AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
İDARƏETMƏ SİSTEMLƏRİ İNSTİTUTU

Əlyazması hüqüqünda

ƏFƏNDİYEVA HƏCƏR CAVİD QIZI

EHTİYATLARDAN SƏMƏRƏLİ İSTİFADƏ MODELLƏRİ VƏ ONLARIN TƏDQİQİ

1203.01 – Kompyuter elmləri

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim olunmuş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

BAKI – 2015

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru
A.A.Niftiyev

Elmi məsləhətçi: akademik, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor F.Ə.Əliyev

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru
F.G.Feyziyev

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru: S.Y.Hüseynov

Aparıcı müəssisə: Azərbaycan Dövlət Memarlıq və İnşaat Universiteti Ali Riyaziyyat kafedrası

Müdafiə 5 iyun 2015-ci il saat 15:00-da Azərbaycan MEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəzdindəki D 01.121 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1141, Bakı ş., B. Vahabzadə küçəsi, 9.

Dissertasiya ilə Azərbaycan MEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferat 04 may 2015-ci ildə göndərilmişdir.

D 01.121 Dissertasiya şurasının elmi katibi,
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dos. **Ə. B. PAŞAYEV**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Mövcud təbii ehtiyatların məhdud olması, ondan bu və ya digər mənada optimal istifadə etmək zərurətini yaradır. Bu baxımdan belə məsələlərin, o cümlədən iqtisadi məsələlərin riyazi modelinin qurulması və onların tədqiqi həmişə tədqiqatçıların diqqət mərkəzində olmuşdur. Bu istiqamətdə Y.H.Arsenev, S.İ.Şelabaev, Y.V.Berejnaya, V.A.Bunkin, V.V.Qluxov, T.A.Dubrova, və s. müəlliflərin işlərini qeyd etmək olar.

Hən hansı iqtisadi məsələni öyrənərkən müxtəlif yanaşmalara uyğun olaraq qurulan riyazi modellər də müxtəlif olur. Məsələn, kollektiv qərar qəbul etmə məsələlərində öyrənilən prosesə eqalitar yanaşdıqda məqsəd funksiyası müəyyən şəkildə, utilitar yanaşdıqda isə digər şəkildə olur. Belə məsələlərin tədqiqində optimal həllin necə başa düşülməsi də mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Bundan başqa öyrənilən obyektin ayrı-ayrı xüsusiyyətlərinin və mövcud qeyri-müəyyənlik faktolarının nəzərə alınması indiyə qədər tədqiq olunan iqtisadi məsələlərin fərqli yeni modelinin qurulmasına gətirib çıxarır. Bu istiqamətdə olan işlərə misal olaraq İ.Ğuido, A.O.Nedosekin, Q.İmanov, Y.Həsənov, R.Şıxlinskaya, E.Şəfizadə, və başqalarının işlərini göstərmək olar.

Mövcud məhdud sahə ehtiyyatlarından optimal istifadə ilə bağlı klassik modeli qurarkən xeyli sadələşmələr edilir. Belə ki, fərz olunur ki, sahə hissə-hissə bircinsdir. Lakin ümumi halda sahə qeyri-bircinsdir və onun hər bir hissəsi öz mənfəət funksiyasına (və ya məhsuldarlığa) malikdir. Eyni zamanda bu faktorların nəzərə alınması qurulan riyazi modelin tədqiqində ciddi çətinlik yaradır. Bu çətinliklər məqsəd kriteriyasının oblastdan asılı inteqral funksionalından ibarət olması ilə bağlıdır.

Belə məsələlər optimal formanın tapılması məsələsi olub, müxtəlif tədqiqatçılar tərəfindən öyrənilmişdir. Bu istiqamətdə J.Sea, J.Sokolovski, J.P.Zolesio, N.B.Baniçuk, A.Nachaoui, J.Haslinqer, L.A.Murayev, A.K.Kərimov və digər müəlliflərin işlərini qeyd etmək olar.

Axtarılan oblastlar qabarıq olduğu halda A.A.Niftiyevin və Y.S. Qasımovun təklif etdiyi yeni yanaşma belə məsələlərin həllində müvəffəqiyyətlə tətbiq olunur. Təklif olunan bu yanaşma çoxluqlar arasında müəyyən metrika təyin edir ki. Bu da məhdudiyyətlər çoxluğunun parametrə görə dəyişmə sürətini müəyyən imkan verir. Bundan istifadə edərək C.İ.Zeynalovun işlərində oblasta görə bəzi optimal idarə məsələlərinə baxılmışdır.

İşin məqsədi:

- Bəzi iqtisadi məsələlərdə müxtəlif mövcud faktorlar nəzərə alan modellərin qurulması;
- Müasir riyazi yanaşmalarından istifadə etməklə onların tədqiqi;
- Optimal həllin və optimal qiymətin məhdudiyyət çoxluğundan asılılığının öyrənilməsi;

- Qeyri-müəyyənlik faktorlarının daxil olduğu iqtisadi məsələlərin modelinin qurulması və onların tədqiqi;
- Belə məsələlərin ədədi həll alqoritminin yaradılması.

Tədqiqat üsulu. Dissertasiya işində riyazi modelləşdirmədən, iqtisadi nəzəriyyədən, informasiya texnologiyaları və proqramlaşdırmadan, diskret və hesablama riyaziyyatından, diferensial tənliklər nəzəriyyəsindən, optimal idarəetmə və variasiya hesabından istifadə olunmuşdur.

Elmi yeniliklər:

1. Bircins olmayan sahə ehtiyatlarından optimal istifadə modeli qurulur;
2. Müasir riyazi üsullardan istifadə edərək müxtəlif hallarda alınan modelin həlletmə üsulu verilir;
3. İqtisadi məsələlərdə optimal həllin və optimal qiymətin məhdudiyyətlər çoxluğundan asılılığı öyrənilir;
4. Məhdudiyyətlər çoxluğunun parametrə görə dəyişməsi ilə bağlı optimal idarəetmə məsələsinin qoyuluşu verilir və tədqiq olunur;
5. Qeyri-müəyyənliklərlə bağlı olan sahə ehtiyatlarından optimal istifadə modeli qurulur və onun ədədi həll alqoritmi verilir.

