

**SEVİNC MÜZƏFFƏR qızı BAĞİROVA**

**DÖRDÜNCÜ TƏRTİB OPERATOR – DİFERENSİAL  
TƏNLİKLƏR ÜÇÜN BƏZİ SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİN  
HƏLL OLUNMASI HAQQINDA**

**1211.01– Diferensial tənliklər**

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi  
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

**A V T O R E F E R A T I**

**B A K İ – 2 0 1 7**

Dissertasiya işi **Gəncə Dövlət Universitetinin “Riyazi analiz” kafedrasında** yerinə yetirilmişdir.

**Elmi rəhbər:**

Fizikairiyaziyyat elmləri doktoru, prof.

S.S. Mirzəyev

**Rəsmi opponətlər:**

Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof.

A.X. Xanməmmədov

Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof.

T.S. Hacıyev

**Aparıcı təşkilat:**

Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universitetinin “Ali riyaziyyat” kafedrası

Dissertasiyanın müdafiəsi 19 sentyabr 2017-ci il saat 14<sup>00</sup>-da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün FD.02.016 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəhəri, akademik Z. Xəlilov küç. 23.

Avtoreferat göndərilib 14 iyun 2017-ci il.

**FD.02.016 Dissertasiya  
Şurasının elmi katibi**

**dosent A.T. Əfəndiyeva**

## İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

**Mövzunun aktuallığı.** Dissertasiya işi tənliyin baş hissəsi və sərhəd şərtləri həyacanlandırıldıqda dördüncü tərtib operator-diferensial tənliklər üçün bəzi sərhəd məsələlərinin həll olunmasına və bircins tənliyin azalan elementar həllər sisteminin bəzi spektiral xassələrinin tədqiqinə həsr olunmuşdur.

Məlumdur ki, abstrakt fəzalarda operator-diferensial tənliklərin həll olunma nəzəriyyəsi öz başlanğıcını T. Kato, K. İosida, E. Xille, R. Fillips və digər riyaziyyatçıların işlərindən funksional analizin metod və ideyalarının xüsusi törəmli diferensial tənliklər nəzəriyyəsində tətbiq kimi götürülmüşdür. Sonralar bu nəzəriyyə özünün tətbiqlərini riyazi analizin müxtəlif sahələrində, riyazi fizikada və mexanikanın bəzi məsələlərində tapmışdır. Operator-diferensial tənliklərin həll olunma nəzəriyyəsi bütün bu məsələlərin eyni metodla həll edilməsinə və eyni nöqteyi-nəzərdən izah olunmasına imkan verir. Buna görə də bu nəzəriyyə müasir funksional analizin sürətlə inkişaf edən sahələrindən biridir. Bu nəzəriyyənin bəzi məsələləri E. Xille və R. Fillipsin, T. Katonun, K. İosidanın, V.İ. Qarbaçuk və M.L. Qarbaçukun, C.Q. Kreynin, C.Y. Yakubov və Y. Yakubovun, J.L. Lions və E.Madjenesin və digərlərinin kitablarında öz əksini tapmışdır.

Qeyd edək ki, operator diferensial tənliklər üçün Koşi və sərhəd məsələləri, məsələn, C.Q. Kreynin, Q.İ. Laptevin, M.Q. Qasimovun, V.İ. Qarbaçuk və M.L.Qarbaçukun, A.A. Dezinin, Y.A. Dubinskinin, S.Y. Yakubovun, M. Bayramoğlunun, S.S. Mirzəyevin, A.R. Əliyevin, A.A. Şkalikovun, A.M. Əhmədovun, H.İ. Aslanovun və onların tələbələrinin işlərində tədqiq olunmuşdur. Bu işlərin əksəriyyətində tədqiq olunan sərhəd məsələlərinin tənliyin yalnız baş hissəsi həyacanlandırılmış, lakin sərhəd şərtləri, ümumiyyətlə, həyacanlandırılmamışdır. İkinci tərtib operator-diferensial tənliklər üçün həm tənliyin özü, həm də sərhəd şərtləri həyacanlandıqda M.Q. Qasimovun və S.S.Mirzəyevin, S.S. Mirzəyevin və S.Q. Vəliyevin, S.S. Mirzəyevin və R.F. Səfərovun və s. işlərində baxılmışdır. Üçüncü tərtib operator –diferensial tənliklər üçün belə tip məsələlər S.F. Babayeva, S.S.Mirzəyev və S.F.Babayeva, A.R. Əliyev və S.F. Babayevanın işlərində tədqiq olunmuşdur.

Təqdim olunan dissertasiyada dörd tərtibli operator-difrenesial tənliklər üçün diferensial tənliyin özü və sərhəd şərtləri xətti operatorlarla həyacanlandırıldıqda bəzi sərhəd məsələləri tədqiq edilmişdir. Belə məsələlərə xüsusi törəmli diferensial tənliklərin və mexanikanın bir çox məsələləri gətirilir. Bu sərhəd məsələlərinin həll olunma şərtləri sərhəd

məsələlərindəki operatorların xassələri ilə ifadə olunur və buna görə də konkret məsələlərdə asanlıqla yoxlanılır.

Operator-diferensial tənliklərin həll olunması nəzəriyyəsində bircins tənliyin həlli üçün Furye metodunun əsaslandırılması əsas məsələlərdən biridir. Bu işə bircins tənliyin elementar həllər sisteminin bütün həllər fəzasında tamlığı və minimallığı məsələsinin tədqiqini zəruri edir. Bunun üçün işə uyğun operator dəstənin bəzi məxsusi və qoşma elementlər sisteminin bircins tənliyin izlər fəzasında tamlıq və minimallığının öyrənilməsinə zəruri edir. Bu səbəbdən də operator dəstələrin spektral nəzəriyyəsi müasir funksional analizin intensiv inkişafda olan bir sahəsidir. Bu nəzəriyyənin əsası M.Y. Keldışın işlərindən başlanmış və bir çox riyaziyyatçıların işlərində öz inkişafını tapmışdır. Burada C.E.Allahverdiyevin, C.E. Allahverdiyevin və D.M. Əhmədovun, M.G.Qasimovun, A.Q. Kostyuçenkonun, A.A. Şkalikovanın, Q.B.Radjiyevskinin, S.S. Mirzəyevin və başqalarının işlərində mühüm nəticələr alınmışdır. Qeyd edək ki, məxsusi və qoşma elementlərin spektral xassələrini öyrəndikdə biz əsasən, M.G. Qasimovun təklif etdiyi və S.S.Mirzəyevin işlərində inkişaf etdirmiş metoddan istifadə edirik.

