliyə baxırıq. 3-cü fəslin teoremlərindən istifadə edərək X fəzasında koersitiv qiymətləndirmə əldə edirik.

Sonra, alınan xətti məsələnin maksimal requlyarlığından, sıxılma teoremindən və tərpnəmz nöqtə haqqında Banax teoremindən istifadə edərək alırıq ki, (0.20) tənliyinin *yeganə* $u \in Y$ həlli var və $\|u\|_Y \leq r$, $r > 0$.

4-cü fəslin ikinci bölməsində anizotrop tipli konvolution diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsi öyrənilir və çəkili qarışıq normalarda maksimal requlyarlıq xassələri əldə edilir.

Tutaq ki, $\tilde{\Omega} = R^n \times \Omega$, burada $\Omega \subset R^n$ açıq əlaqəli, kompakt C^{2m} - $\partial\Omega$ - sərhədli çoxluqdur $p = (p_1, p)$. $L_{p,\gamma}(\tilde{\Omega})$ qarışıq normalı bütün p -cəmlənən skalyarqiymətli funksiyalar fəzasıdır, yəni Ω -də bütün ölçülü f funksiyalar fəzasıdır, və

$$\|f\|_{L_{p,\gamma}(\tilde{\Omega})} = \left(\int_{R^n} \left(\int_{\Omega} |f(x, y)|^{p_1} \gamma(x) dx \right)^{\frac{p}{p_1}} dy \right)^{\frac{1}{p}} < \infty.$$

Sonra bu bölmədə aşağıdakı məsələyə baxılır

$$\sum_{|\alpha| \leq l} a_\alpha * D^\alpha u + \sum_{|\alpha| \leq 2m} (b_\alpha c_\alpha D_y^\alpha + \lambda) * u = f(x, y),$$

$$x \in R^n, y \in \Omega, \quad (0.21)$$

$$B_j u = \sum_{|\beta| \leq m_j} b_{j\beta}(y) D_y^\beta u(x, y) = 0,$$

$$y \in \partial\Omega, \quad j = \overline{1, m}, \quad (0.22)$$

burada

$$D_j = -i \frac{\partial}{\partial y_j}, \quad y = (y_1, y_2, \dots, y_\mu), \quad a_\alpha = a_\alpha(x), \quad b_\alpha = b_\alpha(x),$$

$$c_\alpha = c_\alpha(y),$$

və $f \in L_{p,\gamma}(\tilde{\Omega})$, $\lambda \in S_\varphi$ üçün müəyyən şərtlər daxilində (0.21) - (0.22) məsələsinin *yeganə* $u \in W_{p,\gamma}^{l,2m}(\tilde{\Omega})$ həllinin varlığı və müvafiq koersitiv qiymətləndirmənin doğruluğu isbat edilir.

Bu məsələ çəkili Besov fəzalarında da eyni şəkildə həll olunur. Tutaq ki, $B_{p,q,\gamma}^s(\tilde{\Omega})$ müvafiq qarışıq normalı Besov fəzasıdır, onda

$$B_{p,q,\gamma}^s(\tilde{\Omega}) = B_{p,q,\gamma}(R^n; B_{p_1,q,\gamma}^s(\Omega))$$

$$B_{p,q,\gamma}^{l,2m,s}(\tilde{\Omega}) = B_{p,q,\gamma}^{l,s}(R^n; B_{p_1,q,\gamma}^{2m,s}(\Omega), B_{p_1,q,\gamma}^s(\Omega))$$

Yeri gəlmişkən, qeyd edək ki, (0.21) tənliyi $l \neq 2m$ olduqda anizotrop, $l = 2m$ olduqda isə izotropdır.

Aşağıdakı bərabərliklərlə təyin olunan A operatoruna baxaq

$$D(A) = B_{p_1,q}^{2m,s}(\Omega, B_j u = 0),$$

$$A(x)u = \sum_{|\alpha| \leq 2m} b_\alpha(x) C_\alpha(y) D^\alpha u(y).$$

$B_{p,q,\gamma}^s(\tilde{\Omega})$ Besov fəzasında (0.21)-(0.22) məsələləri üçün analoji teorem isbat edilir.

4-cü fəslin üçüncü bölməsində inteqro-differensial tənliklərin sonsuz sistemi araşdırılır.

$L_{p,\gamma}(R^n; l_q)$ fəzasında aşağıdakı cırılmış konvolusion tənliklərin sonsuz sistemini nəzərdən keçirək

$$\sum_{|\alpha| \leq l} a_\alpha * D^{[\alpha]} u_m + \sum_{j=1}^{\infty} d_j * u_j = f_m, \quad (0.23)$$

burada

$$u_j = u_j(x), \quad d_j = d_j(x), \quad a_\alpha = a_\alpha(x),$$

$$\gamma(x) = \prod_{k=1}^n |x_k|^\gamma, \quad -\frac{1}{n} < \gamma < \frac{p-1}{n}.$$

$1 < q < \infty$ üçün

$$l_q = \left\{ \xi; \xi = \{ \xi_i \}_{i=1}^{\infty}; \|\xi\|_{l_q} = \left(\sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i|^q \right)^{\frac{1}{q}} \right.$$

$\left. < \infty, \xi_i - \text{kompleks ədəddir.} \right\}$

təyin edək. Onda

$$L_{p,\gamma}(l_q) = L_{p,\gamma}(R^n; l_q) = \left\{ f; f = \{f_i(x)\}_{i=1}^{\infty}, \|f\|_{L_{p,\gamma}(l_q)} = \left(\int_{R^n} \|\{f_i(x)\}\|_{l_q}^p \gamma(x) dx \right)^{\frac{1}{p}} \right\}$$