Elmi və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya işində məhdud ehtiyatlardan optimal istifadə ilə bağlı bəzi iqtisadi modellərə baxılır və müasir riyaziyyatın yeni yanaşmalarından istifadə edərək onların tədqiqi verilir. Digər işlərdən fərqli olaraq, burada öyrənilən iqtisadi məsələnin modelini qurarkən müxtəlif mövcud faktorlar nəzərə alınır. Təklif olunan yanaşma baxılan məsələlərlə məhdudlaşmır və geniş sinif iqtisadi, ekoloji və s. bu kimi praktiki məsələlərə də tətbiq oluna bilər.

İşin aprobasiyası. Dissertasiyada alınmış nəticələr aşağıdakı konfranslarda məruzə olunmuşdur:

- 41^{th} Annual İranian Mathematics conference (İran, Urmiya, 2010);
- Riyaziyyatın tətbiqi problemləri Elmi konfransında (Bakı, 2006);
- Modern problems of applied mathematics and information texnologies. (Al- Khorezmiy, 2009).

Eyni zamanda dissertasiyanın nəticələri dəfələrlə BDU Tətbiqi Riyaziyyat Elmi Tədqiqat İnstitutunun seminarında müzakirə olunmuşdur.

Nəticələrin çapı. Dissertasiya işi üzrə müəllifin 9 elmi əsəri çap olunmuşdur.

Dissertasiyanın həcmi və strukturu. Dissertasiya işi girişdən, üç fəsildən, yekun nəticədən, istinad olunan 84 ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

DİSSERTASİYA İŞİNİN MƏZMUNU

Girişdə mövzunun aktuallığı əsaslandırılmış, tədqiqatın məqsədi və dissertasiyada alınmış əsas nəticələr qısa şərh olunur.

Birinci fəsildə məhdud sahə ehtiyatlarından optimal istifadə məsələsinə baxılır və belə məsələlərin tədqiqat üsulu verilir. Burada baxılan məsələ digər tədqiqatçıların öyrəndiyi məsələlərdən fərqli olaraq qeyri bircins məsələdir və ona görə də məsələnin qoyuluşu oblastdan asılı funksionalların minimallaşdırılmasına gətirilir. Bu fəsildə baxılan məsələyə iqtisadi baxımdan müxtəlif cür interpretasiya vermək olar. Bu məsələni bircins olmayan "piroqun" n iştirakçı arasında utilitar prinsiplə bölünməsi məsələsi kimi də xarakterizə etmək olar.

Tutaq ki, kənd təsərrüfatı ilə məşğul olan hər hansı istehsalçı verilən məhdud sahədən istifadə etməklə maksimal gəlir əldə etmək istəyir. n növ istehsalla məşğul olan bu istehsalçının istifadə edəcəyi sahə (oblast) $D \subset R^2$ olsun. Hər nov məhsul üçün istifadə olunan sahənin hər bir hissəsi müxtəlif məhsuldarlığa malikdir. k-cı növ məhsula ayrılacaq hissənin $C_k,\ k=\overline{1,n}$, sahəsi əvvəlcədən verilir. Burada fərz etmək olar ki,

$$C_1 + C_2 + \ldots + C_n = mesD.$$

Bu məhdudiyyət ümumiliyi pozmur. Doğrudan da əgər biz sahənin bir hissəsindən, yəni sahəsi

$$mesD - (C_1 + C_2 + \ldots + C_n)$$

olan hissəsindən istifadə etmək istəmiriksə, onda bunu mənfəət funksiyası eyniliklə sıfıra bərabər olan məhsul istehsalı kimi qəbul edəcəyik. D oblastında k-cı növ məhsul üçün mənfəət funksiyasını $f_k(x),\ x \in D,\ k = \overline{1,n}$, ilə işarə edək. Əgər hər hansı $D_0 \subset D$ üçün $f_k(x) \equiv 0\ \ x \in D_0 \subset D$ olarsa, onda bu o deməkdir ki, $D_0 \subset D$ sahəsindən istifadə k-cı növ məhsul üçün qətiyyən yaralı deyil. Əgər $f_k(x) = f_k^0 = const,\ x \in D,\ k = \overline{1,n}$, olarsa, onda məsələ bircins məsələ adlanır. Başqa sözlə, sahənin bütün hissəsi k-cı növ məhsul üçün eyni əhəmiyyətliliyə malikdir.

D oblastından k növ məhsul üçün ayrılan hissəni $D_k,\ k = \overline{1,n}$, ilə işarə edək. Bu sahə üçün mənfəət funksiyası $f_k(x),\ x \in D_k,\ k = \overline{1,n}$, olduğundan, k-cı növ məhsulun D_k sahəsindən istifadə zamanı mənfəət

$$J_k(D_k) = \int_{D_k} f_k(x)dx,\ k = \overline{1,n},$$

kimi hesablana bilər. Onda bütün məhsuldan əldə olunan ümumi mənfəət aşağıdakı kimi olar

$$\sum_{k=1}^{n} \int_{D_k} f_k(x)dx .$$

Məqsəd verilən hər növ məhsul üçün ayrılan sahəni elə seçməkdən ibarətdir ki, ümumi gəlir maksimum olmuş olsun. Riyazi olaraq məsələ, elə $D_1, D_2, ..., D_n$ oblastlarını tapmaqdan ibarətdir ki,

$$J(D_1, D_2, ..., D_n) = \sum_{k=1}^{n} \int_{D_k} f_k(x)dx$$

funksionalı maksimum qiymət alsın. Aydındır ki, bu oblastlar kəsişə bilməzlər, yəni eyni bir sahə eyni zamanda iki müxtəlif növ məhsul üçün istifadə oluna bilməz:

$$D_i \cap D_j = \emptyset, \quad i \neq j .$$

Digər tərəfdən bütün bu istifadə olunan sahələr birlikdə D oblastını təşkil edir, yəni

$$\bigcup_{k=1}^{n} \overline{D_k} = D .$$

Burada $\overline{D}_k$ çoxluğu D_k oblastının qapanmasını göstərir. Bundan sonra sadəlik xətrinə bu şərti

$$\bigcup_{k=1}^{n} D_k = D$$

kimi yazacağıq və D_k oblastını qapalı hesab edəcəyik.