### **İşin məqsədi.**

1<sup>0</sup>. Dörd tərtibli operator-diferensial tənliklər üçün tənliyin özünün və sərhəd şərtlərinin operatorla həyacanlandırıldıqda bəzi sərhəd məsələlərinin requlyar və  $\phi$ -həll olunması haqqında yeni teoremlərin alınması

2<sup>0</sup>. Sobolev tipli bəzi fəzalarda aralıq törəmə operatorlarının normasının qiymətləndirilməsi və onların həll olunma şərtləri ilə əlaqəsinin tapılması

3<sup>0</sup>. Uyğun dörd tərtibli operator dəstənin rezolventasının analitik xassələrinin, və spektrinin tədqiqi

4<sup>0</sup>. Operator dəstələrin sərhəd məsələlərinə uyğun məxsusi və qoşma vektorlar sisteminin hissəsinin requlyar həllərin izlər fəzasında iqiqat tamlığını və minimallığını təmin edən şərtlərin tapılması.

5<sup>0</sup>. Bircins tənliklərin azalan elementar həllər sisteminin onun requlyar həllər fəzasında tamlıq və minimallığı haqqında yeni teoremlərin alınması.

### **Elmi yeniliklər.**

1<sup>0</sup>. Tənliyin özü və sərhəd şərtləri operatorlarla həyacanlanmış dörd tərtibli operator diferensial tənliklər üçün bəzi sərhəd məsələlərinin requlyar və  $\phi$ -həll olunması haqqında yeni teoremlər alınmışdır.

2<sup>0</sup>. Sobolev tipli bəzi fəzalarda aralıq törəmə operatorlarının norması qiymətləndirilməsi və onların həll olma şərtləri ilə əlaqəsi tapılmışdır.

3<sup>0</sup>. Uyğun dörd tərtibli operator dəstənin rezolventasının analitik xassələrinin və spektrin tədqiq edilməsidir.

4<sup>0</sup>. Operator dəstələrin sərhəd məsələlərinə uyğun məxsusi və qoşma elementləri sisteminin bir hissəsinin requlyar həllərin izlər fəzasında ikiqat tamlığı və ikiqat minimallığını təmin edən şərtlər tapılmışdır.

5<sup>0</sup>. Bircins tənliyin azalan elementar həllər sisteminin requlyar həllər fəzasında tamlığı və minimallığı haqqında yeni teoremlər isbat olunmuşdur.

Alınan bütün nəticələr tənlikdə və sərhəd şərtində iştirak edən operatorların xassələri ilə ifadə olunmuşdur.

**Tədqiqatın ümumi metodikası.** Dissertasiyada Hilbert fəzasında qeyri-məhdud operatorlar nəzəriyyəsinin, Hilbert fəzasında məhdud operatorların yarımqruplar nəzəriyyəsinin, abstrakt Hilbert fəzalarında çevirmələr nəzəriyyəsinin, Hilbert fəzasında tam funksiyalar nəzəriyyəsinin, Hilbert fəzasında operator dəstələr nəzəriyyəsinin metodlarından istifadə edilmişdir.

### **İşin nəzəri və praktik əhəmiyyəti.**

Dissertasiya işində alınan nəticələr nəzəri xarakter daşıyır, lakin bu nəticələr xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin, riyazi analizin, mexanikanın və riyazi fizikanın müxtəlif məsələlərinə tətbiq oluna bilər.

### **İşin aprobasiyası.**

Dissertasiya işində alınan əsas nəticələr Gəncə Dövlət Universitetinin «Riyazi analiz» kafedrasında, Bakı Dövlət Universitetinin «Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz», «Diferensial və integral tənliklər», habelə Stefan Banaxın anadan olmasının 120 illiyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransında, (Lvov ş. Ukrayna 2012), Riyaziyyat və İKT-nin tətbiq sahələri, yeni tədris texnologiyası (Gəncə 2014) beynəlxalq konfransda, professor Yəhya Məmmədovun anadan olmasının 85 illiyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı 2015), Doktoronların və gənc tədqiqatçıların XVII respublika elmi konfransında (Bakı ş. 2013) məruzə və müzakirə edilmişdir.

**Nəşrlər.** Dissertasiya işinin əsas nəticələri müəllifin 13 elmi işində çap edilmişdir ki, bunlar da avtoreferatın sonunda verilmişdir.

### **Dissertasiyanın strukturu, həcmi.**

Dissertasiya işi giriş, üç fəsil və 66 adda istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiyanın həcmi 131 səhifədir.

### **Dissertasiyanın məzmunu.**

Girişdə mövzunun aktuallığı əsaslandırılır, dissertasiya işi üzrə elmi işlərin xülasəsi və tədqiq olunan məsələlərin qoyuluşu verilmiş və dissertasiyada alınan nəticələr şərh edilmişdir.

Birinci fəsildə tənliyin özü və sərhəd şərtləri operatorlarla həyacanlanmış bəzi sinif sərhəd məsələlərinin requlyar həll olunması tədqiq olunur.

Birinci yarımfəsildə bəzi abstrakt funksional fəzalar təyin edilir və dissertasiya işinin şərhində istifadə olunan bəzi faktlar və teoremlər verir.

Tutaq ki,  $A$ - $H$  seperabel Hilbert fəzasında təyin olunmuş müsbət-müəyyən öz-özünə qoşma operatorudur,  $H_\gamma$  ( $\gamma \geq 0$ ) isə  $A$  operatorunun doğruluğa Hilbert fəzaları şkalasıdır, yəni  $H_\gamma = D(A^\gamma)$ ,  $(x, y)_\gamma = (A^\gamma x, A^\gamma y)_\gamma$ ,  $x, y \in H_\gamma$ .  $\gamma = 0$  olduqda  $H_0 = H$  olduğunu qəbul edirik.

Tutaq ki,  $-\infty \leq a < b \leq +\infty$   $L_2((a, b): H)$  ilə  $(a, b)$ -də sanki hər yerdə təyin olunmuş, qiymətləri  $H$ -dan olan, ölçülən, Boxner mənada kvadratı ilə inteqrallanan bütün  $f(t)$  vektor-funksiyalarının Hilbert fəzasını işarə edək, belə ki,

$$\|f\|_{L_2((a,b);H)} = \left( \int_a^b \|f(t)\|^2 dt \right)^{1/2}$$

$R = (-\infty, \infty)$  və  $R_+((0, \infty): H) = L_2(R_+: H)$  üçün hesab edirik ki,

$$L_2((-\infty, \infty): H) = L_2(R: H), \quad L_2((0, \infty): H) = L_2(R_+: H)$$

Daha sonra aşağıdakı Hilbert fəzası daxil edilir

$$W_2^4((a, b): H) = \left\{ u : u^{(4)} \in L_2((a, b): H), A^4 u \in L_2((a, b): H) \right\}$$

belə ki, burada norma

$$\|u\|_{W_2^4((a,b);H)} = \left( \|u^{(4)}\|_{L_2((a,b),H)}^2 + \|A^4 u\|_{L_2((a,b),H)}^2 \right)^{1/2}$$

kimi təyin olunur. Aşağıdakı kimi işarələmə qəbul edək

$$W_2^4((-\infty, \infty): H) = W_2^4(R: H), \quad W_2^4((0, \infty): H) = W_2^4(R_+: H)$$

Burada və gələcəkdə törəmələr paylama nəzəriyyəsi mənada başa düşülür.

