НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

На правах рукописи

АЙГЮН ТОФИГ кызы ОРУДЖОВА

ТЕОРЕМЫ ВЛОЖЕНИЯ В ОБОБЩЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ ТИПА БЕСОВА-МОРРИ

1202.01 - Анализ и функциональный анализ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
доктора философии по математике

Баку – 2016

Работа выполнена в отделе «Математический анализ» Института Математики и Механики НАН Азербайджана.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
проф. **Алик М.Наджафов**

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук,
проф. **Сабир С. Мирзоев**
(Бакинский Государственный Университет).

канд. физико-математических наук,
доцент **Мубариз Г. Гаджибеков**
(Национальная Авиационная Академия Азербайджана).

Ведущая организация: Азербайджанский Государственный Педагогический Университет кафедра «Математический анализ».

Защита диссертации состоится 19 февраля 2016 г. в 16^{00} часов на заседании Диссертационного Совета Д 01.111 по присуждению ученой степени доктора наук и доктора философии при Институте Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

Адрес: AZ 1141, г. Баку, ул. Б. Вагабзаде, 9.

Автореферат разослан 18 января 2016 года.

Ученый секретарь
Диссертационного Совета
Д 01.111 ИММ НАНА д.м.н., доц. Ровшан Бандалиев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Круг вопросов, связанных с построением и изучением различных свойств пространств дифференцируемых функций многих переменных и доказательств различных интегральных неравенств типа теорем вложения пространств, относится к той области математического анализа, которая получила самостоятельное развитие под названием "теория пространств".

Теория вложения классов функций многих действительных переменных помимо самостоятельного интереса с точки зрения теории функций, имеет многочисленные эффективные применения в теории дифференциальных уравнений в частных производных. Развитие функционального анализа и потребности в теории дифференциальных уравнений с частными производными привели к исследованию функциональных пространств.

Начало классической теории вложений классов дифференцируемых функций многих переменных положено в работах С.Л.Соболева в связи с решением ряда задач математической физики. С.Л.Соболев ввел изотропные пространства $W_p^{(l)}(G)$ функций, определенных на области G n мерного евклидова пространства с нормой $\sum_{|\alpha|\le l}\left\|D^\alpha f_\alpha\right\|_{L_p(G)}$, здесь $l\in N$, $p\ge 1$. С.Л.Соболев установил свои теоремы вложения с помощью интегральных представлений функций через их производные. Им были доказаны общие интегральные неравенства для дифференцируемых функций нескольких переменных и даны их приложения к ряду задач математической физики т.е. даны приложения к теории эллиптических и гиперболических уравнений. В последствии эти теоремы вложения пространств дифференцируемых функций были дополнены теоремами В.И.Кондрашова и В.П.Ильина.

Следующим этапом в развитии теории вложения явилось введение С.М.Никольским анизотропных пространств $H_p^{(l_1,l_2,\dots,l_n)}=H_p^l$ ($1\le p\le\infty$, $l_i>0$, $i=1,2,\dots,n$ не обязательно целое) функций, дифференциальные свойства которых различны по разным направлениям. В дальнейшем О.В.Бесов построил методом аппроксимации теорию пространств $B_{p,\theta}^l(R^n)$ ($1\le\theta\le\infty$), интересных тем, что они, подобно H_p^l-пространствам, образуют замкнутую систему относительно теорем вложения, а, с другой стороны, имеют тесную связь с пространствами Соболева (и Слободецкого), совпадая при соответствующем выборе параметров с $W_2^l(R^n)$, а также с пространствами следов на R^m ($m < n$) функций из $W_p^l(R^n)$, $1 < p < \infty$. Исследования многих математиков в этом направлении отражены в монографии О.В.Бесова, В.П.Ильина, С.М.Никольского.

Дальнейшие фундаментальные продвижения в теории вложения этих функциональных пространств принадлежат С.Л.Соболеву, С.М.Никольскому, Л.Д.Кудрявцеву, О.В.Бесову, В.П.Ильину, П.И.Лизоркину, А.Д.Джабраилову, Т.И.Аманову, С.В.Успенскому, Г.В.Демиденко и В.Г.Перепелкину, А.С.Джафарову, Х.Трибелю, В.Г.Мазье, В.И.Буренкову, Г.Н.Яковлеву, В.С.Гулиеву, М.С.Джабраилову, Р.М.Рзаеву и др.