Hər bir D_k oblastının sahəsi verildiyindən

$$mes\, D_k = C_k \ , \quad k = \overline{1,n}$$

şərtini yaza bilərik. Burada $mes\, D_k$ k-cı növ məhsul üçün ayrılan D_k oblastının sahəsidir.

Beləliklə, riyazi olaraq biz aşağıdakı optimallaşdırma məsələsini almış oluruq

$$J(D_1, D_2, ..., D_n) = \sum_{k=1}^{n} \int_{D_k} f_k(x)dx \to \max, \qquad (1)$$

$$\int_{D_k} dx = C_k \ , \ k = \overline{1,n} \qquad (2)$$

$$\bigcup_{k=1}^{n} D_k = D, \quad D_i \cap D_j = \emptyset, \quad i \neq j \tag{3}$$

K ilə aşağıdakı kimi təyin olunan $d = (D_1, D_2, ..., D_n)$ oblastlar yığımını işarə edək

$$K = \{d = (D_1, D_2, ..., D_n) : D_k \subset R^2, \ \bigcup_{k=1}^{n} D_i = D, \quad D_i \cap D_j = \emptyset, \quad i \neq j\} \tag{4}$$

Aydındır ki, məqsəd elə $d = (D_1, D_2, ..., D_n) \in K$ tapmaqdan ibarətdir ki, o, (2) şərtini ödəməklə (1) funksionalına maksimum vermiş olsun.

Tutaq ki, müxtəlif istehsalla məşğul olan n iştirakçı məhdud sahədən necə istifadə etsinlər ki, ümumi mənfəət maksimum olmuş olsun. Baxdığımız bu halda $f_k(x), \ x \in D$, k-cı iştirakçının D oblastı üzrə mənfəət funksiyasını göstərir. Əgər biz kollektiv mənfəət funksiyasını utilitar prinsiplə götürsək, onda bu məsələdə (1)-(3) optimallaşdırma məsələsinə gətirilir.

İkinci paraqrafda baxılan məsələ əvvəlcə axtarılan $D_1, D_2, ..., D_n$ oblastları qabarıq olduğu halda həll edilir. Qeyd etdiyimiz kimi alınan (1) - (3) məsələsi optimal formanın tapılması məsələsidir və belə məsələlərin həlli ciddi riyazi çətinliklərlə bağlıdır. Laqranj vuruqları daxil edilərək daha sadə məsələyə gətirilir və alınan funksionalın qradiyenti hesablanaraq, optimallıq şərti yazılır.

Teorem 1. Tutaq ki, $d^* = (D_1^*, D_2^*, ..., D_n^*) \in K$ oblastlar yığımı (1) funksionalına (2), (3) şərtləri daxilində maksimum verir. Onda elə $\lambda_1^*, \lambda_2^*, ..., \lambda_n^*$ ədədləri var ki, aşağıdakı şərt ödənilir.

$$\sum_{i=1}^{n}\int_{S_k^*}\left[f_k(x)+\lambda_k^*\right]\left[p_{D_k}(v(x))-p_{D_k^*}(v(x))\right]ds \le 0,\ \forall d=(D_1,D_2,...,D_n)\in K \quad . \tag{5}$$

Burada

$$P_D(x)=\sup_{l\in D}(l,x),\ \ x\in R^n ,$$

D oblastının dayaq funksiyasıdır.

Daha sonra müxtəlif xüsusi hallara baxılır və uyğun optimallıq şərtləri alınır.

Bu şərtdən istifadə edərək (1)-(4) məsələsinin həll alqoritmi verilir.

Addım 1. $d^{(0)}=(D_1^{(0)},D_2^{(0)},...,D_n^{(0)})\in K$ şərtlərini ödəyən ixtiyari başlanğıc oblastlar yığımını və $\lambda^{(0)}=(\lambda_1^{(0)},\lambda_2^{(0)},...,\lambda_n^{(0)}),\ \lambda_i^{(0)}\ge 0$ vektorunu götürürük.

Addım 2. Aşağıdakı məsələni

$$I(d)=\sum_{k=1}^{n}\int_{S_k^{(0)}}\left[f_k(x)+\lambda_k^{(0)}\right]p_{D_k}(v(x))ds \to \max,\ \ d=(D_1,D_2,...,D_n)\in K$$

həll edərək, müsbət bircins, qabarıq $P_k(x),\ k=\overline{1,n}$, funksiyalarını tapırıq. Burada $S_k^{(0)}=\partial D_k^{(0)}$.

Addım 3. Aralıq $\bar{d}=(\overline{D}_1^{(0)},\overline{D}_2^{(0)},.......,\overline{D}_n^{(0)})$ yığımı $P_k(x)$ funksiyasının sıfır nöqtəsində subdiferensialı kimi tapılır, yəni

$$\overline{D}_k^{(0)}=\partial P_k(0),\ \bar{d}^{(0)}=(\overline{D}_1^{(0)},\overline{D}_2^{(0)}.$$

Addım 4. Növbəti $d^{(1)}=(D_1^{(1)},D_2^{(1)},...,D_n^{(1)})$ yığımı aşağıdakı qayda ilə qurulur

$$d^{(1)}=(1-\alpha)\overline{d}^{(0)}+\alpha\, d^{(0)},\ 0\le\alpha\le 1. \tag{6}$$

Başqa sözlə,

$$D_k^{(1)} = (1-\alpha)\overline{D}_k^{(0)} + \alpha\, D_k^{(0)},\ 0 \le \alpha \le 1.$$

Addım 5. Növbəti $\lambda^{(1)} = (\lambda_1^{(1)}, \lambda_2^{(1)}, ..., \lambda_n^{(1)})$ vektoru

$$\lambda_k^{(1)} = \lambda_k^{(0)} - \alpha\,(mesD_k^{(0)} - C_k),\ 0 \le \alpha \le 1 \qquad (7)$$

münasibətindən tapılır.

