AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

AFAQ FAİQ qızı MƏMMƏDOVA

ARTAN POTENSİALLI ŞTURM – LİUVİL OPERATORU ÜÇÜN SƏPİLMƏ NƏZƏRİYYƏSİNİN TƏRS MƏSƏLƏSİ

1211.01 – Diferensial tənliklər

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi

almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2017

Dissertasiya işi **Gəncə Dövlət Universitetinin "Riyazi analiz"** kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbərlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Hidayət Hüseynov**
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent **Bəhramgur Mustafayev**

Rəsmi opponentlər:

- fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor **Nizaməddin İsgəndərov** (Bakı Dövlət Universiteti);
- riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, dosent **Nigar Aslanova** (Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti).

Aparıcı təşkilat:

Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti
"Ümumi və tətbiqi riyaziyyat" kafedrası.

Dissertasiyanın müdafiəsi 24 noyabr 2017-ci il saat 16^{00}-da Azərbaycan MEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində elmlər doktoru və fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim olunan dissertasiyaların müdafiəsini keçirən D.01.111 dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq olar.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç. 9.

Avtoreferat 18 oktyabr 2017-ci il tarixində buraxılıb.

D.01.111 Dissertasiya Şurasının
elmi katibi **dos. Tamilla Həsənova**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

İşin aktuallığı. Dissertasiya işi, artan potensiallı bir ölçülü Şredinger tənlikləri üçün tərs məsələnin öyrənilməsinə həsr olunur. Şturm-Liuvil $L \equiv -\frac{d^2}{dx^2} + q(x)$ tənliyi (son zamanlar onu birölçülü Şredinger operatoru da adlandırırlar) kimi sadə obyektlərin öyrənilməsi prosesində yaranan anlayışlar və üsullar, riyaziyyat və fizika sahəsində bir çox mühüm sahələrin inkişafında böyük rol oynamışdır. Onlar operatorların spektral nəzəriyyəsinin və analizin müvafiq bölmələrinin yeni ideyalarının və məsələlərinin daimi mənbəyi olublar. Şturm-Liuvil tənliyini öyrənmə prosesində istifadə edilən üsullar daim zənginləşdirilir.

Spektral nəzəriyyənin sonrakı inkişafında, fizika və mexanika sahəsində müxtəlif tətbiqlərə malik olan, spektral analizin tərs məsələləri ilə bağlı olan bir istiqaməti də yaranmışdır. Spektral analizin tərs məsələləri dedikdə xətti operatorun spektral xarakteristikalarına görə bərpa olunması başa düşülür. Bu xarakteristikalar spektr, spektral funksiya, səpilmə verilənləri və s. ola bilər. Spektral verilənlərin seçilməsindən asılı olaraq, tərs məsələlərin müxtəlif qoyuluşları mümkündür.

Hal-hazırda spektral analizin tərs məsələlərinə dair kifayət qədər əhəmiyyətli nəticələr əldə edilmiş və geniş ədəbiyyat mövcuddur. Bu nəticələrin əksəriyyəti M. Ablovits və X. Siqur, Z.S.Aqranoviç və V.A.Marçenкo, V.A.Marçenкo, Y.M.Berezanskiy, B.M.Levitan, К.Şadan və P.Sabatye, V.A.Yurko və s. monoqrafiyalarında öz əksini tapmışdır.

Tərs spektral məsələlər sahəsində ilk əhəmiyyətli nəticələr G. Borg və N. Levinson tərəfindən əldə edilmişdir. Spektral analizin tərs məsələlərinin nəzəriyyəsinin sonrakı inkişafında çevirmə operatorları mühüm rol oynamışdır. Bu operatorlar J. Delsart tərəfindən yaradılmış ümumiləşdirilmiş sürüşmə operatorlarının nəzəriyyəsinin ümumi ideyalarından yaranmışdı. Tərs məsələni araşdırmaq üçün çevirmə operatorları ilk dəfə V.A. Marçenko tərəfindən tətbiq olunmuş və spektral funksiyaya görə Şturm-Liuvil tənliyinin tərs məsələsi üçün yeganəlik teoremi isbat olunmuşdur. Sonuncu məsələnin tam həlli I.M.Gelfand və B.M.Levitanın fundamental işində verilmişdir. Bundan sonra M.G.Krein tərəfindən Şturm-Liuvil operatorunun spektral funksiya və iki spektrə görə bərpa olunması üçün effektli üsullar təklif olunmuşdur. İki spektrə görə tərs məsələnin tam həlli M.Q.Qasımov və B.M. Levitan tərəfindən verilmişdir.

Spektral analizin tərs məsələləri müxtəlif qoyuluşlarda relyativistik kvant nəzəriyyəsində meydana çıxan Dirak tənlikləri sistemi üçün də ətraflı öyrənilmişdir. Bu sistem üçün tərs məsələlər M.G.Qasımov və B.M.Levitanın, H.M.Hüseynovun və başqalarının işlərində tədqiq olunmuşdur.

Bir çox tətbiqi məsələlər xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün tərs məsələlərlə bağlıdır. Belə məsələlər M.M. Lavrentyev, V.Q.Romanov və V.Q.Vasilyevin, M.M. Lavrentyev, V.Q.Romanov və S.P.Şişatskinin, M.M. Lavrentyev, K.Q.Reznitsi və V.Q.Yaxnonun, Y.E.Aninkonovun, A.L.Buxqeymin, L.P.Nijnikin, N.Ş.İskəndərovun və s. işlərində kifayət qədər ətraflı tədqiq olumuşdur.

XX əsrin 50-ci illərinin sonunda tərs məsələlər nəzəriyyəsində daha çox səpilmə nəzəriyyəsi ilə məşğul olan fizikləri maraqlandıran daha bir istiqamət inkişaf etməyə başlamışdır. Kvant mexanikasında, potensiallı sahədə hissəciklərin səpilməsi dalğa funksiyalarının asimptotikası ilə tamamilə müəyyən edilir. Səpilmə nəzəriyyəsinin tərs məsələsi isə, dalğa funksiyalarının sonsuzluqdakı asimptotikalarına görə sahənin potensialını təyin etməkdən ibarərdir.