Tutaq ki,

$$D(x) = \{d_m(x)\}, \quad d_m > 0, \quad u = \{u_m\}, D * u = \{d_m * u_m\},$$

$$l_q(D) = \left\{ u \in l_q, \quad \|u\|_{l_q(D)} = \left(\sum_{m=1}^{\infty} |d_m(x) * u_m|^q \right)^{\frac{1}{q}} < \infty \right\},$$

$$1 < q < \infty.$$

Xüsusi şərtlərlə bütün $f(x) = \{f_m(x)\}_1^{\infty} \in L_{p,\gamma}(R^n; l_q(D))$, və $\lambda \in S_{\varphi}$, $\varphi \in [0, \pi)$ üçün (0.23) məsələsinin Y -dən olan yeganə $u = \{u_m(x)\}_1^{\infty}$ həllinin varlığı və aşağıdakı koersitiv qiymətləndirmənin doğruluğu isbat edilir,

$$\sum_{|\alpha| \leq l} |\lambda|^{1 - \frac{|\alpha|}{l}} \|a_{\alpha} * D^{[\alpha]} u\|_X + \|D * u\|_X \leq C \|f\|_X,$$

burada

$$X = L_p(R^n; l_q), Y = W_p^{[l]}(R^n; l_q(D), l_q).$$

$L_p(R^n; l_q)$ -də (0.23) məsələsinin yaratdığı diferensial operatoru Q ilə işarə edək.

Eyni şəkildə $\lambda \in S_{\varphi}$ -üçün $(Q + \lambda)^{-1}u$ rezolventasının varlığı və müvafiq qiymətləndirmənin doğruluğu isbat edilir.

4-cü fəslin dördüncü bölməsində konvolusion operator-diferensial tənliklər üçün Ventzel-Robin tipli sərhəd məsələsi nəzərdən keçirilir. Müəyyən L_p -fəzalarında ($1 < p < \infty$) Ventzel-Robin şərtləri olan parabolik məsələlər üçün A.Favin, Q.Qoldşteyn

və S.Romanelli tədqiqat aparıb (C_0 yarımqrupun yaranması və holomorfluq) və yaxşı nəticələr əldə ediblər.

İkinci mərhələdə məsələlər K.Enqel və A.Favininin işlərində araşdırılmışdır, burada müəlliflər korrekliyi isbat etmək üçün kosinus - funksiyalar nəzəriyyəsindən istifadə etmişdilər. V.Keyantuo və M.Varmanın məqalələrində L_p - fəzaları araşdırılıb. Baxılan məsələnin L_p – fəzasında $[0,1]$ parçasında üzərində korrekliyini isbat etmək üçün də kosinus-funksiyalar nəzəriyyəsindən istifadə olunur. Nəhayət, 20-ci əsrin sonlarında A.Ventzel bu məsələlərə çox ölçülü halda, yəni requlyar məhdud $\Omega \subset R^n$ oblastı üçün baxıb.

Bu bölmədə $E = L_2(0,1)$ və $A = A(x)$ üçün aşağıdakı düsturla təyin edilmiş ümumiləşdirilmiş Ventzel-Robin tipli sərhəd şərtləri olan diferensial operatora baxılır

$$D(A) = \{u \in W_2^2(0,1), B_j u = Au(j) = 0, j = 0,1\},$$

$$A(x)u = a(x, y)u^{(2)} + b(x, y)u^{(1)} \text{ для всех } x \in R^n, y \in (0,1),$$

burada $a(x, \cdot)$ və $b(x, \cdot)$ - $(0,1)$ -də $x \in R^n$ üçün kompleksqiymətli funksiyalardır.

Cırlaşmış inteqro-differensial tənlik üçün Ventzel-Robin tipli sərhəd şərtləri olan qarışıq məsələləri nəzərdən keçirək,

$$\sum_{|\alpha| \leq l} a_\alpha * D^{[\alpha]} u + \left(a(x, y) \frac{\partial^2}{\partial y^2} + b(x, y) \frac{\partial}{\partial y} + \lambda \right) * u = f(x, y) \quad (0,24)$$

$$B_j u = \left[a(x, j) \frac{\partial^2}{\partial y^2} + b(x, j) \frac{\partial}{\partial y} \right] u(x, j) = 0, \quad j = 0,1, x \in R^n, y \in (0,1),$$

burada $a_\alpha = a_\alpha(x)$ kompleksqiymətli funksiyalardır, λ - kompleks parametrdir.

Tutaq ki, $\tilde{\Omega} = R^n \times (0,1)$, $p = (2, p)$, $L_p(\tilde{\Omega})$ qarışıq normalı, p -cəmlənən, çəkili, skalyarqiymətli funksiyalar fəzasıdır, yəni Ω -də təyin olunmuş ölçülən f funksiyalar fəzasıdır, və

$$\|f\|_{L_p(\tilde{\Omega})} = \left(\int_{R^n} \left(\int_0^1 |f(x,y)|^2 dy \right)^{\frac{p}{2}} dx \right)^{\frac{1}{p}} < \infty.$$