Proses müəyyən dəqiqlik şərtləri ödənilənə qədər davam etdirilir. Dəqiqlik şərtləri müxtəlif cür ola bilər. Məsələn,

a) $\left|J(d^{(k+1)}) - J(d^{(k)})\right| < \varepsilon$;

b) $\left\|d^{(k+1)} - d^{(k)}\right\| < \varepsilon$,

burada ε>0 - əvvəlcədən verilmiş kiçik ədəddir və dəqiqliyi xarakterizə edir. Burada k iterasiyanın nömrəsini göstərir.

Əgər iterasiyanın müəyyən addımında $\overline{d}^{(k)} = d^{(k)}$ olarsa, bu halda α_k -nın seçilməsindən asılı olmayaraq $d^{(k+1)} = d^{(k)}$ olacaqdır. Onda $I(\overline{d}^{(k)}) = I(d^{(k)})$, yəni

$$\delta J(d^{(k)}) = I(d) - I(d^{(k)}) \le I(\overline{d}^{(k)}) - I(d^{(k)}) = 0.$$

Bu göstərir ki, $d^{(k)} \in K$ optimallıq şərtini ödəyir.

Dördüncü və beşinci addımdakı α parametri müxtəlif üsullarla seçilə bilər. Ümumi halda α_k aşağıdakı monotonluq şərtindən tapılır

$$J(d^{(k+1)}) = J((1-\alpha_k)\overline{d}^{(k)} + \alpha_k d^{(k)}) \le J(d^{(k)}).$$

Üçüncü paraqrafda $D_1, D_2, ..., D_n$ oblastlarının qabarıq olmadığı halda baxılan məsələnin həll etmək üçün yeni yanaşma verilir. Qeyd edək ki, bu yanaşma təkcə baxılan məsələni deyil, bu tip geniş sinif məsələləri də həll etməyə imkan verir.

Əvvəlcə (1)-(4) məsələsi diskretləşdirilərək aşağıdakı tam qiymətli xətti proqramlaşdırma məsələsinə gətirilir:

$$J(z) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{(i,j)\in S} f_{ij}^{(k)} z_{ij}^{(k)} \to \max, \tag{8}$$

$$\sum_{(i,j)\in S} z_{ij}^{(k)} = N_k, \qquad k = \overline{1,n}, \tag{9}$$

$$\sum_{k=1}^{n} z_{ij}^{(k)} = 1, \quad (i,j) \in S, \tag{10}$$

$$z_{ij}^{(k)} \in \{0;1\}, \ k = \overline{1,n}, \ (i,j) \in S \ . \tag{11}$$

Bu məsələnin həll edib $z_{ij}^{(k)}, \ k = \overline{1,n}, \ (i,j) \in S$, dəyişənlərini tapdıqdan sonra axtarılan $D_1, D_2, ..., D_n$ oblastlarının uyğun diskret şəbəkələrinin qurulma sxemi verilir.

Dördüncü paraqrafda təklif olunan alqoritmlərin konkret realizasiya sxemi verilir və çoxlu model misallar üzrə nəticələr nümayiş olunur.

İkinci fəsildə optimal həllin və optimal qiymətin məhdudiyyət çoxluğundan asılılığı öyrənilir.

Tutaq ki, hər hansı sonlu ölçülü R^n fəzasından olan D çoxluğunda $f(x)$ funksiyasını minimallaşdırmaq tələb olunur. Başqa sözlə, bizi aşağıdakı məsələ maraqlandırır

$$f(x) \to \min, \ \ x \in D \tag{12}$$

Aydındır ki, optimal həll $x_0 \in D$ və optimal qiymət $f(x_0)$ məqsəd funksiyasından və D çoxluğundan asılıdır. Ona görə də, həlli xarakterizə edən optimallıq şərti də bilavasitə çoxluqdan və məqsəd funksiyasından asılı olmalıdır.

Tutaq ki, D çoxluğu qabarıq çoxluqdur. Onda məlumdur ki, o özünün dayaq funksiyası

$$P_D(x) = \sup_{l \in D}(l, x), \ \ x \in R^n,$$

vasitəsilə ilə birqiymətli təyin olunur və bu funksiya qabarıq, müsbət bircins və kəsilməz funksiyadır. Belə ki, ixtiyari qabarıq, müsbət bircins və kəsilməz $P(x)$ funksiyası üçün elə $D \in M$ çoxluğu var ki, $P(x) = P_D(x)$. D çoxluğu $P(x)$ funksiyasının sıfır nöqtəsində subdiferensialı kimi təyin olunur

$$D = \partial P(0) = \{l \in R^r : P(x) \geq (l, x), x \in R^n\}.$$

Deməli, optimallıq şərtinin məqsəd funksiyası $f(x)$ və məhdudiyyətləri xarakterizə edən D çoxluğun $P_D(x)$ dayaq funksiyası dilində yazılması təbii olardı.

Teorem 2. Tutaq ki, $f(x)$ funksiyası qabarıq $D \subset R^n$ çoxluğunda kəsilməz diferensiallanandır və $x_0 \in D$ (12) məsələsinin həllidir. Onda aşağıdakı şərt ödənilir

$$(f'(x_0), x_0) + P_D(-f'(x_0)) = 0. \tag{13}$$

Əgər $f(x)$ funksiyası D çoxluğunda qabarıqdırsa, onda (13) şərti $x_0 \in D$ nöqtəsinin (12) məsələsinin həlli olması üçün həm də kafidir.