Riyazi baxımdan səpilmənin tərs məsələsi xətti operator və ya sərhəd məsələsinin səpilmə verilənlərinə görə, yəni normallaşdırılmış məxsusi funksiyaların sonsuzluqdakı asimptotikasına görə bərpa edilməsindən ibarətdir.

Müxtəlif potensiallara malik olan birölçülü Şredinger tənliyi üçün səpilmənin tərs məsələləri Z.S.Aqranoviç, V.A.Marçenкo, B.M.Levitan, К.Şadan və P.Sabatye,V.S.Buslayev və V.Fomin, İ.A.Anders və V.P.Kotlyarov, R.Nyuton, N.Y.Firsovanın və başqalarının işlərində baxılmışdır.

Dirak tənlikləri sistemi üçün səpilmənin tərs məsələləri M.G.Qasımov və B.M.Levitanın, H.M.Hüseynovun, İ.S.Frolovun və başqalarının işlərində öyrənilmişdir. Birölçülü Şredinger tənliyinin və Dirak sisteminin diskret analoqları üçün səpilmənin tərs məsələləri S.V. Manakovun, Q.Flaşkanın, H.Ş.Hüseynovun, H.M.Hüseynov və A.X.Xanməmmədovun, X.R.Məmmədovun və s. işlərində tədqiq olunmuşdur.

Şredinger tənliyi üçün səpilmənin tərs məsələsi ilə bağlı yuxarıda göstərilən bütün işlərdə əsasən əmsallar sürətlə azalan hallara baxılmışdır. Digər tərəfdən isə x^{α} şəklində əlavə artan potensiallı birölçülü Şredinger tənlikləri də böyük maraq doğurur. Belə tənliklər bircins elektrik sahəsinin xaricində yerləşdirilmiş kristaldakı elektronun enerjisinin kvanto mexaniki operatorları kimi yaranır və son zamanlar aktiv şəkildə öyrənilir.

Əlavə artan potensiala malik olan Şredinger tənliyi üçün tərs məsələnin araşdırılması istiqamətində M.Q. Qasımov və B.A. Mustafayevin yarımoxda verilmiş həyəcanlanmış anharmonik tənlik üçün tərs məsələnin öyrənildiyi işini qeyd etmək lazımdır. F.Kolodjero və A.Deqasperisin, həmçinin Li Yishenin işlərində bütün oxda əlavə xətti potensiallı Şredinger tənliyi üçün bir sıra spektral verilənlərə görə tərs məsələyə baxılmışdır. A.P.Kaçalovun və Y.V.Kurılyovun işində sonuncu tənlik üçün modulu birə bərabər olan əks etdirmə əmsalına görə tərs məsələ tədqiq edilmişdir. Qeyri-məhdud potensiallı birölçülü Şredinger tənlikləri üçün səpilmənin tərs məsələsi P.P.Kulişin işində də öyrənilmişdir. Son zamanlar Y.L.Korotyayevin Stark operatorunun potensialının rezonans terminində birqiymətli bərpasına həsr olunmuş yeni işləri çıxmışdır.

Qeyd etmək lazımdır ki, bütün oxda həyəcanlanmış anarmonik tənlik üçün səpilmə nəzəriyyəsinin tərs məsələsininə hələ baxılmamışdır. Bundan başqa, potensial özünü oxun bir ucunda xətti funksiya kimi, digər ucunda isə kvadratik funksiya kimi apardıqda da birölçülü Şredinger tənliyi xüsusi maraq doğurur.

Dissertasiya işi məhz axırda qeyd olunan məsələlərə həsr olunub.Qeyd etmək lazımdır ki, tərs məsələlərin həllində istifadə olunan həyəcanlanmamış tənliyin xüsusi həlləri potensialı sürətlə azalan Şredinger tənliyi ilə müqayisədə daha mürəkkəb struktura malik olurlar. Bu səbəbdən sonsuzluqda asimptotikası verilən həllərinin xassələrini öyrənmək çətinləşir. Bu və səpilmə funksiyasının additivlik xassəsinin olmaması tərs məsələlərin həlli üçün məlum yanaşmaların tətbiqində ciddi analitik çətinliklər yaradır və bəzi klassik mühakimələrin əhəmiyyətli dərəcədə dəyişdirilməsini tələb edir.

İşin məqsədi. Əlavə kvadratik potensiallı Şturm – Liuvill tənliyi üçün bütün oxda səpilmənin düz və tərs məsələlərinin öyrənmək. Potensialı bir tərəfdə vətti funksiya, digər tərəfdə isə kvadratik funksiya kimi artan Şturm – Liuvill tənliyi üçün bütün oxda səpilmənin düz və tərs məsələlərini tədqiq etmək. Tərs məslələrin həll olunması üçün alqoritmlər vermək.

Elmi yeniliklər. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- əlavə kvadratik əmsala və əlavə xətti əmsala malik olan Şturm-Liuvill tənlikləri üçün sonsuzluqda şərt ödəyən çevirmə operatorlarının xassələri tədqiq olunmuşdur;
- həyəcanlanmış anharmonik operatorun və potensialı bir tərəfdə xətti funksiya, digər tərəfdə isə kvadratik funksiya kimi artan Şturm – Liuvill

operatorunun spektral xassələri araşdırılmış, kəsilməz spektrin məxsusi funksiyaları üzrə ayrılış düsturları alınmışdır;

- əlavə kvadratik əmsala malik olan Şturm-Liuvill tənliyi üçün səpilmənin bütün oxda düz və tərs məsələləri öyrənilmişdir;
- potensialı bir tərəfdə xətti funksiya, digər tərəfdə isə kvadratik funksiya kimi artan Şturm – Liuvill tənliyi üçün bütün oxda səpilmənin düz və tərs məsələləri öyrənilmişdir;
- tərs məslələrin həll olunması üçün alqoritmlər verilmişdir.

Ümumi tədqiqat üsulları. Dissertasiya işində xətti operatorların spektral nəzəriyyəsindən, kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsinin, adi diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin, funksional analizin metodlarından istifadə edilmişdir.

İşin nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınan nəticələr nəzəri xarakter daşıyır. Bu nəticələr diferensial tənliklərin spektral nəzəriyyəsinin müxtəlif məsələlərində, qeyri-xətti evolyusiya tənliklərinin inteqrallanması nəzəriyyəsində istifadə edilə bilər.