Tutaq ki,  $L(X, Y)$ - $X$  Hilbert fəzasından  $Y$  Hilbert fəzasına təsir edən məhdud operatorları fəzasıdır. Onda

$$S \in L(W_2^4(R_+: H), H_{5/2}), \quad T \in L(W_2^4(R_+: H), H_{7/2})$$

olduqda

$$W_{2,S}^4(R_+ : H) = \{u : u \in W_2^4(R_+ : H), u(0) = 0, u'(0) = Su\}$$

və

$$W_{2,T}^4(R_+ : H) = \{u : u \in W_2^4(R_+ : H), u'(0) = 0, u(0) = Tu\}$$

$W_2^4(R_+ : H)$  fəzasının tam alt fəzaları olacaq. Gələcəkdə bizə

$$W_2^3((a,b) : H) = \{u : u''' \in L_2((a,b) : H), A^3 u \in L_2(a,b) : H\}$$

və norması

$$\|u\|_{W_2^3((a,b):H)} = \left( \|u'''\|_{L_2((a,b):H)}^2 + \|A^3 u\|_{L_2((a,b):H)}^2 \right)^{1/2}$$

kimi təyin olunan Hilbert fəzası da lazım olacaq

İkinci yarımfəsildə

$$P(d/dt)u(t) = u^{(4)}(t) + A^4 u(t) + \sum_{j=0}^4 A_{4-j} u^{(j)}(t) = f(t), t \in R_+ \quad (1)$$

$$u(0) = 0, u'(0) = Su \quad (2)$$

sərhəd məsələsinə baxılır, burada  $f(t)$ ,  $u(t)$  vektor-funksiyalar  $R_+ = (0, \infty)$  - da sanki hər yerdə təyin olunmuş, qiymətləri isə  $H$ -dan olan vektor funksiyalardır, operator əmsalları isə aşağıdakı şərtləri ödəyirlər:

- 1)  $A$  - müsbət müəyyən öz-özünə qoşma operatorudur;
- 2) Operatorlar  $B_j = A_j A^{-j}$  ( $j = 0, 4$ )  $H$ -da məhdudduddrlar;
- 3) Operator  $S \in W_2^4(R_+ : H), H_{5/2}$ , belə ki,  $s = \|S\|_{W_2^4(R_+ : H) \rightarrow H_{5/2}}$ .

Qeyd edək ki, (1) tənliyinin baş hissəsi olan

$$P_0(d/dt)u \equiv u^{(4)}(t) + A^4 u(t) \text{ operatoru } P_1(d/dt)u(t) = \sum_{j=0}^4 A_{4-j} u^{(j)}(t) \text{ operatoru ilə}$$

sərhəd şərtləri isə  $u(0) = 0, u'(0) = 0$

$u'(0) = 0, u'(0) - Su = 0$  kimi həyacanlandırılmışdır.

**Tərif 1.** Əgər  $f(t) \in L_2(R_+ : H)$  üçün elə  $u(t) \in W_2^4(R_+ : H)$  vektor-funksiyası varsa ki, o (1) tənliyini  $R_+$ -da sanki hər yerdə ödəyirsə onda ona (1) tənliyinin requlyar həll deyilir.

**Tərif 2.** Əgər istənilən  $f(t) \in L_2(R_+ : H)$  tənliyinin  $u(t)$  requlyar həlli varsa, o (2) sərhəd şərtini

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t)\|_{7/2} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow +0} \|u'(t) - Su\|_{5/2} = 0$$

yığılması mənada ödəyirsə və

$$\|u\|_{W_2^4(R_+; H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2(R_+; H)},$$

qiymətləndirilməsi doğrudursa, onda (1), (2) sərhəd məsələsi requlyar həll olunan adlanır

Əvvəlcə aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır.

$$P_0(d/dt)u(t) = u^{(4)}(t) + A^4 u(t) = f(t), t \in R_+ \quad (3)$$

$$u(0) = 0, \quad u'(0) = Su \quad (4)$$

və aşağıdakı lemma isbat olunur.

**Lemma 1.** Tutaq ki,  $A$  -müsbət müəyyən öz-özünə qoşma operator,

$\omega_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i), \omega_2 = -\frac{1}{2}(1-i)$ . Onda istənilən  $x \in H_{7/2}$  üçün aşağıdakı bərabərsizliklər doğrudur:

$$\|A^4 e^{\omega_k t A} x\|_{L_2(R_+; H)} \leq \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \|x\|_{7/2} \quad k = 1, 2$$

və

$$\|(e^{\omega_1 t A} - e^{\omega_2 t A})x\|_{W_2^4(R_+; H)} \leq \sqrt[4]{2} \|x\|_{7/2}.$$

Bu lemmadan istifadə edərək aşağıdakı teoremlər isbat olunur.

**Teorem 1.** Tutaq ki, 1) və 3) şərtləri ödənilir və  $0 \leq s < \sqrt[4]{2}$ . Onda (3), (4) məsələsi requlyar həll olunandır.

$$P_0 u = u^{(4)}(t) + A^4 u(t), \quad u \in W_{2,S}^4(R_+; H)$$

işarələnməsini qəbul edək. Teorem 1-dən istifadə edərək aralıq törəmə operatorlarının norması qiymətləndirilir.

**Teorem 2.** Tutaq ki, teorem 1-in bütün şərtləri ödənilir. Onda istənilən  $u \in W_{2,S}^4(R_+; H)$  üçün aşağıdakı bərabərsizliklər doğrudur:

$$\|A^{4-j} u^{(j)}\|_{L_2(R_+; H)} \leq c_j(s) \|P_0 u\|_{L_2(R_+; H)}, \quad j = \overline{0, 4}$$

belə ki,

$$c_0(s) = c_4(s) = 1 + \frac{s}{\sqrt[4]{2} - s}, \quad c_1(s) = \frac{3^{3/4}}{4} + \frac{s}{\sqrt[4]{2} - s},$$



$$c_2(s) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}s}{4\sqrt{2}-s}, \quad c_3(s) = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \frac{s}{4\sqrt{2}-s}$$

Bu qiymətləndirmələri və teorem 2-i istifadə edərək aşağıdakı teorem isbat olunur.