İndi tutaq ki baxılan funksiya xəttidir

$$f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n = (c, x) \tag{14}$$

Bu halda əgər, $x_0 \in D$ nöqtəsi xətti (14) funksiyasına D çoxluğunda minimum verir. Onda minimal qiymət üçün aşağıdakı düstur doğrudur

$$f_{\min} = (c, x_0) = -P_D(-c)\,. \tag{15}$$

Göründüyü kimi minimal qiymət bilavasitə D çoxluğundan və verilən $c = (c_1, c_2, ..., c_n)$ vektorundan asılıdır. Bu sadə ideyadan istifadə edərək bu fəsildə müxtəlif iqtisadi məsələlərin ehtiyatlardan asılılığı öyrənilir. Optimal plan və optimal qiymət üçün müxtəlif düsturlar alınır.

Teorem 3. Tutaq ki, məqsəd funksiyası $f(x)$ D çoxluğunda α tərtibdən bircins funksiyadır, yəni

$$f(tx) = t^{\alpha} f(x),\ \ \forall x \in D\,. \tag{16}$$

Onda $f(x)$ funksiyasına D çoxluğunda minimum verən $x_0 \in D$ nöqtəsi üçün

$$f_{\min} = -\frac{1}{\alpha} P_D(-f'(x_0))\,. \tag{17}$$

Bu alınan düsturlar göstərir ki, məhdudiyyətlər (ehtiyatlar) çoxluğuna müəyyən parametrlərdən asılı oblast funksiya kimi baxmaq olar və bu parametrlər dəyişdikcə oblast funksiya və deməli bu çoxluqda baxılan məsələnin optimal planı və optimal qiyməti də dəyişiləcək. Bu fəslin üçüncü paraqrafında bununla bağlı bir optimal idarəetmə məsələsinə baxılır. Oblastın asılı olduğu parametri şərti olaraq $t \in [0,T]$ ilə işarə edək. Fərz olunur ki, hər bir $t \in [0,T]$ üçün $D = D(t)$ qabarıq çoxluqdur. M ilə qabarıq məhdud oblastlar çoxluğunu işarə edək.

Tutaq ki, $t \in [0,T]$ anında baxılan oblast $D(t)$ forması ilə xarakterizə olunur. t dəyişdikcə $D(t)$ oblastı da dəyişir. Oblastın bu dəyişməsini xarakterizə edən aşağıdakı kəmiyyətə baxaq:

$$\frac{\partial P_{D(t)}(x)}{\partial t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{D(t+\Delta t)}(x) - P_{D(t)}(x)}{\Delta t}, \quad x \in S_B. \tag{18}$$

Əgər elə $V_1(t),\ V_2(t) \in M,\ \ t \in [0,T],$ varsa ki,

$$\frac{\partial P_{D(t)}(x)}{\partial t} = P_{V_{1(t)}}(x) - P_{V_2(t)}(x), \tag{19}$$

olsun, onda $\dot{d}(t) = (V_1(t), V_2(t)) \in M \times M$ cütü $D(t)$ oblastının sürəti adlanır. Bu tərifi ona ekvivalent olan aşağıdakı şəkildə də yazmaq olar:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{(D(t+\Delta t),0) - (D(t),0)}{\Delta t} = (V_1(t), V_2(t)).$$

Bu tərifdən istifadə edərək aşağıdakı optimal idarəetmə məsələsinə baxılır

$$J(V) = \int_{S_B} \left| P_{D(T)}(x) - P_Z(x) \right|^2 ds + \alpha \int_0^T \int_{S_B} \left| P_{V(t)}(x) \right|^2 ds dt \tag{20}$$

$$\dot{D}(t) = a(t)D(t) + V(t), t \in [0,T], \tag{21}$$

$$D(0) = D_0, \tag{22}$$

burada $a(t),\ t \in [0,T]$ kəsilməz funksiya $D_0 \in R^n$ -verilmiş qabarıq məhdud çoxluq $V(t)$ oblast funksiyası idarəedici olub, hər bir $t \in [0,T]$ üçün R^n fəzasından olan qabarıq məhdud çoxluqdur. (21) bərabərliyi qabarıq oblastlar cütünün bərabərliyi kimi başa düşülür. Başqa sözlə əgər

$$\dot{D}(t) = (D_1(t), D_2(t)) \in M \times M$$

Olarsa, onda (21) tənliyini aşağıdakı kimi yazmaq olar.

$$(D_1(t), D_2(t)) = a(t)(D(t),0) + (V(t),0), t \in [0,T].$$

Məqsəd elə ölçülən $V(t)$ oblast funksiyasını tapmaqdan ibarətdir ki, o (20) funksionalına minimum vermiş olsun. İdarəedicilər çoxluğunu aşağıdakı kimi götürəcəyik

$$K = \{V = V(t) \in K_0, \dot{\forall} t \in [0,T]\} \tag{23}$$

haradakı,

$$K_0 = \{V \in M : V_0 \subset V \subset V_1\}, \tag{24}$$

və V_0, V_1 – verilən qabarıq çoxluqlardır.

Əvvəlcə (22), (23) məsələsinin həllinin varlığı isbat olunur.

Теорема 4. İxtiyari $V \in K$ üçün (23), (24) məsələsinin qabarıq $D(t), t \in [0,T]$, həlli var və bu həll yeganədir. Bu həll aşağıdakı qabarıq bircins funksiyanın sıfır nöqtəsində subdiferensialı kimi təyin olunur

$$P(t,x) = \exp\left(\int_0^t a(\tau)d\tau\right)\left[P_{D_0}(x) + \int_0^t \exp\left(-\int_0^\tau a(s)ds\right)P_{V(\tau)}(x)d\tau\right] \tag{25}$$

Daha sonra baxılan optimal idarəetmə məsələsi üçün maksimum prinsipinə analoji şəkildə optimallıq şərti alınır.