Пространства Соболева и Никольского с доминирующей смешанной производной (разностью), на базе - W и H - пространств введены и изучены С.М.Никольским, пространства Соболева-Лиувилля с доминирующей смешанной производной были введены и изучены П.И.Лизоркиным и С.М.Никольским, соответственно, а пространства Бесова с доминирующей смешанной производной разными методами введены и изучены А.Д.Джабраиловым и Т.И.Амановым.

Первое интегральное представление функций многих переменных, определенных в областях (звездных относительно точек некоторого шара) $G \subset R^n$, принадлежит С.Л.Соболеву. Дальнейшее развитие метода интегральных представлений теории пространств дифференцируемых функций многих переменных связано с именем В.П.Ильина, О.В.Бесова, А.Д.Джабраилова, А.М.Наджафова и др.

В конце 60-го года прошлого века в работе В.П.Ильина, а далее в работе А.Д.Джабраилова, А.М.Наджафова, А.Д.Джабраилова и Л.Ш.Кадимова и др. рассматривовались семейства пространств типа, в которых «показатель гладкости» вектора l лежит не на координатных осьях, а на всей R_+^n.

В конце 30-го года прошлого века в связи с изучением гладкости решений дифференциальных уравнений в частных производных стало необходимым изучение пространств с параметрами функций многих действительных переменных.

Функциональные пространства с параметрами построенные на базе изотропных пространств $W_p^{(l)}(G)$ Соболева, при некоторых частных значениях индексов впервые изучались в работах Морри. В частности, им было получено широко известное условие гельдеровости функций из этих пространств.

В дальнейшем результаты Морри развивались и обобщались в работах Греко, Ниренберга, Кампанато, Бароцци, Стемпаккья, Петре, Росса, В.П.Ильина, В.С.Гулиева, А.М.Наджафова, В.И.Буренкова и Г.В.Гулиева, A.J.Mazzucato, M.Taylor, X.Zhon, G.D.Fazio, M.Ragua, D.Fan, S.Lu, D.Yang, Y.Giga, T.Miyakama, L.Tang, JingshiXu, Д.Д.Гасанова и др. Пространства Соболева-Морри $W^{l}_{p,a,æ}(G)$, рассматриваемые в работе В.П.Ильина, состоят из функции f, принадлежащих соответствующим пространствам $W^{l}_{p}(G)$ и характеризующихся, грубо говоря, тем что для интегралов от p-х степеней производных $\frac{\partial^{l_i} f}{\partial x^{l_i}}$ $(i=1,2,\ldots,n), l=(l_1,l_2,\ldots,l_n)$, по некоторым подобластям G' основной области G имеют место оценки, зависящие от меры G' (определяемые параметрами a и æ), т.е.

$$\int\limits_{G_{tæ}(x)} \left| \frac{\partial^{l_i} f}{\partial x^{l_i}} \right|^{p} dy \le M_f [t]_1^{|æ|a},$$

для любого $x \in G$ и любого t, $0 < t < \infty$, где $G_{tæ}(x)$-определено в §1.1.

Наряду с пространствами Соболева-Морри в работе Росса пространства Никольского-Морри, в работе Ю.В.Нетрусова были введены и изучены пространства Бесова-Морри, а в работах А.М.Наджафова введены и изучены пространства Соболева-Морри с доминирующей смешанной производной $S^{l}_{p,a,æ}W(G)$. Отметим, что Р.В. Гусейнов, применяя теоремы вложения, полученные в работе В.П. Ильина изучил гельдеровость решений квазиэллиптического уравнения, а А.М. Наджафов применяя теоремы вложения полученные в своей работе изучил гельдеровость решений гипоэллиптического уравнения. В отличие от предыдущих в обоих работах гельдеровость решений изучаются не требуя никакой гладкости от коэффициентов.