Analoji olaraq $W_{p,\gamma}^{[l],2}(\tilde{\Omega})$ müvafiq qarışıq normalı anizotrop Sobolev fəzasını göstərir, yəni $W_p^{[l],2}(\tilde{\Omega})$ $|\alpha| \leq m$ -üçün $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \in L_p(\tilde{\Omega})$ törəməsi və x -ə nisbəti $D_x^{[\alpha]}u \in L_p(\tilde{\Omega})$ törəməsi olan, aşağıdakı norma ilə təyin olunan $u \in L_p(\tilde{\Omega})$ funksiyalar fəzasını göstərir,

$$\|u\|_{W_p^{[l],2}(\tilde{\Omega})} = \|u\|_{L_p(\tilde{\Omega})} + \sum_{|\alpha|=l} \|D_x^{[\alpha]}u\|_{L_p(\tilde{\Omega})} + \left\| \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\|_{L_p(\tilde{\Omega})} < \infty$$

Bu bölmədə aşağıdakı nəticələr alınır;

Teorem 0.4. Fərz edək ki, 0.1 teoreminin bütün şərtləri ödənilir və

$a(x,\cdot) \in W_\infty^1(0,1)$, $a(x,\cdot) \geq \delta > 0$, $b(x,\cdot) \in L_\infty(0,1)$, $x \in R^n$. Onda $f \in L_p(\tilde{\Omega})$ və $\lambda \in S_\varphi$ -üçün (0.24) məsələsinin yeganə $u \in W_{p,\gamma}^{[l],2}(\tilde{\Omega})$ həlli var və aşağıdakı müntəzəm koersitiv qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{|\alpha| \leq l} |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \|a_\alpha * D^{[\alpha]}u\|_{L_p(\tilde{\Omega})} + |\lambda| \|u\|_{L_p(\tilde{\Omega})} + \left\| \left(a \frac{\partial^2}{\partial y^2} + b \frac{\partial}{\partial y} \right) * u \right\|_{L_p(\tilde{\Omega})} \leq C \|f\|_{L_p(\tilde{\Omega})}.$$

(0.24) məsələsinin yaratdığı Q diferensial operatorunun $(Q + \lambda)^{-1}$ rezolventası üçün uyğun koersitiv qiymətləndirmə alınır.

Bu bölmədə bəzi nümunələr də nəzərdən keçirilir, məsələn, üç ölçülü R_+^3 fəzasında parabolik KODT-lər üçün Koşi məsələsinin maksimal requlyarlığı göstərilir.

5-ci fəsil xətti və qeyri-xətti cırlaşmış konvolusion-elliptik operatorların araşdırılmasına və onların tətbiqinin öyrənilməsinə həsr edilib. Cırlaşmış və cırlaşmamış abstrakt konvolusion-elliptik

tənliklərin requlyarlıq xassələri də araşdırılır. Çəkili L_p - fəzalarında xətti məsələlərin separabelliyin təmin edən kafi şərtlər tapılır. Uyğun konvolusion-elliptik operatorların sektoriallığı və eyni zamanda analitik yarımqrup yaratdığı isbat edilmişdir.

Bu nəticələrdən istifadə edərək, çəkili L_p - fəzalarında parametrlı qeyri-xətti konvolusion tənliklər üçün maksimal requlyar həllərin varlığı və yeganəliyi göstərilir. Burada, qarışıq normalı L_p –də cırlaşmış parabolik tənliklər üçün Koşi məsələsinin, anizotrop konvolusion elliptik tənliklər üçün sərhəd məsələsinin, cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklər və onların sonsuz sistemləri üçün sərhəd məsələsinin maksimal requlyarlıq xassələri isbat olunmuşdur.

5-ci fəslin birinci bölməsində parametrlı cırlaşmış xətti konvolusion operator-diferensial tənliklərinin maksimal-requlyarlıq xassələri öyrənilir. E-qiymətli L_p fəzalarında aşağıdakı cırlaşmış KODT baxaq

$$\sum_{|\alpha| \leq l} \varepsilon_\alpha a_\alpha * D^{[\alpha]} u + (A + \lambda) * u = f, \quad (0.25)$$

burada l natural ədəddir, $a_\alpha = a_\alpha(x)$ kompleksqiymətli funksiyalardır $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$, α_k - mənfi olmayan tam ədəddir, $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$, $\varepsilon_\alpha = \prod_{k=1}^n \varepsilon_k^{\alpha_k}$, ε_k – müsbət, λ - kompleks parametrdir, $A = A(x)$ E Banax fəzasında $x \in R^n$ -üçün xətti operatorudur.

(0.25) məsələnin separabelliyini təmin edən kafi şərtlər tapılır.

Fərz edək ki, aşağıdakı şərtlər yerinə yetirilir:

Şərt 0.1.

1) $L_\varepsilon(\xi) = \sum_{|\alpha| \leq l} \varepsilon_\alpha \hat{a}_\alpha(\xi) (i\xi)^\alpha \in S_{\varphi_1}, \varphi_1 \in [0, \pi)$

$$|L_\varepsilon(\xi)| \geq C \sum_{k=1}^n \varepsilon_k |\hat{a}_{\alpha(l,k)}| |\xi_k|^l, \quad \xi \in R^n - \text{üçün,}$$

$$\alpha(l, k) = (0, 0, \dots, l, 0, 0, \dots, 0),$$

yəni $\alpha_i = 0, i \neq k, \alpha_k = l$.