**Teorem 3.** *Tutaq ki, 1)-3) şərtləri ödəyir, belə ki,  $0 \leq s < \sqrt[4]{2}$  və*

$$\alpha(s) = \sum_{j=0}^4 c_j(s) \|B_{4-j}\| < 1 \quad (5)$$

*bərabərsizliyi doğrudur, burada  $c_j(s) (j=0,4)$  ədədləri teorem 2-dən təyin olunur. Onda (1),(2) məsələsi requlyar həll olunandır.*

Bu teoremdən  $s=0$  olduqda alınır ki,

$$\alpha(0) = \sum_{j=0}^4 c_j(s) \|B_{4-j}\| < 1$$

olarsa, onda (1) tənliyi üçün  $u(0) = 0, u'(0) = 0$  sərhəd məsələsi requlyar həll olunandır. Bu nəticə  $A_0=0$  olduqda S.S.Mirzəyev tərəfindən alınmışdır.

Üçüncü yarımfəsildə isə

$$P(d/dt)u(t) = u^{(4)}(t) + A^4 u(t) + \sum_{j=0}^4 A_{4-j} u^{(j)}(t) = f(t), \quad t \in R_+ \quad (6)$$

$$u(0) = Tu'(t), \quad u'(0) = 0 \quad (7)$$

sərhəd məsələsinin requlyar həll olunması tədqiq olunur. Burada  $f(t), u(t) - R_+$  - da sanki hər yerdə təyin olunmuş, qiymətləri isə  $H$  -da olan vektor funk-siyalardır, belə ki, operator əmsallar isə 1),2) və 3')  $T \in L(W_2^4(R_+; H), H_{7/2})$ ,  $\chi = \|T\|_{W_2^4(R_+; H) \rightarrow H_{7/2}}$  şərtlərini ödəyir.

**Tərif 3.** *Əgər istənilən  $f(t) \in L_2(R_+; H)$  üçün (6) məsələsinin  $u(t)$  requlyar həlli varsa, belə ki,  $o$  (7) sərhəd şərtlərini*

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t) - Tu'(t)\|_{7/2} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow +0} \|u'(t)\|_{5/2} = 0$$

*yığılması mənada ödəyirsə və*

$$\|u\|_{W_2^4(R_+; H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2(R_+; H)}$$

*qiymətləndirilməsi doğrudursa, onda (6), (7) sərhəd məsələsi requlyar həll olunan adlanır.*

Əvvəlcə belə bir lemma isbat olunur.

**Lemma 2.** Tutaq ki, lemma 1-in şərtləri ödənilir. Onda istənilən  $x \in H_{7/2}$  üçün aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:

$$\left\| \omega_2 e^{\omega_1 t A} x - \omega_1 e^{\omega_2 t A} \right\|_{W_2^4(R_+; H)} \leq \sqrt[3]{3^4 \sqrt{2}} \|x\|_{7/2}$$

Daha sonra isə aşağıdakı məsələnin requlyar həll olunması tədqiq edilir:

$$P(d/dt)u(t) = u^{(4)}(t) + A^4 u(t) = f(t), t \in R_+ \quad (8)$$

$$u(0) = Tu'(0), u'(0) = 0 \quad (9)$$

Aşağıdakı teorem doğrudur.

**Teorem 4.** Tutaq ki, 1) və 3') şərtləri ödənilir belə ki,  $0 \leq \chi < \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{3}}$ .

Onda (8)-(9) məsələsi requlyar həll olunandır.

Sonra isə aralıq törəmə operatorlarının norması qiymətləndirir.

$$P_0 u = P_0(d/dt)u(t) \equiv u^{(4)}(t) + A^4 u(t), u \in W_{2,T}^4(R_+; H)$$

işarə edək.

Aşağıdakı teorem doğrudur

**Teorem 5.** Tutaq ki, teorem 4-un şərtləri ödənilir. Onda istənilən  $u \in W_{2,T}^4(R_+; H)$  üçün aşağıdakı bərabərsizliklər doğrudur.

$$\left\| A^{4-j} u^{(j)} \right\|_{L_2(R_+; H)} \leq c_j(\chi) \|P_0 u\|_{L_2(R_+; H)}, j = \overline{0,4},$$

belə ki,

$$c_0(\chi) = c_4(\chi) = 1 + \frac{\chi \sqrt{3}}{\sqrt[4]{2} - \chi \sqrt{3}}, c_1(\chi) = \frac{3^{3/4}}{4} + \frac{\chi}{\sqrt[4]{2} - \chi \sqrt{3}},$$

$$c_2(\chi) = \frac{1}{2} + \frac{\chi}{\sqrt[4]{2} - \chi \sqrt{3}}, c_3(\chi) = \frac{1}{\sqrt[4]{3}} + \frac{\chi \sqrt{3}}{\sqrt[4]{2} - \chi \sqrt{3}}.$$

Bu qiymətləndirmələr (6), (7) məsələsinin həll olma şərtləri ilə əlaqələndirilir.

**Teorem 6.** Tutaq ki, 1), 2), 3') şərtləri ödənilir,  $0 \leq \chi < \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{3}}$  və aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur

$$q(\chi) = \sum_{j=0}^4 c_j(\chi) \|B_{4-j}\| < 1,$$

belə ki,  $c_j(\chi)$  ( $j = 0, 4$ ) ədədləri teorem 5-dən təyin olunur. Onda (6), (7) məsələsi requlyar həll olunandır.

İkinci fəsil (1), (2) və (6,7) məsələlərinin  $\phi$ -həll olunmasına həsr olunmuşdur.

İkinci fəslin birinci yarım fəslində (1), (2) məsələsi tədqiq olunur.

**Tərif 4.** Əgər  $L_2(R+ : H)$  və  $W_{2,S}^4(R+ : H)$  fəzalarının uyğun olaraq, sonlu ölçülü tamalayıcısı olan  $\tilde{L}_2(R+ : H)$  və  $\tilde{W}_{2,S}^4(R+ : H)$  alt fəzaları varsa ki, istənilən  $f \in \tilde{L}_2(R+ : H)$  üçün elə  $u \in \tilde{W}_{2,S}^4(R+ : H)$  vektor-funksiyası varsa ki, o (1) tənliyinin sanki hər yerdə ödəyir (2) sərhəd şərtlərini

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t)\|_{7/2} = 0, \quad \lim_{t \rightarrow +0} \|u'(t) - Su\|_{5/2} = 0$$

yığılması mənada ödəyirsə və  $\|u\|_{W_{2,S}^4(R+ : H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2(R+ : H)}$  qiymətləndirməsi doğrudursa, onda (1), (2) məsələsinə  $\phi$ -həll olunandır deyilir.