Отметим, также что гельдеровость решений квазиэллиптических уравнений при непрерывности или гельдеровости коэффициентов уравнения при старших производных рассмотрены в работах Е.Джусти, Л.Аркеруда, П.С.Филатова и др.

Диссертационная работа посвящена исследованию новых функциональных пространств дифференцируемых функций многих переменных с параметрами, точнее говоря, вводятся обобщенные функциональные пространства типа Бесова-Морри на базе функциональных пространств:

$$\text{(I)}\ \bigcap_{i=0}^{n} \mathscr{L}_{p^i,\theta^i}^{<l^i>}(G)\,; \qquad \text{(II)}\ \bigcap_{i=1}^{2^n} \mathscr{L}_{p^i,\theta^i}^{<l^i>}(G)\,; \tag{1}$$

изучаются теоремы вложения и теоремы типа интерполяции в построенных пространствах. Отметим, что построение в диссертации новых функциональных пространств дифференцируемых функций многих переменных с параметрами, доказательство теоремы вложения и теоремы типа интерполяции в этих пространствах дают возможность исследовать дифференциальные уравнения в частных производных высокого порядка другого типа и это обеспечивает актуальность научных результатов полученных в диссертации.

Цель работы. Целью диссертационной работы является введения обобщенных пространств с параметрами типа Бесова-Морри, изучение как дифференциальных, так и дифференциально-разностных свойств функций из этих пространств.

Для достижения указанной цели были поставлены следующие задачи:

-построить пространства с параметрами типа Морри:

$$\text{(I')}\ \bigcap_{i=0}^{n} \mathcal{L}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}^{<l^i>}(G)\,; \quad \text{(II')}\ \bigcap_{i=1}^{2^n} \mathscr{L}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}^{<l^i>}(G) \tag{2}$$

и изучить с точки зрения теории вложения некоторые свойства функций из этих пространств;

-разработать аппарат для исследования как дифференциальных, так и дифференциально-разностных свойств функций из пространств (2), т.е. получить интегральные представления функций из пространств (1), определенных в n-мерных областях, удовлетворяющих условию типа “гибкого λ-рога” (понятие гибкого рога введено в работе О.В.Бесова).

-доказать теоремы вложения и теоремы типа интерполяции для построенных пространств;

-изучить свойства гельдеровости функций из построенных пространств;
-сравнить полученные результаты с соответствующими результатами в этой области.

Общая методика исследований. В диссертационной работе использованы методы интегральных представлений функций определенных в n-мерных областях, методы функционального анализа, теории функций и математический анализ.

Научная новизна. В работе получены следующие новые результаты:

- построены пространств с параметрами (I') и (II') типа Мори;

-получены интегральные представления функций, из пространств (1) определенных на n-мерных областях, удовлетворяющих условию типа “гибкого λ-рога”;

-доказаны теоремы вложения и теоремы типа интерполяции для функций из построенных пространств с параметрами, характеризующие как дифференциальные, так и дифференциально-разностные свойства функций из этих пространств;

-доказаны также, что для функций $f(x)$ из построенных пространств с параметрами и их пересечений, обобщенные производные $D^{\nu} f$ удовлетворяют условию Гельдера в метрике $L_q(G)$;

Теоретическая и практическая ценность. Диссертационной работе, заключается в том, что полученные новые результаты представляют самостоятельный научный интерес в теории функциональных пространств, кроме того дает возможность исследовать в теории дифференциальных уравнений в частных производных при решении граничных задач и при исследовании дифференциальных свойств обобщенных решений дифференциальных уравнений в частных производных высокого порядка.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на научном семинаре отделов «Математический анализ» (рук. чл.-корр. НАНА, проф. В.С.Гулиев), «Теории функций» (рук. д.м.н. В.Э.Исмаилов) ИММ НАН Азербайджана, на конференциях Межд.конф. посв.70-летию чл.-корр. НАН Украины, проф. А.И.Степанца, International Baku forum of Young scientists dedicated to the 90-th anniversary of national leader Heydar Aliyev, (Баку,2013), Мат.межд.конф, посв. 55-летию ИММ (Баку, 2014), 7-th International

Conference on "Mathematical Analysis, Differential Equation & Their Applications MADEA-7" (Baku, 2015) .