2) $\hat{a}_\alpha \in C^{(n)}(R^n), |\xi|^{|\beta|} |D^\beta \hat{a}_\alpha(\xi)| \leq C_1,$

$$\beta_k \in \{0,1\}, 0 \leq |\beta| \leq n;$$

$$3) 0 \leq |\beta| \leq n, \xi, \xi_0 \in R^n \setminus \{0\} - \text{üçün.}$$

$$[D^\beta \hat{A}(\xi)] \hat{A}^{-1}(\xi_0) \in C(R^n; \mathcal{L}(E)),$$

$$|\xi|^{|\beta|} \|[D^\beta \hat{A}(\xi)] \hat{A}^{-1}(\xi_0)\|_{\mathcal{L}(E)} \leq C_2$$

Bu bölmədə aşağıdakı əsas nəticə isbat edilir:

Teorem 0.5. Tutaq ki, Şərt 0.1 yerinə yetirilir və E-çəkili $\gamma \in A_p$ funksiyaasına nəzərən multiplikator şərtini ödəyən Banax fəzasıdır. Tutaq ki, \hat{A} - E-də müntəzəm R-sektorial operatorudur və $\varphi \in [0, \pi), \lambda \in S_{\varphi_2}, 0 \leq \varphi + \varphi_1 + \varphi_2 < \pi$. Onda $f \in \tilde{X}$ üçün (0.25) məsələsinin yeganə həlli vardır və aşağıdakı koersitiv müntəzəm qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{|\alpha| \leq l} \varepsilon_\alpha |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \|a_\alpha * D^{[\alpha]}\|_{\tilde{X}} + \|A * u\|_{\tilde{X}} + |\lambda| \|u\|_{\tilde{X}} \leq C \|f\|_{\tilde{X}}.$$

$$\text{burada } \tilde{X} = L_p(R^n; E), \tilde{Y} = W_p^{[l]}(R^n; E(A), E)$$

İndi parametrli cırılmış parabolik konvolusion tənlik üçün aşağıdakı Koşi məsələsini nəzərdən keçirək

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{|\alpha| \leq l} \varepsilon_\alpha a_\alpha * D^{[\alpha]} u + A * u + du = f(t, x)$$

$$u(0, x) = 0, t \in \mathbb{R}_+, x \in R^n. \quad (0.26)$$

Əvvəlki qeydlərdən istifadə edərək (0.3) teoremindən aşağıdakı nəticəni əldə edirik.

Teorem 0.6. Tutaq ki, $a_\alpha(y)$ və A , $\varphi \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ -üçün Şərt 0.1 yerinə yetirilir. Onda (0.26) məsələsinin qarışıq normalı $L_p(R_+^{n+1}; E)$ -də yeganə $u(t, x)$ həlli var və kifayət qədər böyük d üçün aşağıdakı müntəzəm koersitiv qiymətləndirmə doğrudur

$$\left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L_p(R_+^{n+1}; E)} + \sum_{|\alpha| \leq l} \varepsilon_\alpha \|a_\alpha * D^{[\alpha]} u\|_{L_p(R_+^{n+1}; E)} + \|A * u\|_{L_p(R_+^{n+1}; E)} \leq C \|f\|_{L_p(R_+^{n+1}; E)}, R_+^{n+1} = R^n \times \mathbb{R}_+.$$

Əvvəlki fəsillərdə isbat edilmiş nəticələr xüsusi maraq yaratmaqla parametrlı cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklərin öyrənilməsinə stimullaşdırıcı təsir göstərir. Üçüncü və dördüncü fəsillərdə isbat edilmiş nəticələr hətta $E = R$ (yəni, ədədi halda) və $E = I_q$ halında geniş istifadə olunurlar.

Beşinci fəslin ikinci bölməsində cırlaşmış operator-diferensial tənliklər üçün müxtəlif növ sərhəd məsələləri nəzərdən keçirilir və bu məsələlərin həllinin koersitivliyi isbat edilir.

Xüsusi KODT-lərin maksimal-requlyar həllinin varlıq və yeganəliyi üçün (0.25) məsələsinin maksimal requlyarlığı haqqında olan nəticələr mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Əvvəlcə parametrlı inteqro-diferensial tənliklərin aşağıdakı sonsuz sistemini nəzərdən keçirək

$$\sum_{|\alpha| \leq l} \varepsilon_\alpha a_\alpha * D^{[\alpha]} u_m + \sum_{j=1}^{\infty} d_j * u_j(x) = f_m(x),$$

$$x \in R^n, m = 1, 2, \dots, \quad (0.27)$$

burada $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$, $\varepsilon_\alpha = \prod_{k=1}^n \varepsilon_k^{\alpha_k}$,

$$\gamma(x) = \prod_{k=1}^n |x_k|^\gamma, \quad -\frac{1}{n} < \gamma < \frac{p-1}{n}.$$

(0.27) məsələsinin həllinin varlıq və yeganəlik teoremini isbat etmək üçün əvvəlki fəsillərdə alınmış metodlardan istifadə edilir. (0.27) məsələsinin yaratdığı operatorun rezolventasının varlığı eyni şəkildə isbat edilir və müvafiq qiymətləndirmə alınır.

Bundan əlavə bu bölmədə parametrlı cırlaşmış inteqro-diferensial tənliklər üçün qarışıq normalarda Ventzel-Robin tipli sərhəd şərtləri olan məsələnin maksimal requlyarlıq xassələri tədqiq edilir. Aşağıdakı qaydada təyin edilmiş $A = A(x)$ operatorunu nəzərdən keçirək

$$D(A) = \{u \in W_2^2(0,1), \quad Au(j) = 0\}, j = 0, 1,$$

$$A(x)u = a(x, y) \frac{d^2 u}{dy^2} + b(x, y) \frac{du}{dy}, \quad x \in R^n, \quad y \in (0,1).$$

$L_2(0,1)$ fəzasında A operatorunun R -sektoriallığından istifadə edərək, 0.5 teoremindən aşağıdakı müntəzəm koersitiv qiymətləndirməni alırıq

$$\begin{aligned} & \sum_{|\alpha| \leq l} \varepsilon_\alpha |\lambda|^{1-\frac{|\alpha|}{l}} \|a_\alpha * D^{[\alpha]} u\|_{L_p(\tilde{\Omega})} \\ & + |\lambda| \|u\|_{L_p(\tilde{\Omega})} \left\| \left(a \frac{\partial^2}{\partial y^2} + b \frac{\partial}{\partial y} \right) * u \right\|_{L_p(\tilde{\Omega})} \\ & \leq C \|f\|_{L_p(\tilde{\Omega})} \end{aligned}$$

Ventzel-Robin tipli sərhəd şərtləri olan (0.25) məsələsinin yaratdığı operatorun rezolventası üçün müvafiq qiymətləndirmə, E fəzasında A operatorunun konkret qiymətində (0.25) məsələsinin rezolventasının qiymətləndirilməsindən alınır.