İşin aprobasiyası. Dissertasiyada alınan əsas nəticələr prof. Ə.Ş.Həbibzadənin 100 illik yubileyinə həsr olunmuş "Funksional analiz və onun tətbiqi" Respublika Elmi Konfransinda (Bakı, 2016), "Riyaziyyat nəzəri və tətbiqi məsələləri" Beynəlxalaq Elmi Konfransında(Sumqayıt, 2017), Gəncə Dövlət Universitetinin "Riyazi Analiz" kafedrasının Elmi seminarında (sədr f.r.e.n.,dos. O.M.Hüseynov); AMEA RMİ "Qeyri harmonik analiz" şöbəsinin seminarında (sədr AMEA müxbir üzvü prof.B.T.Bilalov); AMEA RMİ "Diferensial tənliklər" şöbəsinin seminarında (sədr prof.Ə.B.Əliyev); AMEA RMİ "Funksional analiz" şöbəsinin seminarında (sədr prof.H.İ.Aslanov) məruzə edilmişdir.

Nəşrlər. Dissertasiyanin əsas nəticələri müəllifin 10 elmi işində çap olunmuşdur. Elmi işlərin siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

Dissertasiyanın strukturu və həcmi. Dissertasiya işi girişdən, iki fəsildən, xülasədən və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiyanın həcmi 133 səhifədən, ədəbiyyat siyahısı isə 91 addan ibarətdir.

DISSERTASIYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya işi girişdən, 20 yarımfəsili olan 2 fəsildən və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Girişdə mövzunun aktuallığı əsaslandırılmış və dissertasiyanın əsas nəticələrinin qısa şəkildə şərhi verilmişdir.

Birinci fəsildə bütün oxda həyəcanlanmış anharmonik tənlik üçün səpilmənin tərs məsələsi öyrənilir. Həyəcanlanmamış tənliyin xüsusi həlləri M.Q.Qasımovun və B.A.Mustafayevin işindəki həllərdən əhəmiyyətli dərəcədə fərqlənir və bütün ox halına daha münasibdir.
1.1 yarımfəsli

$$-y'' - x^2 y = \lambda y, \qquad -\infty < x < +\infty, \tag{1}$$

anharmonik tənliyin səpilmə məsələsinə həsr olunub. (1) tənliyinin xüsusi həlli kimi $\phi_0(x,\lambda) = D_{\frac{i\lambda}{2}-\frac{1}{2}}\left(\sqrt{2}e^{-\frac{i\pi}{4}}x\right)$ funksiyası götürülür, burada $U(a,x) = D_{-a-\frac{1}{2}}(x)$ - parabolik silindr funksiyasıdır və $-y'' + \frac{x^2}{4}y = -ay$ tənliyinin həllidir. $\phi_0(x,\lambda)$ həlli $\operatorname{Im}\lambda > 0$ olduqda x dəyişəninin funksiyası kimi $L_2(0,\infty)$fəzasına daxildir. Bu yarımfəsildə λ parametrinin həqiqi qiymətlərində aşağıdakı bərabərliklərin doğruluğu müəyyən edilir:

$$\phi_0(-x,\lambda) = a_0(\lambda)\overline{\phi_0(x,\lambda)} + b_0(\lambda)\phi_0(x,\lambda), \tag{2}$$

$$\phi_0(x,\lambda) = a_0(\lambda)\overline{\phi_0(-x,\lambda)} + b_0(\lambda)\phi_0(-x,\lambda), \tag{3}$$

belə ki, $a_0(\lambda), b_0(\lambda)$ əmsalları aşağıdakı düsturlarla təyin edilir:

$$a_0(\lambda) = \frac{W\{\phi_0(x,\lambda), \phi_0(-x,\lambda)\}}{W\left\{\phi_0(x,\lambda), \overline{\phi_0(x,\lambda)}\right\}} = i\frac{\sqrt{2\pi}e^{-\frac{i\pi}{4}}}{e^{\frac{\pi\lambda}{4}}\Gamma\left(\frac{1}{2} - \frac{i\lambda}{2}\right)},$$

$$b_0(\lambda) = \frac{W\left\{\phi_0(-x,\lambda), \overline{\phi_0(x,\lambda)}\right\}}{W\left\{\phi_0(x,\lambda), \overline{\phi_0(x,\lambda)}\right\}} = ie^{-\frac{\pi\lambda}{2}}$$

burada $\Gamma(\lambda)$ Eylerin qamma funksiyadır. $a_0(\lambda), b_0(\lambda)$ funksiyalarının xassələri araşdırılmış və onların köməyi ilə əksolunma əmsalları verilir.

$r_0^+(\lambda)=\dfrac{b_0(\lambda)}{a_0(\lambda)}$ və $r_0^-(\lambda)=-\dfrac{\overline{b_0(\lambda)}}{a_0(\lambda)}$ funksiyaları, həyəcanlanmamış (1) tənliyinin müvafiq olaraq sağ və sol əksolunma əmsalları adlanırlar. Həyəcanlanmamış (1) tənliyinində sağ və sol əksolunma əmsalları üst–üstə düşür: $r_0^+(\lambda)=r_0^-(\lambda)=r_0(\lambda)$, belə ki,

$$r_0(\lambda)=\frac{W\{\phi_0(-x,\lambda),\overline{\phi_0(x,\lambda)}\}}{W\{\phi_0(x,\lambda),\phi_0(-x,\lambda)\}}=\frac{e^{\frac{i\pi}{4}}\Gamma\left(\frac{1}{2}-\frac{i\lambda}{2}\right)}{\sqrt{2\pi}\,e^{\frac{\pi\lambda}{4}}}$$

olur. 1.2 yarımfəsilndə həyəcanlanmış anharmonik tənliyə baxılır:

$$-y''-\left[x^2-p(x)\right]y=\lambda y\ , \tag{4}$$

burada $p(x)$ əmsalı həqiqi qiymətli və

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|p(x)|dx<\infty \tag{5}$$

şərtini ödəyən funksiyadır. Bu yarımfəsildə (4) tənliyinin

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f_+(x,\lambda)-\phi_0(x,\lambda)\right]=0\,, \tag{6}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left[f_-(x,\lambda)-\phi_0(-x,\lambda)\right]=0 \tag{7}$$

şərtlərini ödəyən $f_+(x,\lambda), f_+(x,\lambda)$ xüsusi həllərinin varlığı isbat olunur.