Публикации. Полное содержание диссертации опубликовано в 9 работах автора, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и списка литературы, включающий 117 наименования. Объем диссертации составляет 117 страницы.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Диссертационная работа состоит из введения и трех глав.

В первой главе определяются пространства типа Морри $\bigcap_{i=0}^{n} \mathcal{L}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}^{<l^i>}(G)$ и изучаются некоторые свойства этих пространств. В далее получены интегральные представления для функций из пространств типа (I), определенных в n-мерных областях, удовлетворяющих условию “гибкого λ-рога”. С помощью этого представления изучены с точки зрения теории вложения некоторые свойства функций из этих пространств. Доказано также, что для функций f из пространства (I') обобщенные смешанные производные $D^{\nu} f$ принадлежат пространству Гельдера с показателем σ .

В 1.1 даются необходимые обозначения и определения.

Определение 1. Пространством с параметрами вида

$$\bigcap_{i=0}^{n} \mathcal{L}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}^{<l^i>}(G,\lambda)$$

назовем линейное нормированное пространство функций f , определенных на G , с конечной нормой

$$\|f\|_{\bigcap_{i=0}^{n} \mathcal{L}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}^{<l^i>}(G,\lambda)} = \sum_{i=0}^{n} \|f\|_{\mathcal{L}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}^{<l^i>}(G,\lambda)},$$

$$\|f\|_{L^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}(G,\lambda)} = \left\{ \int_0^{h_0} \left[\frac{\left\| \Delta^{m^i}\left(h^\lambda; G,\lambda\right) D^{k^i} f \right\|_{p^i,a,æ,\tau}}{h^{\left(\lambda, l^i - k^i\right)}} \right]^{\theta^i} \frac{dh}{h} \right\}^{\frac{1}{\theta^i}},$$

$$\|f\|_{p^i,a,æ,\tau;G} = \|f\|_{L_{p^i,a,æ,\tau}(G)} = \sup_{x\in G} \left\{ \int_0^{\infty} \left[[t]_1^{-\frac{(æ,a)}{p^i}} \|f\|_{p^i, G_{t^æ}(x)} \right]^{\tau} \frac{dt}{t} \right\}^{\frac{1}{\tau}},$$

где $p^i \in [1,\infty)$, $\theta^i, \tau \in [1,\infty]$, $(i = 0,1,\dots,n)$, $l^i = \left(l_1^i, l_2^i, \dots, l_n^i\right)$, $l_j^0 \ge 0$, $l_j^i \ge 0$, $l_i^i > 0$; $m^i = \left(m_1^i, m_2^i, \dots, m_n^i\right)$, $m_j^0 \ge 0, m_j^i \ge 0$, $m_i^i > 0 -$натуральные $(i = 1,2,\dots,n)$; $k^i = \left(k_1^i, k_2^i, \dots, k_n^i\right)$, $k_j^i -$ целые неотрицательные числа и пусть $m_j^i \ge l_j^i - k_j^i \ge 0$ $(j = 1,\dots,n; i = 0,1,\dots,n)$; $m_i^i > l_i^i - k_i^i > 0$ $(i = 1,\dots,n)$; $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in (0,\infty)^n$; $\left(\lambda, l^i - k^i\right) = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \left(l_j^i - k_j^i\right)$;

$(æ, a) = \sum_{j=1}^{n} æ_j a_j$, $\Delta^{m^i}\left(h^\lambda; G, \lambda\right) f(x) = \Delta^{m^i}\left(h^\lambda; G_{h^\lambda}\right) f(x)$,

$\Delta^{m^i}\left(h^\lambda\right) f(x) = \Delta_1^{m_1^i}\left(h^{\lambda_1}\right) \dots \Delta_n^{m_n^i}\left(h^{\lambda_n}\right) f$; $D^{k^i} f(x) = D_1^{k_1^i} \dots D_n^{k_n^i} f(x)$;

$G_{h^\lambda} = \left\{x : x + h^\lambda I \in G\right\}$;

$G_{t^æ}(x) = G \cap I_{t^æ}(x) = G \cap \left\{ y : \left|y_j - x_j\right| < \frac{1}{2} t^{æ_j}, (j = 1,\dots,n) \right\}$; $[t]_1 = \min\{1, t\}$

; G -отрытое множество $n-$мерного эвклидово пространства R^n.