5-ci fəslin üçüncü bölməsində parametrlərdən asılı olan konvolusion diferensial tənliklərin separabellik xassələri araşdırılır. Məlumdur ki, fiziki proseslərin modelləşdirilməsində parametrli diferensial tənliklər mühüm rol oynayır. Kiçik parametrli olan konvolusion operator-diferensial tənliklər riyazi fizikanın nəzəri məsələlərinin həllində mühüm tətbiqlərə malikdir.

Bu bölmədə A operatorlar yarımqrupunun köməyi ilə həllin ifadəsi alınıb ki, bu da ODT-in həllinin maksimal requlyarlıq xassələrini və həllin koersitiv L_p qiymətləndirməsini kiçik və spektral parametrlərlə əldə etməyə imkan verir.

Kiçik parametrli konvolusion diferensial elliptik tənlik üçün aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxaq

$$\begin{cases} Lu = -\varepsilon u''(t) + A_\lambda u(t) + \varepsilon^{\frac{1}{2}}(aA_1 * u')(t) + \\ \quad + (A_0 * u)(t) = f(t), \quad t \in (0; \infty), \\ L_1 u = \varepsilon^{\frac{p+1}{2p}} \alpha u'(0) + \varepsilon^{\frac{1}{2p}} \beta u(0) = f_0 \end{cases} \quad (0.28)$$

burada $u(t) = u(\varepsilon, t)$ - (0.28)-in həllidir, $A, A_1 = A_1(t), A_0 = A_0(t) - E$ - Banax fəzasında xətti operatorlar, $A_\lambda = A + \lambda I, a = a(t) (0; \infty)$ -da, skalyar funksiya $f_0 \in E_p = (E(A), E)_{\theta, p}$, burada $(E(A), E)_{\theta, p}$ $E(A)$ və E arasındakı həqiqi

interpolyasiya fəzasını göstərir, $p \in (1, \infty)$, $\theta = \frac{1+p}{2p}$, α, β – kompleks ədədlər, ε - kiçik müsbət, və λ - kompleks parametrdir.

Əsas problemi öyrənmək üçün ilk növbədə (0.28) tənliyinin əsas hissəsinin uyğun bircins məsələsini nəzərdən keçirək, yəni

$$\begin{cases} -\varepsilon u''(t) + A_\lambda u(t) = 0 \\ L_1 u = f_0 \end{cases} \quad (0.29)$$

Aşağıdakı teorem isbat edilir:

Teorem 0.7. Fərz edək ki, aşağıdakı şərtlər yerinə yetirilir:

1) $E - p \in (l, \infty)$ üçün müntəzəm multiplikatorluq şərtini ödəyən Banax fəzasıdır;

2) A E -də müntəzəm R – pozitiv operatorudur, $0 \leq \varphi < \pi$, və $-\beta\alpha^{-1} \in S_{\varphi_1}$, $0 \leq \varphi_1 + \varphi < \pi$. Onda (0.29) məsələsinin $\forall f_0 \in E_p$ üçün yeganə $u(t) \in W_p^2(\mathbb{R}_+; E(A), E)$ həlli var və ε -a görə aşağıdakı müntəzəm koersitiv qiymətləndirmə doğrudur

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^2 |\lambda|^{1-\frac{i}{2}} \varepsilon^{\frac{i}{2}} \|u^{(i)}(t)\|_{L_p(\mathbb{R}_+; E)} + \|Au(t)\|_{L_p(\mathbb{R}_+; E)} \\ \leq C \left[|\lambda|^{1-\theta} \|f_0\|_E + \|f_0\|_{E_p} \right] \end{aligned}$$

kifayət qədər böyük $|\lambda|$ üçün, $\lambda \in S_\varphi$.

Sonra uyğun qeyri-bircins məsələyə baxılır, yəni (0.28) tənliyin əsas hissəsinə. Yeganə həllin varlığı və aşağıdakı müntəzəm koersitiv qiymətləndirmənin doğruluğu isbat edilir

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^2 |\lambda|^{1-\frac{i}{2}} \varepsilon^{\frac{i}{2}} \|u^{(i)}(t)\|_{L_p(\mathbb{R}_+; E)} + \|Au(t)\|_{L_p(\mathbb{R}_+; E)} \\ \leq C \left[\|f\|_{L_p(\mathbb{R}_+; E)} + |\lambda|^{1-\theta} \|f_0\|_E + \|f_0\|_{E_p} \right]. \end{aligned}$$

Nəhayət, (0.28) məsələsinə baxaq.