Teorem 1. Əgər $p(x)$ *əmsalı (5) şərtini ödəyirsə,onda hər bir* $\lambda, \operatorname{Im}\lambda\geq 0$ *üçün (4) tənliyinin uyğun olaraq (6), (7) şərtlərini ödəyən yeganə* $f_+(x,\lambda), f_-(x,\lambda)$ *həlləri var.*

1.3 yarımfəsildə (4) həyəcanlanmış anharmonik tənliyinə baxılır, belə ki,potensial $p(x)$ həqiqi qiymətli kəsilməz diferensiallanan və aşağıdakı şərti ödəyən funksiyadır

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\left(1+|x|^4\right)e^{2x^2}|p(x)|dx<\infty . \tag{8}$$

Çevirmə operatorunun köməyi ilə (6) və (7) asimptotikalı $f_+(x,\lambda), f_+(x,\lambda)$ həlləri üçün göstərilişlər tapılmışdır. Tutaq ki,

$$\sigma^+(x)=\pm\int_x^{\pm\infty}|p(t)|dt, \sigma_1^+(x)=\pm\int_x^{\pm\infty}\sigma^+(t)dt \ .$$

Teorem 2. *Hər bir* $\lambda, \operatorname{Im}\lambda \geq 0$ *üçün həyəcanlanmış anharmonik (4) tənliyinin aşağıdakı şəkildə gösrərilə bilən* $f_+(x,\lambda), f_-(x,\lambda)$ *xüsusi həlləri var*

$$f_\pm(x,\lambda)=\phi_0(\pm x,\lambda)\pm\int_x^{\pm\infty}K^\pm(x,t)\,\phi_0(\pm t,\lambda)dt, \tag{9}$$

bekə ki, $K^\pm(x,t)$ *nüvələri*

$$\left|K^\pm(x,t)\right|\leq\frac{1}{2}\sigma_0^\pm\left(\frac{x+t}{2}\right)e^{\sigma_1^\pm\left(\frac{x+t}{2}\right)} \tag{10}$$

bərabərsizliklərini ödəyir. Bundan əlavə

$$K^\pm(x,x)=\pm\frac{1}{2}\int_x^{\pm\infty}p(t)dt \tag{11}$$

bərabərliyi doğrudur.

Bu yarımfəsildə həmçinin $f_+(x,\lambda), f_-(x,\lambda)$ həllərinin bəzi xassələri öyrənilmişdir.

1.4 yarımfəsilndə $K^\pm(x,t)$ nüvələrinin törəmələri üçün qiymətləndirmələr alınmışdır.

1.5 yarımfəsili həyəcanlanmış anharmonik tənliyi üçün səpilmənin düz məsələsinə həsr olunub. Göstərilir ki, λ həqiqi qiymətlər aldıqda $f_+(x,\lambda), f_+(x,\lambda)$ həlləri

$$f_-(x,\lambda)=a(\lambda)\overline{f_+(x,\lambda)}+b(\lambda)f_+(x,\lambda),$$
$$f_+(x,\lambda)=a(\lambda)\overline{f_-(x,\lambda)}-\overline{b(\lambda)}f_-(x,\lambda),$$

münasibətlərini ödəyir, burada $a(\lambda), b(\lambda)$ əmsalları

$$a(\lambda)=\frac{iW\left[f_+(x,\lambda), f_-(x,\lambda)\right]}{\sqrt{2}e^{\frac{\pi\lambda}{4}}}, \quad b(\lambda)=\frac{iW\left[f_-(x,\lambda), \overline{f_+(x,\lambda)}\right]}{\sqrt{2}e^{\frac{\pi\lambda}{4}}}.$$

düsturları ilə təyin edilir.

$a_0(\lambda), b_0(\lambda)$ funksiyalarının xassələri araşdırılır və onların köməyi ilə əksolunma əmsalları verilir:

$$r^+(\lambda)=\frac{b(\lambda)}{a(\lambda)}, \quad r^-(\lambda)=-\frac{\overline{b(\lambda)}}{a(\lambda)}. \tag{12}$$

Bu yarımfəsildə aşağıdakı xassələr müəyyən edilir:

I. $r^{\pm}(\lambda)$ *əmsalları bütün həqiqi oxda kəsilməzdir və* $\left|r^{\pm}(\lambda)\right|<1$. $|\lambda|$*-nın böyük qiymətlərində*

$$r^{\pm}(\lambda)-r_0^{\pm}(\lambda)=O\left(|\lambda|^{-\frac{1}{2}}\right)\begin{cases} e^{-\frac{\pi\lambda}{2}}, \lambda\to+\infty \\ 1, \lambda\to-\infty \end{cases}.$$

asimptotik bərabərlikləri doğrudur.

II. $a(z)$ *funksiyası yuxarı qapalı yarımmüstəvidə kəsilməzdir və*

$$a(z)=a_0(z)\exp\left\{-\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\ln\left(1-\left|r^+(\lambda)\right|^2\right)-\ln\left(1-\left|r_0^+(\lambda)\right|^2\right)}{\lambda-z}d\lambda\right\}. \tag{13}$$

(12), (13) düsturlarından görünür ki, əksolunma əmsalının birini digərinin vasitəsilə birqiymətli təyin etmək olar, yəni

$$r^-(\lambda)=-\overline{r^+(\lambda)}\frac{\overline{a(\lambda)}}{a(\lambda)}.$$

Beləliklə, $r^+(\lambda)$ və $r^-(\lambda)$ əmsalları həyəcanlanmış (4) anharmonik tənliyinin sağ və sol səpilmə verilənləridir. Həyəcanlanmış (4) anharmonik tənliyi üçün səpilmənin tərs məsələsi dedikdə, $p(x)$

potensialının sağ və ya sol əksolunma əmsalına görə bərpasını başa düşürük.

1.6 yarımfəsli (4) tənliyinin doğurduğu L operatorunun kəsilməz spektrinin məxsusi funksiyaları üzrə ayrılış düsturlarının alınmasına həsr olunub.