В 1.2 получены соответствующие интегральные представления функций из пространства (I), определенных в $n-$мерных областях удовлетворяющих условию типа гибкого λ -рога.

В 1.3 доказываются вспомогательные леммы.

В 1.4 доказываются основные теоремы.

Теорема 1. Пусть открытое множество $G \subset R^n$ удовлетворяет условию гибкого $\lambda-$рога, $1 \le p^i \le p \le \infty$, $1 \le \theta^i \le \infty$, $(i = 0,1,2,\dots,n)$; $\nu = (\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n) \nu_j \ge 0-$ целые $(j = 1,2,\dots,n)$;

1) $\nu_j \geq l_j^0 \left(j = 1,2,\ldots,n\right)$;

2) $\nu_j \geq l_j^i \left(j \neq i, j = 1,2,\ldots,n\right), \nu_i < l_i^i \left(j = i, i = 1,2,\ldots,n\right), 1 \leq \tau_1 \leq \tau_2 \leq \infty$;

$\overline{æ} = cæ$, $\dfrac{1}{c} = \max\limits_{j=1,\ldots,n} \dfrac{æ_j}{\lambda_j}$; $f \in \bigcap\limits_{i=0}^{n} \mathcal{L}_{p^i,\theta^i a,æ,\tau}^{<l^i>}\left(G,\lambda\right)$,

$\chi^i = \sum\limits_{j=1}^{n}\left[l_j^i\lambda_j - \nu_j\lambda_j - \left(\lambda_j - æ_j a_j\right)\left(\dfrac{1}{p^i} - \dfrac{1}{p}\right)\right]$, и пусть $\chi^i > 0 \left(i = 1,\ldots,n\right)$. Тогда $D^\nu : \bigcap\limits_{i=0}^{n} \mathcal{L}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau_1}^{<l^i>}\left(G,\lambda\right) \to L_{p,b,æ,\tau_2}\left(G\right)$. Точнее говоря для $f \in \bigcap\limits_{i=0}^{n} \mathcal{L}_{p^i,\theta^i a,æ,\tau_1}^{<l^i>}\left(G,\lambda\right)$ в области G существует обобщенная производная $D^\nu f$, для которой справедливы неравенства

$$\left\|D^\nu f\right\|_{p,G} \leq C_1 \sum_{i=0}^{n} T^{\chi^i} \left\|f\right\|_{\mathcal{L}_{p^i,\theta^i a,æ,\tau_1}^{<l^i>}(G,\lambda)},$$

и

$$\left\|D^\nu f\right\|_{p,b,æ,\tau_2;G} \leq C_2 \left\|f\right\|_{\bigcap\limits_{i=0}^{n} \mathcal{L}_{p^i,\theta^i a,æ,\tau_1}^{<l^i>}(G,\lambda)}.$$

В частности

$\chi^{i,0} = \sum\limits_{j=1}^{n}\left[l_j^i\lambda_j - \nu_j\lambda_j - \left(\lambda_j - æ_j a_j\right)\dfrac{1}{p^i}\right]$, $\chi^{i,0} > 0 \left(i = 1,\ldots,n\right)$, то $D^\nu f$ непрерывна на G и

$$\sup_{x \in G}\left|D^\nu f\left(x\right)\right| \leq C_1 \sum_{i=0}^{n} T^{\varepsilon^{i,0}} \left\|f\right\|_{\mathcal{L}_{p^i,\theta^i a,æ,\tau_1}^{<l^i>}(G,\lambda)}$$