Teorem 0.8. Fərz edək ki, 0.7 teoreminin şərtləri ödənilir,

$$\begin{aligned} \text{və } a(t) \in L_1(\mathbb{R}_+), A_1(t)A^{-\left(\frac{1}{2}-\mu_1\right)} \in L_\infty(\mathbb{R}_+; L(E)), \\ A_0(t)A^{-(1-\mu_2)} \in L_\infty(\mathbb{R}_+; L(E)), \quad 0 < \mu_1 < 1/2, \quad 0 < \mu_2 < 1.. \end{aligned}$$

Onda bütün $f \in L_p(\mathbb{R}_+, E)$ və kifayət qədər böyük $|\lambda| > \lambda_0 > 0$ üçün (0.28) məsələsinin yeganə $u \in W_p^2(\mathbb{R}_+; E(A), E)$ həlli var və aşağıdakı müntəzəm koersitiv qiymətləndirmə doğrudur,

$$\sum_{i=0}^2 \varepsilon^{\frac{i}{2}} |\lambda|^{1-\frac{i}{2}} \|u^{(i)}\|_{L_p(\mathbb{R}_+, E)} + \|Au\|_{L_p(\mathbb{R}_+, E)} \leq c \|f\|_{L_p(\mathbb{R}_+, E)}.$$

Alınan nəticələr, parabolik inteqro-diferensial tənliklərin sinqulyar həyacanlanması üçün istifadə edilə bilər. Bundan əlavə, (0.28) məsələsinin müntəzəm separabellik xassələri parametrdən asılı elliptik məsələlərin spektral xassələrini öyrənməyə imkan verir.

Dissertasiya işinin əsas nəticələri 56 işdə nəşr edilib.

Elmi məsləhətçim professor Vəli Binnət oğlu Şahmurova tədqiq olunan məsələlərlə maraqlandığına, dəyərli məsləhətlərinə və nəticələrin ciddi müzakirəsinə görə səmimi təşəkkürlərimi bildirirəm.

NƏTİCƏLƏR

Dissertasiya işi çəkili Banax fəzalarında konvolution operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələrinin araşdırılmasına həsr olunmuşdur. İşdə aşağıdakı əsas elmi nəticələr alınmışdır:

- Çəkili Banax fəzalarında konvolution operator-diferensial tənliklərin həllinin ifadəsi alınmışdır;

- Konvolution tənliklərin həllinin araşdırılması zamanı yaranan operator-funksiyaların müntəzəm məhdudluğu və R -məhdudluğu isbat olunmuşdur;

- Qarışıq törəməli cırlaşan konvolution operator-diferensial tənliklərin çəkili fəzalarda həllinin varlığı və yeganəliyi isbat olunmaqla koersitiv qiymətləndirmə alınmışdır;

- Baxılan xətti məsələsinin çəkili Banax fəzalarında separabelliyini təmin edən kafi şərt müəyyənləşdirilmişdir;

- Konvolution parabolik tənliklər üçün cırlaşan Koşi məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyi koersitiv qiymətləndirmənin köməyi ilə isbat olunmuşdur;

- Araşdırılan məsələnin yaratdığı operatorun rezolventasının varlığı öyrənilmiş və uyğun qiymətləndirmə əldə olunmuşdur;

- Kvazixətti elliptik konvolution operator diferensial tənliklərin həlli üçün uyğun qiymətləndirmə göstərilmişdir;

- Anizotrop tip konvolyution diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsi araşdırılmış və qarışıq normalı çəkili fəzalarda maksimal requlyarlıq xassələri müəyyənləşdirilmişdir;
- Cırlaşan inteqro-diferensial tənliklərin sonsuz sistemləri üçün çəkili fəzalarda koersitiv qiymətləndirmənin ödəndiyi isbat olunmuş və rezolventanın uyğun qiymətləndirilməsi alınmışdır;
- Ventsel-Robin tipli sərhəd şərtlərinə malik cırlaşan inteqro-diferensial tənliklər üçün qarışıq məsələnin həllinin varlığı şərtləri tapılmışdır;
- Parametrlı cırlaşan xətti konvolyution operator-diferensial tənliklərin maksimal requlyarlıq xassələri öyrənilmişdir;
- Parametrdən asılı konvolyution operator-diferensial tənliklər üçün kiçik və spektral parametrlərdən asılı koersitiv qiymətləndirmə alınmışdır.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur

1. Мусаев Г.К., Коэрцитивная разрешимость для дифференциально-операторных уравнений. // *Труды конференции, посвященной 80-летию К.Т.Ахмедова, Баку.- 1999. -с.52-55.*
2. Musayev H.K., Orucov Q., Nəcəfova S., Abstrakt Sobolev fəzalarında çoxluğun kompaktlığı. // *TEC-nin 61-ci elmi konfransının materialları, Bakı.- 2000. -s.133-134.*
3. Мусаев Г.К., Оценки резольвенты некоторых дифференциальных операторов. // *“Diferensial tənliklər və onların tətbiqi” elmi konfransının tezisləri, Bakı.- 2002. - s.62-64.*
4. Мусаев Г.К., Анизотропные оценки резольвенты некоторых дифференциальных операторов, // *Материалы научной конференции, посвященной 70 летию профессора Г.К.Намазова, Баку.-2002. -s.103-105.*
5. Мусаев Г.К., О фредгольмовости дифференциально-операторных уравнений с переменными коэффициентами. // *Abstracts of X International conference on mathematics and mechanics devoted to the 45th anniversary of Institute of Mathematics and Mechanics, Baku. - 2004. - p.118.*
6. Musaev H.K. Coercive properties of anisotropic differential-operator equations., // *Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue mathematics and mechanics, XXIV, N.4, 2004, -p. 117-124.*
7. Musayev H.K., İsgəndərova G.M., Bəzi operator əmsallı anizotrop diferensial tənliklərin rezolventasının qiymətləndirilməsi, // *Abstracts of International conference on mathematics and mechanics devoted to the 50-th anniversary from birthday of member of the correspondent of NASA, professor İ.T.Mamedov, Bakı.- 2005, -p.146.*
8. Musaev H.K. Estimate of growth of mixed differentiation of resolvent of anisotropic differential operators., // *Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, XXV (XXXIII), 2006, -p.85-91.*