1.7 yarımfəsilndə tərs məsələnin əsas tənlikləri çıxarılıb. Tutaq ki,

$$F^{\pm}(x,y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\operatorname{Re}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(r^{\pm}(\lambda)-r_0(\lambda)\right)\phi_0(\pm x,\lambda)\phi_0(\pm y,\lambda)e^{-\frac{\pi\lambda}{4}}d\lambda\,, \quad (14)$$

burada $r_0(\lambda)=r_0^{+}(\lambda)=r_0^{-}(\lambda)$- (1) tənliyinin əksolunma əmsalıdır.

Teorem 3. *(9) göstərilişinə daxil olan $K^{\pm}(x,y)$ funksiyaları hər bir qeyd olunmuş x üçün*

$$F^{\pm}(x,y)+K^{\pm}(x,y)\pm\int_{x}^{\infty}K^{\pm}(x,t)F^{\pm}(t,y)dt=0,\pm(y-x)>0 \qquad (15)$$

inteqral tənliklərini ödəyir.

(15) tənlikləri tərs məsələnin əsas tənlikləri adlanır. Aydındır ki, əsas tənlikləri qurmaq üçün səpilmə verilənlərini bilmək kifayətdir. Tərs məsələnin həllində bu tənliklər əsas rol oynayır. Doğrudan da, əgər səpilmə verilənləri vasitəsilə qurulmuş (15) tənliklərinin yeganə $K^{\pm}(x,y)$ həlləri varsa, onda $p(x)$ potensialı (11) düsturundan tapıla bilər.

1.8 yarımfəsilndə əsas tənliklərin nüvələrinin xassələri araşdırılmışdır. Kəsilməz diferensiallanan $p(x)$ potensialı $\int_{-\infty}^{\infty}\left(1+|x|^4\right)e^{2x^2}|p(x)|dx<\infty$ şərtini ödədikdə növbəti xassə müəyyən olunmuşdur:

III. *(14) düsturları ilə verilən $F^{\pm}(x,y)$ funksiyaları kəsilməz diferensiallanandır və aşağıdakı şərtləri ödəyir:*

$$\left|F^{\pm}(x,y)\right|\le C_{\pm}(a),\pm x\ge a,\pm y\ge a,\left|\int_{a}^{\pm\infty}\sup_{\pm x>a}\left|F^{\pm}(x,t)\right|dt\right|<\infty,$$

$$\lim_{N\to\pm\infty}\left|\int_N^{\pm\infty}\sup_{\pm(x-a)\ge 0}\left|F^{\pm}(x,y)\right|dy\right|=0,$$

$$(1+|x_1|)\sup_{\pm t\ge 0}\left|\int_{x_1}^{\infty}\left|F_{x_i}^{\pm}(x_1+t,x_2)\right|dx_2\right|\le C_i^{\pm}(a), \pm(x_1-a)\ge 0\ ,$$

$$\left|\int_a^{\pm\infty}\left(1+|x|^4\right)\left|\frac{d}{dx}F^{\pm}(x,x)\right|dx\right|<C_0^{\pm}(a),$$

$$\lim_{h\to 0}\sup_{\pm(z-x)\ge 0}\left|\int_x^{\pm\infty}\left|F^{\pm}(z,y+h)-F^{\pm}(z,y)\right|dy\right|=0\ .$$

1.9 yarımfəsli həyəcanlanmış anharmonik (4) tənliyi üçün səpilmənin tərs məsələsinə həsr olunub. Əsas tənliklərin birqiymətli həll olunması məsələləri öyrənilib.

Teorem 4. *Əgər I,III şərtləri ödənilirsə, onda (15) tənliklərinin hər bir qeyd olunmuş x üçün yeganə*

$K^+(x.\cdot)\in L_p(x,\infty), K^-(x.\cdot)\in L_p(-\infty,x)$, *,(* $p=1,2$ *) həlləri var.*

Bu yarımfəslin sonunda aydınlaşdırılır ki,

$\int_{-\infty}^{\infty}\left(1+|x|^4\right)e^{2x^2}|p(x)|dx<\infty$ sinfindən olan kəsilməz diferensiallanan $p(x)$ potensialı üçün yuxarıdakı I- III zəruri şərtləri $\int_{-\infty}^{\infty}\left(1+|x|^4\right)|p(x)|dx<\infty$ sinfindən olan potensialın sağ əksolunma əmsalına görə bərpası üçün həm də kafidir. Potensialı bərpa etmək üçün alqoritm verilib.

İkinci fəsildə potensialı $-\infty$-da x^2 kimi, $+\infty$-da isə x kimi artan birölçülü Şredinger tənliyi üşün səpilmənin tərs məsələsi öyrənilir. Bu məqsədlə, əvvəlcə əlavə xətti potensiallı birölçülü Şredinger tənliyi üşün səpilmənin tərs məsələsi araşdırılır. Qeyd edək ki, əvvəllər sonuncu məsələ başqa üsulla A.P.Kaçalovun və Y.V.Kurılyovun işlərində araşdırılıb. Amma o işdən fərqli olaraq, burada həyəcanlanmamış tənliyin xüsusi həlləri üçün daha dəqiq xassələr müəyyən edilir. Dissertasiya işində

Marçenko tipli əsas tənliyin çıxarılışı kəsilməz spektrin məxsusi funksiyaları üzrə ayrılış düsturlarına əsaslanır və bu öz –özlüyündə xüsusi maraq doğurur. Əvvəlki nəticələrin köməyi ilə potensial özünü $+\infty$-da xətti fünksiya kimi , $-\infty$-da isə kvadratik funksiya kimi apardıqda Şredinger tənliyi üçün səpilmənin tərs məsələsi həll olunur.

2.1 yarımfəslində xətti potensiallı Şredinger tənliyinə baxılır:

$$-y'' + xy = \lambda y, -\infty < x < \infty \ , \tag{16}$$

burada λ- kompleks parametrdir. (16) tənliyinin aşağıdakı xüsusi həlləri daxil edilir:

$$f_+^0(x,\lambda) = \pi^{\frac{1}{2}} \mathrm{A}i(x-\lambda),$$

$$f_-^0(x,\lambda) = \pi^{\frac{1}{2}} [\mathrm{A}i(x-\lambda) - i\mathrm{B}i(x-\lambda)],$$

burada $\mathrm{A}i(z)$ və $\mathrm{B}i(z)$ uyğun olaraq birinci və ikinci növ Eyri funksiyalarıdır. Bu həllərin bəzi xassələri araşdırılır.