где $T -$произвольное число из $\left(0, \min\left(1, T_0\right)\right]$, $b = \left(b_1, b_2, \ldots, b_n\right)$, $b_j -$любые числа удовлетворяющие условиям

$$0 \leq b_j \leq 1 \text{ при } \chi^{i,0} > 0;$$

$$0 \leq b_j < 1 \text{ при } \chi^{i,0} = 0;$$

$$0 \le b_j < 1 + \frac{\chi^{i,0} p\left(1 - a_j\right)}{n\left(\lambda_j - æ_j a_j\right)} = a_j + \frac{\chi^{i} p\left(1 - a_j\right)}{n\left(\lambda_j - æ_j a_j\right)} \text{ при } \chi^{i,0} \le 0,$$

но с заменой æ на $\overline{æ}$, а C_1 и C_2 – константы, не зависящие от f, причем C_1 не зависит также от T.

Теорема 2. Пусть выполнены все условия теоремы 1. Тогда при $\chi^i > 0\left(i = 1,2,\ldots,n\right)$ производная $D^\nu f$ удовлетворяет на G условию Гельдера в метрике L_p с показателем σ, точнее,

$$\left\|\Delta(\gamma, G) D^\nu f\right\|_{p,G} \le C \|f\|_{\bigcap\limits_{i=0}^{n} \mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}(G,\lambda)} |\gamma|^\sigma,$$

здесь σ – любое число, удовлетворяющее неравенствам:

$$0 \le \sigma \le 1, \quad \text{при } \frac{\chi^0}{\lambda_0} > 1;$$

$$0 \le \sigma < 1, \quad \text{при } \frac{\chi^0}{\lambda_0} = 1;$$

$$0 \le \sigma \le \frac{\chi^0}{\lambda_0}, \text{ при } \frac{\chi^0}{\lambda_0} < 1,$$

где $\gamma = \left(\gamma_1, \ldots, \gamma_n\right)$, $\chi_0 = \min \chi^i, \left(i = 1,2,\ldots,n\right)$, $\lambda_0 = \max \lambda_j \left(j = 1,2,\ldots,n\right), C$ – константа, не зависящая от f и $|\gamma|$.

В частности, если $\chi^{i,0} > 0\left(i = 1,2,\ldots,n\right)$, то

$$\sup_{x \in G} \left|\Delta(\gamma, G) D^\nu f(x)\right| \le C \|f\|_{\bigcap\limits_{i=0}^{n} \mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}(G,\lambda)} |\gamma|^{\sigma^0},$$

σ^0 удовлетворяет тем же условиям, что и σ, но с заменой χ^i на $\chi^{i,0}$.

Во второй главе вводятся и изучаются пространства с параметрами вида

$$\bigcap_{i=i}^{2^n} \mathscr{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}\left(G_h\right) \tag{3}$$

Пусть $e_n = \{1,2,\ldots,n\}$ - множество натуральных чисел $1,2,\ldots,n$. Обозначим через e любое фиксированное подмножество множества e_n (включая множества $\varnothing$ и e_n). Количество этих подмножеств равно

2^n. Положим, что эти подмножества пронумерованы, т.е. множества $e^i\left(i=1,2,...,2^n\right)$-все подмножества (включая само e_n и пустое $\varnothing$) множества e_n. Каждому e^i сопоставим некоторый фиксированный вектор $l^i=\left(l_1^i,l_2^i,...,l_n^i\right)$ с компонентами $l_j^i \ge 0$ и с носителем $e_{l^i} \supseteq e^i$, т.е. $l_j^i>0\left(j\in e^i\right), l_j^i\ge 0\left(j\in e_{l^i}/e^i\right)$. Носителем вектора $l=\left(l_1,...,l_n\right)$ называют множество индексов отличных от нуля компонента вектора l и обозначают через e_l.

В 2.1 даются необходимые обозначения и определения.