Üçüncü fəsildə qeyri-müəyyənliklərlə bağlı ehtiyatlardan səmərəli istifadə modellərinə baxılır. Bir çox iqtisadi məsələlərin riyazi modelini qurarkən biz istər istəməz müəyyən sadələşdirmələr və fərziyyələr edirik. Əks halda qurulan model olduqca mürəkkəb olur və onun riyazi tədqiqində ciddi problemlər yaranır. Lakin eyni zamanda edilən sadələşdirmələr elə olmalıdır ki, qurulan modellə real proses uyğun olsun. Yəni riyazi modelin verdiyi nəticə təsvir olunan prosesin real nəticəsinə uyğun gəlsin.

Təbiətdə aparılan müşahidələr, ölçmələr və qiymətləndirmələr bu və ya digər dərəcədə qeyri-müəyyənliklərlə bağlıdır. Daha yaxşı olardı ki, qurulan riyazi model bu qeyri-müəyyənliklər faktorlarını nəzərə alsın. Əsası Berkli Universitetinin professoru, əslən azərbaycanlı olan Lütfi Zadə tərəfindən qoyulan fazi (qeyri-səlis) nəzəriyyə qeyri-müəyyənliklərlə bağlı sistemlərin idarə olunmasında mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Burada bu nəzəriyyənin bəzi iqtisadi məsələlərin öyrənilməsinə tətbiqi verilir. Digər bu kimi işlərdən fərqli olaraq, burada qeyri-səlis ədədlər cütü fəzasından istifadə edilir.

F ilə normal və qabarıq qeyri-səlis ədədlər yığımını işarə edək. Bu halda hər bir qeyri-səlis $a \in F$ ədədinin α-səviyyəsi aşağıdakı kimi olacaqdır

$$a^{\alpha} = [L_a(\alpha), R_a(\alpha)], \; \alpha \in [0,1].$$

Məlumdur ki, ixtiyari $a \in F$ qeyri-səlis ədədini özünün α- səviyyəsi vasitəsi ilə birqiymətli təyin olunur. Qeyri-səlis ədədin mənsubiyyət funksiyası verilərsə, onda $L_a(\alpha), R_a(\alpha)$ funksiyalarını bu funksiya ilə ifadə etmək olar. Qeyri-səlis ədədlərin bu cür təsviri onlar üzərində toplama və müsbət ədədə vurma əməlini təyin etməyə imkan verir. Tutaq ki, $a, b \in F$. Onda

$$(a+b)^{\alpha} = [L_a(\alpha) + L_b(\alpha), R_a(\alpha) + R_b(\alpha)],$$

$$(k\cdot a)^{\alpha} = (kL_a(\alpha), kR_a(\alpha)), k \geq 0.$$

$F \times F$ çoxluğu dedikdə, biz (a,b) yığımını başa düşəcəyik, belə ki, $a \in F, b \in F$. Belə cütlər üzərində aşağıdakı əməlləri təyin edək

$$(a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2),$$

$$(-1)\cdot(a,b) = (b,a) \quad ,$$

$$k\cdot(a,b) = (ka,\ kb)\ , \quad k \geq 0 \quad ,$$

Aşağıdakı ekvivalentlik münasibətlərini də daxil etməklə,

$$(a_1, a_2) \approx (b_1, b_2) <=> a_1 + b_2 = a_2 + b_1$$

göstərilir ki, bu əməllərə görə qurulan fəza xətti fəzadır. Bu fəzanın sıfırı dedikdə (a,a) cütü başa düşülür. Doğrudan da, ekvivalentlik münasibətlərinə görə (a,a)=(0,0). Bu fəzada $x = (a,b)$ elementinin əksi dedikdə $x = (a,b)$ başa düşülür. Yəni,

$$x + (-x) = (a,b) + (b,a) = (a+b, a+b) = (0,0).$$

Qeyri-səlis ədədin α-səviyyəsi ilə təsvirindən istifadə edərək bu fəzada skalyar hasil təyin olunmuşdur. Tutaq ki,

$$x = (a_1, a_2),\ \ y = (b_1, b_2),\ \ a_i, b_i \in F, \quad i = 1,2.$$

$a_i, b_i \in F$ qeyri-səlis ədədlərinin $_{\alpha}\,\alpha$- səviyyəsini götürək

$$a_i^{\alpha} = [L_{a_i}(\alpha), R_{a_i}(\alpha)],$$

$$b_i^{\alpha} = [L_{b_i}(\alpha), R_{b_i}(\alpha)], \alpha \in [0,1].$$

Aşağıdakı kimi təyin olunan və $x = (a_1, a_2),\ y = (b_1, b_2)$ cütlərinin skalyar hasili adlanan $x \circ y$ hasilini təyin edək

$$x \circ y = \frac{1}{2}\int_0^1 [(L_{a_1}(\alpha) - L_{a_2}(\alpha))(L_{b_1}(\alpha) - L_{b2}(\alpha)) +$$

$$+ (R_{a_1}(\alpha) - R_{a_2}(\alpha))(R_{b_1}(\alpha) - R_{b_2}(\alpha))]d\alpha . \qquad (26)$$

Eyni qayda ilə bu fəzada norma da təyin etmək olar

$$\| x \|^2 = \frac{1}{2}\int_0^1 [(L_{a_1}(\alpha) - L_{a_2}(\alpha))^2 + (R_{a_1}(\alpha) - R_{a_2}(\alpha))^2]d\alpha . \qquad (27)$$

Qeyd edək ki, əgər a, b qeyri səlis ədədlərdirsə, yəni $x = (a,0),\ y = (b,0)$, onda skalyar hasil və norma aşağıdakı kimi olacaqdır

$$x \circ y = \frac{1}{2}\int_0^1 [L_a(\alpha)L_b(\alpha) + R_a(\alpha)R_b(\alpha)]d\alpha . \qquad (28)$$

$$\| x \|^2 = \frac{1}{2}\int_0^1 (L_a^2(\alpha) + R_a^2(\alpha)\}d\alpha . \qquad (29)$$

Müxtəlif ədəbiyyatlarda qeyd olunduğu kimi qeyri-müəyyənliklərlə bağlı
proseslərin modelini yazmaq və onları tədqiqi etmək ciddi çətinliklərlə bağlıdır. Lakin yuxarıda qurulan xətti fəza bu çətinlikləri aradan aldırmağa imkan verir. Biz burada sahə ehtiyatlarından istifadə ilə bağlı bir modelə baxacağıq və qeyri-səlis yanaşmanı tətbiq edərək, onun riyazi modelini yazacağıq.