2.2 yarımfəslində əlavə xətti potensiallı Şredinger tənliyinə baxılır:

$$-y'' + [x + p(x)]y = \lambda y \ , \tag{17}$$

burada $p(x)$ potensialı

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |p(x)| dx < \infty \ . \tag{18}$$

şərtini ödəyir. Bu yarımfəsildə (17) tənliyinin

$$\lim_{x\to+\infty} [f_+(x,\lambda) - f_+^0(x,\lambda)] = 0, \tag{19}$$

$$\lim_{x\to-\infty} [f_-(x,\lambda) - f_-^0(x,\lambda)] = 0 \tag{20}$$

şərtlərini ödəyən $f_+(x,\lambda), f_+(x,\lambda)$ həlləri öyrənilir.

Teorem 5. Əgər $p(x)$ *əmsalı (18) şərtini ödəyirsə,onda hər bir $\lambda, \operatorname{Im}\lambda \geq 0$ üçün (17) tənliyinin (19), (20) şərtlərini ödəyən yeganə $f_{+}(x,\lambda), f_{+}(x,\lambda)$ həlləri var.*

2.2 yarımfəslində $p(x)$ potensialı həqiqi qiymətli kəsilməz diferensiallanan funksiya olub

$$\int_{-\infty}^{+\infty}(1+|x|)\,|p(x)|dx < \infty . \tag{21}$$

şərtini ödədikdə (17) tənliyinə baxılır. Çevirmə operatorunun köməyi ilə (19) və (20) asimptotikalarına malik olan $f_{+}(x,\lambda), f_{+}(x,\lambda)$ həlləri üçün göstərilişlər tapılmışdır. Tutaq ki,

$$\rho^{+}(x) = \pm\int_{x}^{\pm\infty}|p(t)|dt, \rho_{1}^{+}(x) = \pm\int_{x}^{\pm\infty}\rho^{+}(t)dt \ .$$

Teorem 6. *Hər bir $\lambda, \operatorname{Im}\lambda \geq 0$ üçün (17) tənliyinin*

$$f_{\pm}(x,\lambda) = f_{\pm}^{0}(x,\lambda) + \int_{x}^{\infty}K^{\pm}(x,t)\ f_{\pm}^{0}(t,\lambda)dt \ , \tag{22}$$

şəklində gösrərilə bilən $f_{+}(x,\lambda), f_{-}(x,\lambda)$ xüsusi həlləri var, belə ki, $K^{\pm}(x,t)$ nüvələri

$$\left|K^{\pm}(x,t)\right| \leq \frac{1}{2}\rho^{\pm}\left(\frac{x+t}{2}\right)e^{\rho_{1}^{\pm}\left(\frac{x+t}{2}\right)}$$

bərabərsizliklərini ödəyir. Bundan əlavə

$$K^{\pm}(x,x) = \pm\frac{1}{2}\int_{x}^{\pm\infty}p(t)dt \tag{23}$$

düsturu doğrudur.

2.4 yarımfəslində $K^{\pm}(x,t)$ nüvələrinin törəmələri üçün qiymətləndirmələr alınmışdır.

2.5 yarımfəsli (17) tənliyi üçün səpilmənin düz məsələsinə həsr olunub.

Müəyyən olunur ki, λ həqiqi qiymətlər aldıqda (22) düsturları ilə təyin olunan $f_+(x,\lambda), f_-(x,\lambda)$ həlləri

$$f_+(x,\lambda) = a(\lambda)\overline{f_-(x,\lambda)} + \overline{a(\lambda)} f_-(x,\lambda),$$

eyniliyini ödəyir, burada $a(\lambda)$ əmsalı aşağıdakı düsturla təyin olunur:

$$a(\lambda) = \frac{i}{2} W[f_+(x,\lambda), f_-(x,\lambda)].$$

$a(\lambda)$ əmsalının xassələri araşdırılır və onun köməyi ilə $t(\lambda)$ udulma əmsalı və $r(\lambda)$ əksolunma əmsalı təyin olunur:

$$t(\lambda) = \frac{1}{a(\lambda)},\ r(\lambda) = \frac{\overline{a(\lambda)}}{a(\lambda)} \quad .$$

$t(\lambda)$ əmsalı (17) tənliyi üçün səpilmə verilənidir. (17) tənliyi üçün səpilmənin tərs məsələsi dedikdə, $p(x)$ potensialının udulma əmsalına görə bərpasını başa düşürük.

2.6-2.9 yarımfəsillərində (17) tənliyi üçün səpilmənin tərs məsələsi araşdırılıb.

2.10 yarımfəsli

$$-y'' + q(x)y = \lambda y, \quad -\infty < x < \infty \tag{26}$$

birölçülü Şredinger tənliyi üçün səpilmənin tərs məsələsinə həsr olunmuşdur, burada $q(x)$ əmsalı bütün oxda həqiqi qiymətli kəsilməz diferensiallanan funksiya olub

$$\int_{-\infty}^{0}\left(1+|x|^4\right)e^{2x^2}\left|q(x)+x^2\right|dx + \int_{0}^{\infty}\left(1+|x|^4\right)\left|q(x)-x\right|dx + < \infty. \tag{27}$$

şərtini ödəyir. Tutaq ki

$$\sigma^{+}(x)=\int_{x}^{\infty}|q(t)-t|dt\,,\ \sigma_1^{+}(x)=\int_{x}^{\infty}\sigma^{+}(t)dt\,.$$

Teorem 6 –ya görə (26) tənliyinin çevirmə operatoru şəklində göstərilə bilən

$$e_{+}(x,\lambda)=e_{+}^{0}(x,\lambda)+\int_{x}^{\infty}K_{+}(x,t)e_{+}^{0}(t,\lambda)dt \tag{28}$$

həlli var, burada $e_{+}^{0}(x,\lambda)=f_{+}^{0}(x,\lambda)=\pi^{\frac{1}{2}}\mathrm{A}i(x-\lambda)$. $K_{+}(x,t)$ nüvəsi üçün aşağıdakı münasibətlər ödənilir:

$$|K_{+}(x,t)|\le\frac{1}{2}\sigma^{+}(\frac{x+t}{2})e^{\sigma_1^{+}(\frac{x+t}{2})}\,,$$

$$K_{+}(x,x)=\frac{1}{2}\int_{x}^{\infty}[q(t)-t]dt\,. \tag{29}$$

Fərz edək ki,

$$\sigma^{-}(x)=\int_{-\infty}^{x}\left|q(t)+t^{2}\right|dt\,,\ \sigma_1^{-}(x)=\int_{-\infty}^{x}\sigma^{-}(t)dt\,.$$