Определении 2. Пространство с параметрами вида (3) назовем линейное нормированное пространство функций f, определенных на G, с конечной нормой

$$\|f\|_{\bigcap\limits_{i=1}^{2^n}\mathscr{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}(G_h)}=\sum_{i=1}^{2^n}\|f\|_{\mathscr{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}(G_h)},$$

$$\|f\|_{\mathscr{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}(G_h)}=\left\{\int_0^{h_{01}}\cdots\int_0^{h_{0n}}\left[\frac{\left\|\Delta^{m^i}(h;G_h)D^{k^i}f\right\|_{p^i,a,æ,\tau}}{\prod\limits_{j\in e_{l^i}}h_j^{l_j^i-k_j^i}}\right]^{\theta^i}\prod_{j\in e_{l^i}}\frac{dh_j}{h_j}\right\}^{\frac{1}{\theta^i}},$$

$$\|f\|_{p^i,a,æ,\tau;G}=\|f\|_{L_{p^i,a,æ,\tau}(G)}=\sup_{x\in G}\left\{\int_0^{\infty}\cdots\int_0^{\infty}\left[\prod_{j\in e_n}\left[t_j\right]_1^{-\frac{æ_j a_j}{p^i}}\|f\|_{p^i,G_{tæ}(x)}\right]^{\tau}\prod_{j\in e_n}\frac{dt}{t}\right\}^{\frac{1}{\tau}},$$

где $p^i\in[1,\infty)\ \theta^i,\tau\in[1,\infty],\ l^i=\left(l_1^i,l_2^i,...,l_n^i\right),\ l_j^i\ge 0,\left(j\in e_{l^i}/e^i\right);\ l_j^i>0\left(j\in e^i\right);$ $m_j^i\ge 0,\left(j\in e_{l^i}/e^i\right); m_j^i>0,\ j\in e^i$ – целые, $k^i=\left(k_1^i,k_2^i,...,k_n^i\right), k_j^i$ – целые неотрицательные числа и пусть $m_j^i\ge l_j^i-k_j^i\ge 0;\left(j\in e_{l^i}/e^i\right)m_i^i>l_i^i-k_i^i>0,\left(j\in e^i\right),\ \left(i=1,...,2^n\right),$ $m^i=\left(m_1^i,m_2^i,...,m_n^i\right)$, $h_0=\left(h_{01},...,h_{0n}\right)$-фиксированный положительный вектор; $\Delta^{m^i}\left(h;G_h\right)f(x)=\Delta_1^{m_1^i}\left(h_1\right)...\Delta_n^{m_n^i}\left(h_n\right)f(x);$ $D^{k^i}f(x)=D_1^{k_1^i}...D_n^{k_n^i}f(x);$

$G_h = \{x : x + hI \in G\}$; $G_{t^{\chi}}(x) = G \cap I_{t^{\chi}} = G \cap \left\{ y : |y_j - x_j| < \frac{1}{2} t^{\chi}, j \in e_n \right.$

$\left[t_j\right]_1 = \min\{1, t_j\}, j \in e_n; G -$ отрытое множество $n -$ мерного эвклидово пространства R^n. Если в норме вместо $\Delta^{m^i}(h; G_h)f$ напишем $\Delta^{m^i}(h; G)f$, то получается пространство $\bigcap\limits_{i=1}^{2^n} \mathscr{L}^{<l^i>}_{p^i, \theta^i, a, æ, \tau}(G)$.

Будем говорить, что открытое множество $G \subset R^n$ удовлетворяет условию (A) типа гибкого рога, если для любого $x \in G$ существует вектор-функция

$$\rho(t) = \rho(t, x) = (\rho_1(t_1, x), \rho_2(t_2, x), ..., \rho_n(t_n, x)), \ 0 \le t_j \le T_j, \ j \in e_n ,$$

со следующими свойствами:

1) для всех $j \in e_n$, функции $\rho_j(u_j, x)$ -абсолютно непрерывны по u_j на $[0, T_j]$ и $\left|\rho_j^1(u_j, x)\right| \le 1$ для почти всех $u_j \in [0, T_j]$, где $\rho_j^1(u_j, x) = \dfrac{\partial}{\partial u_j} \rho_j(u_j, x)$;

2) $\rho_j(0, x) = 0$, для всех $j \in e_n$,

$$x + V(x, \omega) = x + \bigcup_{\substack{0 < t_j \le T_j, \\ j \in e_n}} \left[\rho(t, x) + t\omega I\right] \subset G$$