Qeyd edək ki, biz birinci fəsildə də sahə ehtiyatlarından optimal istifadə modelinə baxmışdıq. Lakin o məsələ qeyri-bincins məsələ idi, yəni sahənin hər bir nöqtəsi digərindən fərqli göstəriciyə malik idi. Burada baxacağımız model isə, bu və ya digər mənada hissə-hissə bircins məsələdir. Sadəlik xətrinə istifadə olunan sahəni kənd təsərrüfatı sahəsi kimi götürəcəyik.

Tutaq ki, ümumi əkin sahəsi xarakterinə və ya məhsuldarlıq göstəricilərinə görə m hissədən ibarətdir və hər hissənin sahəsi $b_1, b_2, ..., b_m$ hektardır. Bu sahələrdə p növ məhsul əkilməsi tələb olunur. Məlumdur ki, i növ məhsulu j-cu sahədə əkdikdə orta məhsuldarlıq a_{ij}-dir. Həm də məlumdur ki, i növ məhsulun satışından alınan gəlir c_i-dir. Məsələ aşağıdakı kimi qoyulur: Hər sahədə hər növ məhsuldan neçə hektar əkmək lazımdır ki, maksimal gəlir əldə edilsin. Əlavə olaraq, tələb olunur ki, istehsal olunan i-ci növ məhsul müəyyən d_i həddindən az olmasın.

Bu məsələnin riyazi modeli müxtəlif ədəbiyyatlarda verilmişdir. Bu modeli qurarkən bəzi sadələşmələr edilir. Məsələn, qəbul edilir ki, i növ məhsulu j-cu sahədə əkdikdə orta məhsuldarlıq a_{ij}-dir. Lakin bu heç də tamamilə belə olmur və məhsuldarlıq göstəricisi müxtəlif qeyri-müəyyənlikləri özündə saxlayır. Başqa sözlə, məhsuldarlığı biz qeyri-səlis kəmiyyət kimi qəbul etməliyik. j-cu sahədə əkiləcək i-ci növ məhsulun x_{ij} sahə miqdarından asılı olduğundan, bu da öz növbəsində x_{ij} kəmiyyətinin də qeyri-səlis olmasına gətirib çıxarır. Sadələşdirilmiş modeldə j-cu sahədən əldə olunan i növ məhsulun $a_{ij}x_{ij}$ ümumi miqdarı, bu halda yeni mahiyyət kəsb edir və bu hasilin necə təyin olunması verilməlidir. Yuxarıda baxılan məsələnin qeyri-səlis modelini yazmaq üçün verilənlərin α-səviyyəsini yazaq

$$a_{ij}^{\alpha} = [L_{a_{ij}}(\alpha), R_{a_{ij}}(\alpha)],$$

$$x_{ij}^{\alpha} = [L_{x_{ji}}(\alpha), R_{x_{ij}}(\alpha)], \alpha \in [0,1].$$

Bu halda $a_{ij}x_{ij}$ hasili $a_{ij} \circ x_{ij}$ ilı əvəz oluna bilər. $a_{ij} \circ x_{ij}$ hasili ortalaşmış qiymət kimi qəbul oluna bilər. Onda

$$a_{ij} \circ x_{ji} = \frac{1}{2}\int_0^1 [L_{a_{ij}}(\alpha)L_{x_{ij}}(\alpha) + R_{a_{ij}}(\alpha)R_{x_{ij}}(\alpha)]d\alpha .$$

Bu qayda ilə yuxarıdakı model aşağıdakı qeyri-səlis modeli kimi verilə bilər

$$\widetilde{F}(x) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{m}\int_0^1 [c_i L_{a_{ij}}(\alpha)L_{x_{ij}}(\alpha) + c_i R_{a_{ij}}(\alpha)R_{x_{ij}}(\alpha)]d\alpha \to \max . \qquad (30)$$

$$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m}\int_0^1 [L_{a_{ij}}(\alpha)L_{x_{ij}}(\alpha) + R_{a_{ij}}(\alpha)R_{x_{ij}}(\alpha)]d\alpha \geq d_i, \quad i = \overline{1,p}, \qquad (31)$$

$$\sum_{i=1}^{p} L_{x_{ij}}(1) = b_j, \sum_{i=1}^{p} R_{x_{ij}}(1) = b_j \quad j = \overline{1,m} . \qquad (32)$$

$$0 \leq L_{x_{ij}}(\alpha) \leq R_{x_{ij}}(\alpha), \ i = \overline{1,p}, \quad j = \overline{1,m}, \ \alpha \in [0,1] . \qquad (33)$$

İkinci paraqrafda baxılan bu məsələ α-ya görə diskretləşdirilərək, klassik xətti proqramlaşdırma məsələsinə gətirilir.

Bu fəslin sonuncu-üçüncü paraqrafında sahə ehtiyatlarından optimal istifadə məsələsinə qeyri-səlis ədədlər cütünə görə baxılır və 3.1, 3.2 –də olduğu kimi, analoji qaydada tədqiq olunur.