Aşağıdakı teorem isbat edilir.

**Teorem 7.** Tutaq ki, 1)-3) şərtləri ödənilir,  $A^{-1}$  operatoru  $H$ -da tam kəsilməzdir,  $0 \leq s < \sqrt[4]{2}$ ,  $A_0 = 0$ ,  $B_j = A_j A^{-j}$  ( $j = \overline{1,4}$ )  $H$ -da tam kəsilməzdir və xayalı ox üzərində rezolventa

$$P^{-1}(\lambda) = \left( \lambda^4 E + A^4 + \sum_{j=0}^3 \lambda^j A_{4-j} \right)^{-1}, \quad \lambda = i\xi, \xi \in R$$

var. Onda (1), (2) məsələsi  $\varphi$ -həll olunandır.

Bu teorem  $S=0$  olduqda  $L_2(R_+ : H)$ -da M.Q. Qasimovun tərəfindən  $W_2^4(R_+ : H)$ -da isə S.S. Mirzəyev tərəfindən isbat edilmişdir.

Analoji olaraq (6), (7) məsələsinin  $\varphi$ -həll olunmasının tərəfi verilir və aşağıdakı teorem isbat olunur.

**Teorem 8.** *Tutaq ki, 1), 2), 3) şərtləri ödənilir,  $A^{-1}$  operatoru  $H$ -da tamam kəsilməzdir,  $0 \leq \chi < \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{3}}$ ,  $A_0 = 0$ ,  $A_j = B_j A^{-j}$  ( $j = \overline{1,4}$ )  $H$ -da tam kəsilməz operatorlardır və xəyali ox üzərində*

$$P^{-1}(\lambda) = \left( \lambda^4 E + A^4 + \sum_{j=0}^3 \lambda^j A_{4-j} \right)^{-1}, \lambda = i\xi, \xi \in R \quad (10)$$

*rezolventası var. Onda (6), (7) məsələsi  $\varphi$ -həll olunandır.*

Üçüncü fəsil bircins operator tənlik üçün sərhəd məsələlərinin requlyar həll olunması və onun azalan elementar həllər sisteminin bircins tənliyin həllər fəzasında tamlığı və minimallığının tədqiqinə həsr olunmuşdur. Burada həmçinin uyğun dörd tərtibli operator dəstənin rezolventasının analitik xassələri tədqiq edilir və sərhəd məsələlərinə uyğun məxsusi və qoşma vektorlar sisteminin requlyar həllər fəzasında ikiqat tamlığı və ikiqat minimallığı şərtləri tapılır.

$H$ -da aşağıdakı tənliyə baxaq

$$P(d/dt)u(t) = u^4(t) + A^4 u(t) + \sum_{j=0}^4 A_{4-j} u^{(j)}(t) = 0, t \in R_+ \quad (11)$$

burada  $u(t) \in H$  sanki hər yerdə  $R_+ = (0, \infty)$ -da (11) tənliyinin əmsalları isə 1) və 2) şərtlərini ödəyir.

(11) tənliyini aşağıdakı sərhəd məsələləri ilə əlaqələndirək:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & u(0) = \varphi_0, u'(0) - Su = \varphi_1, S \in L(W_2^4(R_+ : H) \rightarrow H_{5/2}), \\ & \varphi_0, \varphi_1 \in H, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & u'(0) - Tu = \varphi_0, u'(0) = \varphi_1, T \in L(W_2^4(R_+ : H) \rightarrow H_{7/2}), \\ & \varphi_0, \varphi_1 \in H, \end{aligned} \quad (13)$$

**Tərif 5.** *Əgər istənilən  $\varphi_0 \in H_{7/2}, \varphi_1 \in H_{5/2}$  üçün (11) tənliyinin  $u(t)$  requlyar həlli varsa, (12) sərhəd şərtlərin*

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t) - \varphi_0\|_{7/2} = 0, \lim_{t \rightarrow +0} \|u'(t) - Su - \varphi_1\|_{5/2} = 0$$

yığılması mənada ödəyirsə və  $\|u(t)\|_{W_2^4(R+;H)} \leq \text{const}(\|\varphi_0\|_{7/2} + \|\varphi_1\|_{5/2})$  qiymətləndirilməsi doğrudursa, onda (11), (12) məsələsi requlyari həll olunan adlanır.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

**Teorem 9.** Tutaq ki, teorem 3-un bütün şərtləri ödənilir. Onda (11), (12) məsələsi requlyar həll olunandır.

**Tərif 6.** Əgər istənilən  $\varphi_0 \in H_{7/2}, \varphi_1 \in H_{5/2}$  üçün (11), tənliyinin  $u(t)$  requlyar həlli varsa, o (13) sərhəd şərtlərini

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t) - Tu'(t) - \varphi_0\|_{7/2} = 0, \lim_{t \rightarrow +0} \|u'(t) - \varphi_1\|_{5/2} = 0$$

yığılması mənada ödəyirsə və  $\|u\|_{W_2^4(R+;H)} \leq \text{const}(\|\varphi_0\|_{7/2} + \|\varphi_1\|_{5/2})$  qiymətləndirilməsi doğrudursa, onda (11), (13) məsələsi requlyar həll olunan adlanır.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

**Teorem 10.** Tutaq ki, teorem 6-nın şərtləri ödənilir. Onda (11), (13) məsələsi requlyar həll olmalıdır.

Qeyd edək ki,  $S=0$  ( $s=0$ ) və ya  $T=0$  ( $\chi=0$ ) teorem 9 və ya 10-da

$$P(d/dt)u(t) = 0, t \in R_+ \quad (14)$$

$$u(0) = \varphi_0, u'(0) = \varphi_1 \quad (15)$$

məsələsinin requlyar həll olunması alınır.

Bu nəticə S.S.Mirzəyev tərəfindən alınmışdır.

3.2. yarım fəzəli (11) tənliyinin requlyar həllər fəzasının daxili kompaktlıq xassəsinin tətbiqinə həsr olunmuşdur.

Qeyd edək ki, daxili kompaktlıq anlayışını ilk dəfə P. Laks vermişdir.

Tutaq ki,

$$L(P) = \text{Ker} P(d/dt) = \{u : u \in W_2^4(R+; H), P(d/dt)u(t) = 0\}$$

burada  $P(d/dt)$  (11) tənliyindən təyin olunur.