Teorem 2 -yə görə (26) tənliyinin çevirmə operatorunun köməyi ilə göstərilə bilən $e_{-}(x,\lambda)$ həlli var:

$$e_{-}(x,\lambda)=e_{-}^{0}(x,\lambda)+\int_{-\infty}^{x}K_{-}(x,t)e_{-}^{0}(t,\lambda)\,dt\,, \tag{30}$$

burada $e_{-}^{0}(x,\lambda)=\phi_0(-x,\lambda)$ və $\phi_0(-x,\lambda)$ teorem 2–dəki kimi təyin olunur. $K_{-}(x,t)$ nüvəsi üçün aşağıdakı münasibətlər ödənilir:

$$|K_{-}(x,t)|\le\frac{1}{2}\sigma^{-}(\frac{x+t}{2})e^{\sigma_1^{-}(\frac{x+t}{2})}\,,$$

$$K_-(x,x)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{x}\left[q(t)+t^2\right]dt. \qquad (31)$$

Qeyd edək ki, λ həqiqi qiymətlər aldıqda $e_-(x,\lambda)$ və $\overline{e_-(x,\lambda)}$ cütlüyü (26) tənliyinin fundamental həllər sistemini təşkil edir. Ona görə də λ həqiqi qiymətlər aldıqda aşağıdakı ayrılış doğrudur:

$$e_+(x,\lambda)=a(\lambda)\overline{e_-(x,\lambda)}+\overline{a(\lambda)}e_-(x,\lambda), \qquad (32)$$

burada $a(\lambda)$ əmsalı

$$a(\lambda)=-\frac{W\left[e_+(x,\lambda),e_-(x,\lambda)\right]}{i\sqrt{2}e^{\frac{\pi\lambda}{4}}} \qquad (33)$$

düsturu ilə təyin edilir. (28), (30), (33) düsturlarına görə $a(\lambda)$ funksiyası yuxarı yarımmüstəvidə analitikdir və onun sərhəddinə qədər kəsilməzdir. Bu funksiyanın sıfırları yoxdur və aşağıdakı asimptotikaya malikdir:

$$a(\lambda)=\frac{i}{\sqrt{2}}e^{-\frac{\pi\lambda}{4}}e_-^0(0,\lambda)\frac{de_+^0(0,\lambda)}{dx}\left[1+O\left(|\lambda|^{-\frac{1}{2}}\right)\right],\lambda\to\infty, \qquad (34)$$

burada $$e_-^0(0,\lambda)=\frac{2^{\frac{i\lambda-1}{4}}\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{3}{4}-\frac{i\lambda}{4}\right)}.$$

$t(\lambda)=a^{-1}(\lambda)$ funksiyası Şredinger tənliyinin udulma əmsalı adlanır və aşağıdakı xassələrə malikdir:

(i) $t(\lambda)=a^{-1}(\lambda)$ *funksiyası həqiqi oxda kəsilməzdir,* $\operatorname{Im}\lambda>0$ *yarımmüstəvisinə analitik davam olunur və (34) münasibətini ödəyir.*

(26) tənliyi üçün səpilmənin tərs məsələsi dedikdə, $q(x)$ potensialının udulma əmsalına görə bərpasını başa düşəcyik.

(26) tənliyi üçün səpilmənin tərs məsələsi sonuncu 2.11 yarımfəslində həll olunur. Tərs məsələnin həllində Marçenko tipli inteqral tənliklər mühüm rol oynayır.

Tutaq ki,

$$F^{+}(x,y)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{e^{-\frac{\pi\lambda}{4}}}{2\sqrt{2}|a(\lambda)|^{2}}-1\right]e_{+}^{0}(x,\lambda)e_{+}^{0}(y,\lambda)d\lambda, \tag{35}$$

$$F^{-}(x,y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\operatorname{Re}\int_{-\infty}^{\infty}[r(\lambda)-r_{0}(\lambda)]e_{-}^{0}(x,\lambda)e_{-}^{0}(y,\lambda)e^{-\frac{\pi\lambda}{4}}d\lambda. \tag{36}$$

Teorem 7. *(28), (30) göstərilişlərinə daxil olan* $K^{\pm}(x,y)$ *funksiyaları hər bir qeyd olunmuş* x *üçün*

$$F^{\pm}(x,y)+K^{\pm}(x,y)\pm\int_{x}^{\pm\infty}K^{\pm}(x,t)F^{\pm}(t,y)dt=0,\pm y>\pm x \tag{37}$$

inteqral tənliklərini ödəyir.

(37) əsas tənliklərin köməyi ilə növbəti xassə müəyyən edilir:

(ii) $F^{\pm}(x,y)$ *funksiyaları kəsilməz diferensiallanandır və aşağıdakı şərtləri ödəyir:*

$$\left|F^{\pm}(x,y)\right|\le C_{\pm}(a),\pm x\ge a,\pm y\ge a,\left|\int^{\pm\infty}\sup_{a\,\pm x>a}\left|F^{\pm}(x,t)\right|dt\right|<\infty,$$

$$\lim_{N\to\pm\infty}\left|\int_{N}^{\pm\infty}\sup_{\pm(x-a)\ge 0}\left|F^{\pm}(x,y)\right|dy\right|=0.$$

$$\left|\int_{x_1}^{\pm\infty}(1+|y|)\left|\left(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\right)F^{\pm}(x,y)\right|dy\right|\le C_{1}^{\pm}(a),\pm(x-a)\ge 0,$$

$$\left|\int_{a}^{\pm\infty}\left(1+|x|^{4}\right)\left|\frac{d}{dx}F^{\pm}(x,x)\right|dx\right|<C_{0}^{\pm}(a),$$

$$\lim_{h\to 0}\sup_{\pm(z-x)\ge 0}\left|\int_{x}^{\pm\infty}\left|F^{\pm}(z,y+h)-F^{\pm}(z,y)\right|dy\right|=0.$$

Bu yamfəsildə əsas tənliklərin birqiymətli həll olunması məsələləri öyrənilir.