ƏSAS NƏTİCƏLƏR

Dissertasiya işində məhdud ehtiyatlardan optimal istifadə ilə bağlı bəzi iqtisadi modellərə baxılır və müasir riyaziyyatın yeni yanaşmalarından istifadə edərək onların tədqiqi verilir. Digər işlərdən fərqli olaraq, burada öyrənilən iqtisadi məsələnin modelini qurarkən müxtəlif mövcud faktorlar nəzərə alınır. Təklif olunan yanaşma baxılan məsələlərlə məhdudlaşmır və geniş sinif iqtisadi, ekoloji və s. bu kimi praktiki məsələlərə də tətbiq oluna bilər.

Dissertasiya işində aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

1. Bircins olmayan sahə ehtiyatlarından optimal istifadə modeli qurulur;
2. Müasir riyazi üsullardan istifadə edərək müxtəlif hallarda alınan modelin həlletmə üsulu verilir;
3. İqtisadi məsələlərdə optimal həllin və optimal qiymətin məhdudiyyətlər çoxluğundan asılılığı öyrənilir;
4. Məhdudiyyətlər çoxluğunun parametrə görə dəyişməsi ilə bağlı optimal idarəetmə məsələsinin qoyuluşu verilir və tədqiq olunur;
5. Qeyri-müəyyənliklərlə bağlı olan sahə ehtiyatlarından optimal istifadə modeli qurulur və onun ədədi həll alqoritmi verilir.

Dissertasiya işinin mövzusuna aid nəşr olunmuş əsərlərin siyahisi:

1. Нифтиев А.А., Зейналов Дж.И., Эфендиева Х.Дж. Задача оптимального управления относительно эволюции области. Известия НАН Азерб. 2010, №3, с.68-74.
2. Niftiyev A.A., Zeynalov C.I., Efendiyeva H.C. Optimal control problem relatively to domain evolution. International Journal of Applied Mathematics (IJAM). 2010, v.23, №3, pp. 527-538.
3. Niftiyev A.A., Zeynalov C.I., Efendiyeva H.C. Mathematical modeling for the optimal use of a bounded area. Actual problems of economics. 2011, №2(116), pp.261-270.
4. Нифтиев А.А., Зейналов Дж.И., Эфендиева Х.Дж. Задача оптимального управления относительно изменение формы области. News Baku State University, 2010, №2, стр.59-66.
5. Niftiyev A.A., Efendiyeva H.C. ,Zeynalov C.I. The model of optimal use of the bounded resources. Modern problems of applied mathematics and information texnologies. Al Khorezmiy 2009, vol.2, p.88-91.
6. Niftiyev A.A.,Efendiyeva H.C. Investigation pf the influence of the cost Function and restrictions of the optimal solution. 37th Iranian Mathematical conference, University of Zanjan, 2007, 3-6 september, p.421-424.

7. Efendiyeva H.C. Экономико-математическая модель оптимального использования земельного участка. News Baku State University, 2011, №4, стр. 76-82.
8. Əfəndiyeva H.C. Müəssisədə ekoloji menecment, Riyaziyyatın tətbiqi problemləri Elmi Konfransının materialları, Bakı, 2006, s.22-24.
9. Niftiyev A.A.,Zeynalov C.I., Efendiyeva H.C. The model of optimal use of the bounded resources. Abstract of the 3d Congress of the Word Mathematical Society of Turkic Countries.June 30-July 4, 2009. Al-Farabi Kazakh national University
10. Y.A.Ghaseni Habashi, B.M.Gasimov, H.C.Efendiyev and M.M.Mutallimov Technology of forecasting oil spreading on water by neural networks, İnternational Journal of Science, Environment and Technology, Vol.3 No6, 2014, 2006-2104,

Müştərək işlərdə müəllifin şəxsi iştirakı

[1,2,4] işlərində optimallıq şərtlərinin alınması müəllifin nailiyyətidir.

[6,10] işlərində həmmüəlliflər ancaq məsələnin qoyuluşunda iştirak etmişlər.

[3,5,9] işlərində modelin qurulması və alqoritmin realizasiyası müəllifin xidmətidir.

Заключение

В диссертационной работе рассматриваются некоторые экономические модели оптимального использования ресурсов и, используя новые подходы современной математики, даются их применения. В отличие от других работ, здесь при построении модели изучаемой экономической задачи учитываются различные существующие факторы. Предлагаемый подход не ограничивается рассматриваемыми задачами и может применяться в широком классе экономических, экологических и т.п. практических задач.

В диссертационной работе были получены следующие результаты:

1. Строится модель оптимального использования неоднородного земельного участка.
2. Используя современные математические методы дается метод реализации различных моделей.
3. Изучается зависимость оптимального решения оптимального значения в экономической задаче от множества ограничений.
4. Дается постановка и применение задачи оптимального управления, связанная с изменением множества ограничений по параметру.
5. Строится модель оптимального использования земельных ресурсов связанная с неопределенности и дается его численная реализация.

SUMMARY

In the dissertation work, we consider some economical models of optimal use of resources, and using new methods of contemporary mathematics give their applications. Unlike other works, while constructing the models of the studied economical problem we take into account different existing factors.

The suggested method is not restricted by the problems under consideration and may be applied to a wide class of economical, ecological and other practical problems.

In the dissertation work, the following results are obtained:

1. A model of optimal use of an inhomogeneous plot of land is structured.
2. Using up-to-date mathematical methods, a method for realization of different models is given.
3. Dependence of optimal solution of optimal value in economical problem on the set of restrictions is studied.
4. Statement and application of an optimal control problem connected with changed of a set of restrictions in parameter is given.
5. A model of optimal use of land resources connected with indeterminacies is constructed and its numeral realization is given.

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ СИСТЕМНОЙ УПРАВЛЕНИИ

На правах рукописи

ЭФЕНДИЕВА ХАДЖАР ДЖАВИД гызы

МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ И ИХ ИССЛЕДОВАНИЕ

1203.01 – Компютерные науки

АВТОРЕФЕРАТ

Диссертации на соискание ученой степени
Доктора философии по математики

БАКУ - 2015