Gələcəkdə hesab edirik ki, 1), 2) şərtləri ödənilir və  $A^{-1}$  operatoru  $H$  -da tamam kəsilməzdir.

**Tərif 7.** Tutaq ki,  $0 < a < a' < b' < b < +\infty$  və  $M > 0$  istənilən ədədlərdir. Əgər

$$K_M = \{u : u \in L(P), \|u\|_{W_2^3((a,b);H)} \leq M\}$$

çoxluğu  $W_2^3((a',b'):H)$  fəzasında kompaktırsa, onda deyilir ki,  $L(P)$  daxili kompaktıdır.

**Teorem 11.** Tutaq ki, 1), 2) şərtləri ödənilir,  $A^{-1}$  operatora  $H$ -da tam kəsilməzdir və rezolventa  $P^{-1}(\lambda) = \left( \lambda^4 E + A^4 + \sum_{j=0}^3 \lambda^j A_{4-j} \right)^{-1}$  xəyali ox üzərində var və

$$\|A^4 P^{-1}(\lambda)\| + \|\lambda^4 P^{-1}(\lambda)\| \leq \text{const}, \lambda = i\xi, \xi \in R,$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Onda  $L(P)$  daxili kompaktdır və elə  $x_0 > 0$  var ki,

$$\int_0^\infty e^{x_0 t} \left( \|u'''(t)\|^2 + \|A^3 u(t)\|^2 \right) dt < \infty$$

Daha sonra  $P^{-1}(\lambda)$  rezolventasını xəyali ox üzərində qiymətləndirib alırıq ki, 1),2) şərtləri ödənilsə,  $A^{-1}$  operatoru  $H$ -da tamam kəsilməzdirsə və

$$\sum_{j=0}^4 d_{4,j} \|B_{4-j}\| < 1 \quad (16)$$

bərabərsizliyi doğrudursa onda,  $L(P)$  daxili kompaktdır. Burada

$$d_{4,j} = \begin{cases} 1, j = 0, 4 \\ \left(\frac{j}{4}\right)^{\frac{j}{4}} \left(\frac{4-j}{4}\right)^{\frac{4-j}{4}}, j = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (17)$$

Lakin  $c_j(s) \geq d_{4,j}$  və  $c_j(\chi) \geq d_{4,j}$  ( $j = \overline{0,4}$ ) olduğundan, burada  $s_j(s)$  və  $c_j(\chi)$  uyğun olaraq, teorem 2-dən və teorem 5-dən təyin olunurlar, alırıq ki, teorem 9-un və 10-un şərtləri ödəndikdə  $L(P)$  bircins təniyin requlyar həllər çoxluğu daxili kompaktdır.

Üçüncü fəslin üçüncü yarım fəslində

$$P(\lambda) = \left( \lambda^4 E + A^4 + \sum_{j=0}^3 \lambda^j A^{4-j} \right)^{-1} \quad (A_0 = 0)$$

rezolventasının bəzi analitik xassələri öyrənilir, yarımmüstəvisindəki məxsusi ədədlərə uyğun sol məxsusi və qoşma vektorlarının sol requlyar həllərin izlər fəzasında ikiqat tamlığı və minimallığı, azalan elementar həllər sisteminin  $L(P)$ -da tamlığı və minimallığı tədqiq olunur.

$$P(\lambda) = \left( \lambda^4 E + A^4 + \sum_{j=0}^3 \lambda^3 A_{4-j} \right)$$

operator dəstəsinə baxaq, burada  $\lambda$ -spektral parametr operator əmsallar 1), 2) şərtlərini ödəyir,  $A^{-1}$  tamam kəsilməz operator, yəni  $A^{-1} \in \sigma_\infty(H)$  və  $E + A_4 A^{-4}$  operatoru  $H$ -da məhdud tərsə malikdir.

$$\rho(P(\lambda)) = \{ \lambda : \lambda \in C, \exists P^{-1}(\lambda) \in L(H) \}$$

operator dəstənin  $\rho(P(\lambda))$  – rezolvent çoxluğunu təyin edir.  $\sigma(P(\lambda)) = \cdot \setminus \rho(P(\lambda))$  isə  $P(\lambda)$  –nin spektri adlanır.

**Tərif 8.** Əgər  $0 \neq \varphi_0 \in H_4$  vektoru  $P(\lambda_0)\varphi_0 = 0$  tənliyini ödəyirsə  $\lambda_0 - P(\lambda)$  dəstəsinin məxsusi ədədi  $\varphi_0$  isə  $P(\lambda)$  –nin  $\lambda_0$  –a uyğun məxsusi vektoru adlanır.

Əgər  $\varphi_0$  vektoru  $\lambda_0$ -a uyğun məxsusi vektorların biri və  $\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m\} \subset H_4$  sistemi

$$\sum_{j=0}^q \frac{1}{j} \cdot \frac{d^j}{d\lambda^j} P(\lambda) \Big|_{\lambda=\lambda_0} \varphi_{q-j} = 0, q = 1, \dots, m$$

tənliklərini ödəyirlərsə, onda bu sistem  $\varphi_0$ -a qoşma sistem adlanır.

Əgər  $B \in \sigma_\infty(H)$  isə  $\lambda_j = (B^* B)^{1/2} = s_j(B)$  ədədləri  $B$ -nin  $s$ -ədədləri adlanır  $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_n > \dots > 0$

$$\sigma_\rho(H) = \left\{ B : B \in \sigma_\infty(H), \sum_{j=1}^{\infty} s_j^\rho(B) < \infty \right\}, 0 < \rho < \infty$$

işarə edək. İsbat edilir ki,  $P(\lambda)$  operator dəstəsinin əmsallarının üzərinə qoyulan şərtlər öədnilsə, onda yalnız diskret spkktre malikdir, onların yeganə limit nöqtəsi sonsuzluqdadır, əgər  $P(\lambda) A^{-1} \in \sigma_\rho(H)$  ( $0 < \rho < \infty$ )

olarsa onda  $A^4 P^{-1}(\lambda)$  tərtibi  $\rho$ -dan böyük olmayan,  $\rho$  tərtibdə isə minimal tipə malik iki tam funksiyanın nisbəti kimi göstərilir.

Daha sonra isə  $P^{-1}(\lambda)$  rezolventası üçün aşağıdakı qiymətləndirmə lemması isbat olunur.