Teorem 8. *Əgər (i), (ii) şərtləri ödənilirsə, onda* $x \neq \pm\infty$ *parametrinin hər bir qiyməti üçün (37) tənliklərinin yeganə* $K^{+}(x,y) \in L_p(x,\infty), K^{-}(x,y) \in L_p(-\infty,x), p = 1,2$, *həlləri var* .

Bu yarımfəslin sonunda aydınlaşır ki, olan $q(x)$ potensialı kəsilməz diferensiallanan olub (27) şərtini ödədikdə yuxarıdakı (i), (ii) zəruri şərtləri $\int_{-\infty}^{0}\left(1+|x|^4\right)\left|q(x)+x^2\right|dx+\int_{0}^{\infty}\left(1+|x|^4\right)\left|q(x)-x\right|dx<\infty$ sinfindən olan potensialın udulma əmsalına görə bərpası üçün həm də kafidir. Potensialı bərpa etmək üçün alqoritm verilib.

Müəllif məsələlərin qoyuluşuna, işə rəhbərliyinə və dəyərli məsləhətlərinə görə, elmi rəhbərləri fizika – riyaziyyat elmləri doktoru, professor H.M.Hüseynova və fizika – riyaziyyat elmləri namizədi, dosent B.A.Mustafayevə öz dərin minnətdarlığını bildirir.

Dissertasiya işinin əsas nəticələri müəllifin aşağıdakı əsərlərində dərc olunub:

1. Мамедова А.Ф. Построение функции Римана для некоторого компактного уравнения. GDU, Elmi xəbərlər, Gəncə-2009/1, səh. 28-30.
2. Мамедова А.Ф. «Квадратично» возмущенное уравнение Штурма – Лиувилля. GDU, Elmi xəbərlər, Gəncə-2010/3, səh. 18-21.
3. МамедоваА.Ф. Transformation operator for a class of potentials of Sturm – Liouville equation. Proceeding of IMM of NAS of Azerbaijan, ISSN 0207-3188, Baku-2011, vol. XXXV(XLIII), səh. 73-80.
4. Мамедова А.Ф., Мустафаев Б.А., Гурбанов М.Ш., Мустафаев М.М. Прямая и обратная задача теории рассеяния для некоторого класса потенциалов. Достижения и перспективы естественных и технических наук, Сборник материалов V международной научно – практической конференции, г.Ставрополь-2014, с. 34-40.
5. Мамедова А.Ф., Мустафаев Б.А., Гурбанов М.Ш., Гумбатов Б.У., Намазов А.И. О некоторых компактных уравнениях. Проблемы

современной науки: сборник научных трудов: выпуск 14. Центр научного знания ЛОГОС, г.Ставрополь, 2014, ISSN 2309-2416, səh. 10-14.

6. Мамедова А.Ф. Основные решение возмущенного ангармонического уравнения и его свойства/ Ə.Ş.Həbibzadənin anadan olmasının 100-cü ildönümünə həsr «Funksional analiz və onun tətbiqləri» Respublika Elmi Konfransının Materialları, Bakı 2017, səh.168-169.

7. Гусейнов И.М., Мамедова А.Ф. Задача рассеяния для ангармонического уравнения/ Материалы Международной Научной Конференции «Теоретические и прикладные проблемы математики» (Сумгаит, 2017), с. 74-75.

8. Гусейнов И.М., Мамедова А.Ф. Обратная задача рассеяния для одномерного уравнения Шредингера с дополнительным линейным потенциалом// Proceedings of IAM, 2017, v. 6, №1, pp. 109-122.

9. Гусейнов И.М., Мамедова А.Ф. Задача рассеяния для возмущенного ангармонического уравнения// Научные и Педагогические Известия Университета Одлар Юрду, 2017, №46, с. 11-17.

10. Гусейнов И.М., Мамедова А.Ф. К спектральной теории одномерного уравнения Шредингера с бесконечно растущим потенциалом типа ступеньки// Journal of Contemporary Applied Mathematics. V.7, No 1, 2017, June/ ISSN 2222-5498, səh. 120-125

АФАГ ФАИГ кызы МАМЕДОВА

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ ДЛЯ

РАСТУЩЕГО ПОТЕНЦИАЛА ОПЕРАТОРА

ШТУРМА – ЛИУВИЛЛЯ

АННОТАЦИЯ

Диссертационная работа посвящена изучению обратных задач рассеяния для уравнений Штурма-Лиувилля с растущими потенциалами. В диссертации получены следующие основные результаты:

- исследованы свойства операторов преобразования с условием на бесконечности для уравнений Штурма – Лиувилля с дополнительными линейным и квадратичным потенциалами;
- изучены спектральные свойства возмущенного ангармонического оператора и оператора Штурма – Лиувилля, потенциал которого на одном конце линейно растет, а на другом конце- квадратично. Получены формулы разложения по собственным функциям непрерывного спектра;
- изучены прямые и обратные задачи рассеяния для уравнения Штурма – Лиувилля на всей оси с дополнительным квадратичным потенциалом;
- исследованы прямые и обратные задачи рассеяния для уравнения Штурма – Лиувилля, потенциал которого на одном конце растет линейно, а на другом конце- квадратично;
- получены алгоритмы решения обратных задач.

AFAG FAIG qizi MAMMADOVA

ON THE İNVERSE PROBLEM OF SCATTERİNG

THEORY FOR THE GROWING POTENTİAL OF THE STURM – LİOUVİLLE OPERATOR

SUMMARY

The thesis is devoted to the study of inverse scattering problems for the Sturm-Liouville equations with increasing potential. The following results are obtained:

- The properties of the transformation operators with conditions at infinity for the Sturm-Liouville equations with additional quadratic and linear coefficients are studied;
- Spectral properties of the Sturm-Liouville operator with additional quadratic coefficient are studied. Formulas for the expansion in eigenfunctions of the continuous spectrum are obtained;
- The direct and inverse scattering problems for the Sturm-Liouville equation on the whole axis with an additional quadratic coefficient are studied;
- The direct and inverse scattering problems for the Sturm-Liouville equation on the whole axis are studied, the coefficient of which grows linearly at one end and quadratically at the other end.
- Algorithms for solving inverse problems are obtained.