9. Мусаев Г.К., Компактность операторов вложения в весовых абстрактных анизотропных пространствах. // *Akademik Ə.Hüseynovun 100 illiyinə həsr olunmuş konfransın materialları*. Bakı.- 2007.-p.109.
10. Musayev H.K., Hacıyeva N.F., Çəkili fəzalarda daxilolma teoremləri və onların bəzi tətbiqləri, // *Ümummilli lider H.Əliyevin 85 illiyinə həsr olunmuş konfransın materialları*, Bakı.- 2008. -p.85.
11. Musaev H.K., Compactness of the imbedding in the weight abstract anisotropic spaces, // *The 2nd International conference on control and optimization with Industrial Applications*. Baku. - 2008. -p.133.
12. Musaev H.K., Imbedding theorems in weight abstract anisotropic spaces, // *The 3^d congress of the world mathematical society of Turkish countries*. Almaty.- 2009. -p.260-262.
13. Мусаев Г.К., Непрерывность вложения в классах абстрактных функций, определенных в области, // *“Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” adlı beynəlxalq elmi konfransın materialları*,. Bakı.- 2010. - p.29-30
14. Musayev H.K., Paşayeva G.M., Müəyyən sinif çəkili fəzalarda daxilolma teoremləri, // *Abstracts of International conference devoted to the 80-th anniversary of academician F.G.Magsudov*, Bakı.- 2010.- p. 279-280.
15. Musaev H.K., //The theorem on compactness of the embedding operators in weight classes of the abstract functions defined in domain, *The 4d congress of the Turkish World Mathematical Society*. Baku. -2011. -p.109.
16. Мусаев Г.К., Теорема о компактности операторов вложения в некоторых интерполяционных пространствах, // *Proceedings of the international conference devoted to the 100-th anniversary of academician Z.İ.Khalilov*, Bakı.- 2011. -p.263-266.
17. Мусаев Г.К., Мурсалова С.Т., Оценка резольвенты для некоторых дифференциальных операторов, // *Proceedings of the International conference devoted to the 100-th anniversary of academician İ.İ.İbrahimov*, Bakı- 2012.-p.177-179.
18. Мусаев Г.К., Ахмедов И.А., О разрешимости одной краевой задачи для псевдогиперболического уравнения четвертого порядка с интегральным условием первого рода, // *Tələbə, magistrant və gənc*

tədqiqatçıların “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı.- 2012.- p.130-131.

19. Мусаев Г.К., Мурсалова С.Т., Оценка роста смешанного дифференцирования резольвенты в зависимости от параметра, // *Tələbə, magistrant və gənc tədqiqatçıların “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı- 2012. - p.131-134.*

20. Musaev H.K., A priori estimation for coercive solvability of differential-operator equation with variable coefficients., // *Proceedings of İMM of NAS of Azerbaijan, XXXVII (XLV), 2012. –p.111-117.*

21. Мусаев Г.К., Ахмедов И.А., Об одной краевой задаче для псевдогиперболического уравнения четвёртого порядка с интегральным условием первого рода, // *Azərbaycanın ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 90 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı. – 2013. –p.185.*

22. Мусаев Г.К., Ограниченность операторов вложения в абстрактных анизотропных пространствах, // *Proceedings of the International conference devoted to the 55-th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics, Baku.- 2014. - p. 255-257.*

23. Мусаев Г.К., Казымова Н.А., Компактность множества в абстрактных функциональных пространствах, // *Proceedings of the International conference devoted to the 55-th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics, Baku.- 2014.- p. 257-258.*

24. Мусаев Г.К., Бадиева А.Н., Теорема о компактности множества в абстрактных анизотропных пространствах, // *Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 91 illiyinə həsr olunmuş Respublika elmi konfransın materialları, Bakı.-2014. -c.114-116.*

25. Musayev H.K., Badiyeva A.İ., Abstrakt fəzalarda sabit əmsallı operator diferensial tənliklərin həllinin qiymətləndirilməsi, // *Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 91 illiyinə həsr olunmuş Respublika elmi konfransının materialları, Bakı.-2014. -s.112-114.*

26. Musayev H.K., Kazımova N.A., Abstrakt $L_2(a, b)$ fəzasında diferensial operatorların koersitivliyi, //“Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” adlı Elmi Konfransının materialları. Bakı.-2014. -s.111-112.
27. Мусаев Г.К., Казымова Н.А., Компактность множества в абстрактных функциональных пространствах, //Magistrant, doktorant və gənc tədqiqatçıların “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” adlı Respublika Elmi Konfransının materialları. Bakı.-2014. -p.111-112.
28. Shakhmurov, V.B., Musaev H.K., Separability properties of convolution-differential operator equations in weighted L_p spaces, // *Appl.and Comput. Math.*, V.14, N2, 2015.- p.221-233.
29. Musaev, H.K., Shakhmurov V.B., Regularity properties of degenerate convolution-elliptic equations, // *Boundary Value Problems*, (2016) 50, 2016. -p.1-19.
30. Мусаев Г.К., Аскерова Л.В., Теорема вложения в пространствах Соболева и их применение к разрешимости некоторых дифференциально-операторных уравнений, //Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 94 illiyinə həsr olunmuş «Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri» adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı.-2017. -p.202-207.
31. Мусаев Г.К., Аскерова Л.В., Коэрцитивная разрешимость некоторых дифференциально-операторных уравнений, //«Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri» adlı Respublika elmi konfransının materialları, Bakı-2017. –p.233-234.
32. Musaev H.K., Uniformly boundedness of the operator-valued functions arising in the solution of convolution differential-operator equations., //*Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mathematics*, 37(4), 2017. –p. 120-131.
33. Musaev, H.K., Shakhmurov V.B., Maximal regular convolution-differential equations in weighted Besov spaces., // *Appl.and Comput. Math.*, V.,16, N.2, 2017, -p.190-200.
34. Musaev, H.K., Shakhmurov V.B., B-Coercive convolution equations in weighted function spaces and applications., // *Ukr. Math. Journ.* V.,69, N.10, 2017. -p. 1385-1405.