**Lemma 3.** *Tutaq ki,  $\alpha \in [0, \pi/4)$  və operatorlar  $B_j (j = \overline{1,4})$  elədir ki,*

$$d = \sum_{j=0}^3 d_{4,j} \|B_{4-j}\| < \cos 2\alpha$$

*bərabərsizlik doğrudur, burada  $d_{4,j} (j = \overline{0,3})$  ədədləri (17)-bərabərliyindən təyin olunur. Onda  $\Gamma_\alpha = \{\lambda : \lambda = re^{i\alpha}, r > 0\}$  şuaları üzərində  $P(\lambda)$  operator dəstəsinin məhdud tərsi var və*

$$\|\lambda^4 P^{-1}(\lambda)\| + \|A^4 P^{-1}(\lambda)\| \leq \text{const}, \lambda \in \Gamma_\alpha$$

*bərabərsizliyi doğrudur.*

**Tərif 9.** *Tutaq ki,  $\text{Re } \lambda_i < 0, \lambda_i$   $P(\lambda)$ -operator dəstəsinin məxsusi ədəddir,  $\{\varphi_{i,j,h}\}, j = \overline{1, q_i}, h = \overline{0, m_{ij}}$  uyğun məxsusi və qoşma vektorlar sistemidir. Onda*

$$u_{i,j,h}(t) = e^{\lambda_i t} \left( \varphi_{i,j,h} + \frac{t}{q_i!} \varphi_{i,j,h-1} + \dots + \frac{t^h}{h!} \varphi_{i,j,h} \right), j = \overline{1, q_i}, h = \overline{0, m_{ij}}$$

*vektor-funksiyaları (11) tənliyini ödəyirlər və onun azalan elementar həlləri adlanırlar.*

Aşağıdakı işarələməni qəbul edək:

$$\varphi_{i,j,h}^{(0)} = u_{i,j,h}(0), \varphi_{i,j,h}^{(1)} = u_{i,j,h}'(0), \psi_{i,j,h}^{(1)} = \varphi_{i,j,h}^{(1)} - S(u_{i,j,h}), i = \overline{1, \infty},$$

$h = \overline{1, q_i}, h = \overline{0, m_{ij}}$  və requlyar həllərin izlər fəzasında belə vektorlar sistemini quraq:

$$K_0 \{ \varphi_{i,j,h}^{(0)}, \psi_{i,j,h}^{(1)} \} \subset H_{7/2} \times H_{5/2}, i = \overline{1, \infty}, h = \overline{0, q_i}, h = \overline{0, m_{ij}}$$

$$K_S \{ \varphi_{i,j,h}^{(0)}, \psi_{i,j,h}^{(1)} \} \subset H_{7/2} \times H_{5/2}, i = \overline{1, \infty}, h = \overline{0, q_i}, h = \overline{0, m_{ij}}$$

Aydındır ki,  $K_0$  sistemi (14), (15) sərhəd məsələsinə  $K_S$  sistemi isə (11), (12) məsələsinə uyğundur.

**Tərif 10.** *Əgər  $K_S(K_0)$  sistemi  $H_{7/2} \times H_{5/2}$  fəzasında tamdırsa, deyəcəyik ki,  $K_S(K_0)$  sistemi izlər fəzasında ikiqat tamdır.*

Əvvəlcə aşağıdakı teorem isbat olunur



**Teorem 12.** *Tutaq ki, 1), 2) şərtləri ödəyir,  $A^{-1} \in \sigma_\rho(H)$  ( $0 < \rho < 0$ )*

və

$$\sum_{j=0}^3 d_{4,j} \|B_{4-j}\| < \begin{cases} 1, 0 < \rho \leq 2 \\ \sin \frac{\pi}{\rho}, 2 \leq \rho < \infty, \end{cases}$$

Burada  $d_{4,j}$   $j = \overline{0, 3}$  ədədləri (17) –dən təyin olunur. Onda  $K_0$  sistemi izlər fəzasında ikiqat tamdır.

Sonra isə  $H_{7/2} \times H_{5/2}$  fəzasında məhdud tərsi olan  $\Gamma$  operatoru qurulur:

$$\Gamma: (\varphi_{i,j,h}^{(0)}, \psi_{i,j,h}^{(1)}) = (\psi_{i,j,h}^{(0)}, \varphi_{i,j,h}^{(1)}) = (\varphi_{i,j,h}^{(0)}, \psi_{i,j,h}^{(1)}) \quad i = \overline{1, \infty}, h = \overline{0, q_i}, h = \overline{0, m_{ij}},$$

və aşağıdakı teorem isbat olunur

**Teorem 13.** *Tutaq ki, 1)-3) şərtləri ödəyir,  $A^{-1} \in \sigma_\rho(H)$  ( $0 < \rho < \infty$ ),  $0 \leq s < \sqrt[4]{2}$  və aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:*

$$\sum_{j=0}^3 c_j(s) \|B_{4-j}\| < \begin{cases} 1, 0 < \rho \leq 2 \\ \sin \frac{\pi}{\rho}, 2 \leq \rho < \infty, \end{cases}$$

belə ki,  $c_j(s)$  ( $j = \overline{0, 3}$ ) ədədləri teorem 2-dən müəyyən olunur. Onda  $K_S$  sistemi izlər fəzasında ikiqat tamdır.

Daha sonra  $\operatorname{Re} \lambda_i < 0$  olduqda  $\{u_{i,j,h}(t)\}_{i=1, q_i, h=0, m_i}$  elementar həllər

$\operatorname{Re} \lambda_i < 0$  olduqda tamlığı isbat edilir.

**Teorem 14.** *Tutaq ki, teorem 13-ün bütün şərtləri ödəyir. Onda bircins tənliyin azalan elementar həllər sistemit onun rəqulyar həllər fəzasında tamdır.*

Daha sonra (11), (12) məsələsinin rəqulyar həllə olunmasından və rəqulyar həllər fəzasının daxili kompaktlıq xassəsinlə istifadə edərək aşağıdakı teorem isbat olunur.

**Teorem 15.** *Tutaq ki,  $\{\varphi_{i,j,h}\}_{i=1}^\infty$ ,  $j = \overline{0, q_i}$ ,  $h = \overline{0, m_{ij}}$  məxsusi və qoşma vektorların kanonik sistemidir ( $\operatorname{Re} \lambda_i < 0$ ) və*

$\{u_{i,j,h}\}_{i=1, h=0, m_{ij}, j=1, q}$  elementar həllər sistemi  $\{\varphi_{i,j,h}(t)\}_{i=1}^\infty$ ,

$j = \overline{1, q_i}, h = \overline{0, m_{ij}}$  kanonik sistemə görə təyin edilib. Əgər teorem 3-ün bütün şərtləri ödənərsə və  $A^{-1} \in \sigma_\infty(H)$  isə onda azalan elementar həllər sistem  $W_2^4(R_+ : H)$  i fəzasında minimaldır. Sonra isə  $\{u_{i,j,h}(t)\}_{i=1}^\infty$  və  $K_s$  sisteminin ekvivalentliyindən istifadə edərək  $K_s$  sisteminin izlər fəzasında ikiqat minimallığı haqqında aşağıdakı teoremi alırıq.

**Teorem 16.** *Tutaq ki, teorem 15-in bütün şərtləri ödənilir. Onda  $K_s$  izlər fəzasında ikiqat minimaldır.*

Sonda müəllif elmi rəhbəri prof. S.S.Mirzəyevə təklif edilmiş məsələlər, onların müzakirəsi üçün səmimi təşəkkürünü bildirir.

**Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur:**

1. Baqirova S.M. On the boundary Value problem for the operator-differential equation of fourth order with integral boundary condition // Mat. International conference dedicated to the 120-th anniversary of Stefan Banach 2012, pp.38-39.

2. Baqirova S.M. Об оценке норм полугруппы операторов действующих в пространствах вектор-функций // Учённые записки Гянджинского Государственного Университета, 2012, № 3., с. 3-6

3. Mirzoev S.S., Baqirova S.M. Об одной нелокальной задаче для дифференциальных уравнений с операторными коэффициентами Вестник Бакинского Университета // Вестник Бакинского Университета, сер. Физ-мат., наука, 2013 с. 5-11

4. Baqirova S.M. О построение функции Грина для одного класса операторно-дифференциального уравнения четвёртого порядка // Aspiratantların, gənc tədqiqatçıların XVII Respublika elmi konfransının materialları, 2013, s. 13-15

5. Mirzoyev S.S., Baqirova S.M. Solvability of One Class of NonLocal Boundary Value Problem for the equations of the Fourth Order in Hilbert Space // Applied Mathematical Sciences, 2013, v.7. №79 pp. 3923-3934.

6. Mirzoyev S.S., Baqirova S.M. To theory of solvability of fourth order operator-differential equations // Transaction of NAS of Azerbaijan, ser. Of phys techh, and weth.sciese, 2014, v. XXXIV, №1, pp 91-98

7. Baqirova S.M. Об одной краевой задаче для дифференциального уравнения четвёртого порядка в гильбертовом пространстве // IV ПОИСК, Международный журнал приложение Республики Казахстан, 2014, №2 (1), с.120-122

8. Baqirova S.M. О корректной разрешимости одной краевой задачи для операторно дифференциальных уравнений четвёртого порядка с операторным коэффициентом в краевом условии // Известия Педагогического Университета 2014, № 2, с. 12-16

9. Baqirova S.M. О некоторых полных системах. Riyaziyyat və İKT-nin tətbiq sahələri, yeni tədris texnologiyaları. Gəncə Beynəlxalq Konfrans materialları, 2014, s. 132-134.

10. Baqirova S.M. Об одной нелокальной краевой задаче на полуоси для уравнения четвёртого порядка с операторными коэффициентами / Материалы Межд. Конференции посвящ. 85 - летию профессора Яхья Мамедова, 2015, с. 237-239

11. Baqirova S.M. О двукратной полноте части системы собственных и присоединённых векторов операторных пучков четвертого порядка // Вестник Бакинского Университета, 2015, №1, с.49-57

12. Baqirova S.M. О регулярной разрешимости однородных уравнений. / “Funksional analiz və onun tətbiqləri”, Beynəlxalq konfrans, Bakı, 2016, s. 111-112

13. Baqirova S.M. Об одной краевой задаче для операторно-дифференциальных уравнений в полуоси // Сборник известий, Гянджа-2016, №3(65), с.116-119

**Багирова Севиндж Музаффар**

**О РАЗРЕШИМОСТИ НЕКОТОРЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ  
ДЛЯ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
ЧЕТВЕР-ТОГО ПОРЯДКА**

**АННОТАЦИЯ**

Диссертационная работа посвящена разрешимости некоторых краевых задач для операторно-дифференциальных уравнений четвёртого порядка, когда главная часть уравнения и краевые задачи возмущены.

В диссертационной работе получены следующие основные результаты:

- Получены новые теоремы о регулярной и  $\phi$ -разрешимости некоторых краевых задач для операторно-дифференциальных уравнений четвёртого порядка, когда само уравнение и краевые условия возмущены операторами;

Оценены нормы операторов промежуточных производных в некоторых пространствах типа Соболева и найдена их связь с условиями разрешимости;

- Исследованы аналитические свойства резольвенты и спектра соответствующих операторных пучков четвёртого порядка;

- Найдены условия, обеспечивающие двукратную полноту и двукратную минимальности части системы собственных и присоединённых векторов операторного пучка в пространстве следов регулярных решений, которые отвечают краевым задачам;

- Получены новые теоремы о полноте и минимальности системы убывающих решений однородного уравнения в пространстве регулярных решений.

Все полученные результаты выражены только свойствами операторов участвующих в уравнениях с краевыми условиями.

**SEVINJ BAGIROVA MUZAFFAR**

**THE SOLVABILITY OF THE BOUNDARY  
VALUE PROBLEMS FOR FOURTH ORDER OPERATOR-  
DIFFERENTIAL EQUATIONS**

**SUMMARY**

The dissertation work is devoted to the solvability of boundary value problems for fourth order operator-differential equations where the principle part of the equation and boundary conditions have been perturbed.

The dissertation work comprises the following findings:

- The conditions are obtained on regular and  $\phi$ -solvability of some boundary value problem for operator-differential equations when the equation and boundary condition are perturbed by the operators;

- The norms of the intermediate derivative operators in the same Sobolev space and the interrelation to the problem solvability of the conditions boundary value problem;

- The analytical properties of the resolvent of the operator pencils corresponding to the operator-differential equations is studied;

- Conditions are found providing the double completeness and double minimality of the system and adjoint vectors of the operator pencils in the space of the traces of regular solutions, corresponding to the boundary value problem;

- The conditions are found of the completeness and minimality of the system of decreasing elementary solutions of the homogeneous operator-differential equation in the regular solution space.

All the results are expressed by the properties of the coefficients of the operator-differential equation and boundary conditions.

На правах рукописи

**СЕВИНДЖ МУЗАФФАР кызы БАГИРОВА**

**О РАЗРЕШИМОСТИ НЕКОТОРЫХ  
КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ОПЕРАТОРНО –  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
ЧЕТВЁРТОГО ПОРЯДКА**

по специальностям

1211.01– Дифференциальные уравнения

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

на соискание ученой степени доктора  
философии по математике

**Б А К У – 2 0 1 7**