35. Musaev H.K., Nonlinear elliptic convolution differential-operator equations., // *Journal of Baku Engineering University, Mathematics and Computer sciences*, V.,1, N.2, 2017, -p.140-148.
36. Мусаев Г.К., Шаммадли Н.М., Дифференциальные уравнения второго порядка с ограниченными операторными коэффициентами, // *“Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri” adlı Respublika elmi konfransının materialları, Baku. -2018. –p.174-175.*
37. Musaev H.K., Boundary value problem for the anisotropic type convolution equations, // *Proceedings of the 6th International Conference on “Control and Optimization with industrial applications”, Volume I, 2018,- p. 282-284.*
38. Musaev H.K., Coercive estimation of the solutions of infinite system of integro-differential equations in weighted spaces., // *Proceedings of IAM of BSU., V., 7. N.1, 2018, -p.75-85.*
39. Musaev H.K., Wentzell-Robin type boundary value problem for elliptic convolution –differential equation., // *“Bakı Universiteti xəbərləri” N.2, 2018, -p. 81-89.*
40. Musaev H.K., Boundary value problem in the weighted spaces with mixed norm., // *“Bakı Universiteti xəbərləri”, N.3, 2018, -p.58-66.*
41. Musaev H.K., Infinite system of degenerate integro-differential equations., // *Transactions of Pedagogical University, Series of mathematical and natural sciences, N.4, V.66., 2018. -p 14-24.*
42. Musaev H.K., Degenerate convolution equations in vector-valued weighted Besov spaces., // *Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mathematics., V., 38, N.4, 2018. -p. 115-123.*
43. Musaev H.K., The Cauchy problem for an infinite systems of convolution operator-differential equations., // *Journal of Contemporary Applied Mathematics, V.,8, N.2, 2018, -p. 16-30.*
44. Musaev H.K., Linear degenerate convolution-elliptic equations with parameters.// *Proceedings of IAM of BSU., V.7. N.2, 2018, -p.165-177.*
45. Musaev H.K., The system of degenerate integro-differential equations with parameters., // *Journal of Baku Engineering University, Mathematics and Computer sciences, V2., N.1., 2018, -p.36-45.*

46. Musaev H.K., Boundary value problems for Convolution Differential Operator Equations on the half line, //3rd *International conference on "Operators in General Morry-type spaces and applications (OMTSA 2019), Turkey. 2019.-p.60.*
47. Musaev H.K., The Cauchy problem for degenerate parabolic CDOE., // *TWMS, Journal of Pure and Applied Mathematics, V.,12, N.2., 2021, - p.278-288.*
48. Musaev H.K., Maximal regularity of parameter dependent differential-operator equations on the halflin., // *Journal of Contemporary Applied Mathematics, V.9, N.1., 2019, -p.10-22.*
49. Musaev H.K., R-boundedness of the operator-valued functions in weighted L_p-spaces., // *Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mathematics, V.,39, N.1., 2019, -p.141-150.*
50. Musaev H.K., The system of convolution equations in concrete Banach space., // *Caspian journal of applied mathematics, ecology and economics, V.,7, N.1., 2019,- p. 65-75.*
51. Musaev H.K., Boundary value problems for convolution differential operator equations on the halif line., // *Proceedings Book, Operators in general Morrey-Type spaces and applications, Turkey. -2019. -p.57-60.*
52. Musayev H.K., Şəmmədli N.M., Banax fəzasında ikinci tərtib diferensial tənlik üçün abstrakt Koşi məsələsinin həlli haqqında., // *Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" Respublika Elmi Konfransının materialları, Bakı.-2019. -s.134.*
53. Мусаев Г.К., Наджафалиева Т.Г., Полугруппы операторов и линейные абстрактные задачи Коши., // *Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" Respublika Elmi Konfransının materialları, Bakı.- 2019. -c.135-136.*
54. Musaev H.K., Najafaliyeva T.G., Coercive estimate for abstract elliptic equations with parameters., // *Proceedings of the International conference devoted to the 60th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics of Azerbaijan National Academy of Sciences (ANAS), Bakı. - 2019, -p.394-397.*

55. Musaev H.K., The nonlocal BVP for the system of Boussinesq equation of infinite many order., // *Proceedings of the 7th International Conference on “Control and Optimization with industrial applications”*, Volume I, 2020,- p. 290-292.
56. Shakhmurov V.B., Musaev H.K., Nonlocal problems for Boussinesq equations., // *Proceedings of the 7th International Conference on “Control and Optimization with industrial applications”*, Volume I, 2020,- p. 371-373.

Dissertasiyanın müdafiəsi **25 fevral 2022-ci il** tarixində saat **14⁰⁰** Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **24 yanvar 2022-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 14.01.2022
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 79152
Tiraj: 50