где $\omega = (\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n)$, $\omega_j \in (0,1]$, $j \in e_n$, $I = [-1,1]^n$,

$$t\omega I = \{(t_1\omega_1 y_1, t_2\omega_2 y_2, ..., t_n\omega_n y_n) : y \in I\},$$

В случае $t_1 = t_2 = ... = t_n = t$, $\rho(t, x) = \rho(t^{\lambda}, x)$, $\omega = (\omega^{\lambda_1}, \omega^{\lambda_2}, ..., \omega^{\lambda_n})$, $V(x, \omega)$ - есть гибкий рог введенный О.В.Бесовым.

В 2.2 доказываются вспомогательные леммы.

В 2.3 доказываются основные теоремы.

Теорема 3. Пусть открытое множество $G \subset R^n$ удовлетворяет условию (A) типа гибкого рога, $1 \le p^i \le p \le \infty$, $(i = 1, 2, ..., 2^n)$; $\overline{æ} = cæ$; где $\dfrac{1}{c} = \max\limits_{j = e_n} l_j æ_j$, $\nu(\nu_1, ..., \nu_n)$, $\nu_j \ge 0$ целые $j \in e_n$; $\nu_j \ge l_j^i$ *при* $j \in e_{l^i} / e^i$,

$1\le\tau_1\le\tau_2\le\infty;\ \varepsilon_j^i=l_j^i-\nu_j-(1-æ_j a_j)\left(\frac{1}{p^i}-\frac{1}{p}\right),\qquad \varepsilon_j^i>0,$

$(j\in e^i,\ j=1,2,\dots,2^n)$ и пусть $f\in\bigcap_{i=1}^{2^n}\mathscr{L}_{p^i,a,æ,\tau_1}^{<l^i>}(G_h)$. Тогда $D^\nu:\bigcap_{i=1}^{2^n}\mathscr{L}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau_1}^{<l^i>}(G_h)\to L_{p,b,æ,\tau_2}(G)$, точнее говоря для $f\in\bigcap_{i=1}^{2^n}\mathscr{L}_{p^i,a,æ,\tau}^{<l^i>}(G_h)$ в области G существует обобщенная производная $D^\nu f$, для которой справедливы неравенства

$$\|D^\nu f\|_{p,G}\le C_1\sum_{i=1}^{2^n}\prod_{j\in e_n}T_j^{\varepsilon_j^i}\|f\|_{\mathscr{L}_{p^i,a,æ,\tau_1}^{<l^i>}(G_t)},$$

и

$$\|D^\nu f\|_{p,b,æ,\tau_2;G}\le C_2\|f\|_{\bigcap_{i=1}^{2^n}\mathscr{L}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau_1}^{<l^i>}(G_t)}\quad (p^i\le p<\infty, i=1,2,\dots,2^n).$$

В частности, если

$$\varepsilon_{j,0}^i=l_j^i-\nu_j-(1-\widetilde{æ}_j a_j)\frac{1}{p^i},\ \varepsilon_{j,0}^i>0,(j\in e^i,\ j=1,2,\dots,2^n)$$

то $D^\nu f$ непрерывна на G и

$$\sup_{x\in G}|D^\nu f(x)|\le C_1\sum_{i=1}^{2^n}\prod_{j\in e_n}T_j^{\varepsilon_{j,0}^i}\|f\|_{\mathscr{L}_{p^i,a,æ,\tau_1}^{<l^i>}(G_t)},$$

где $T_j\in(0,\min(1,T_{j,0})]\quad (j\in e_n), C_1, C_2-$ константы, не зависящие от f, C_1 не зависит также от T, а $b=(b_1,b_2,\dots,b_n)$, b_j-определены

$$0\le b_j\le 1,\text{при}\,\varepsilon_j^{i,0}>0\ \ (j\in e^i)$$

$$0\le b_j<1,\text{при}\,\varepsilon_j^{i,0}=0\ \ (j\in e^i)$$

$$0\le b_j<a_j+\frac{\varepsilon_j^{i,0}p(1-a_j)}{1-æ_j a_j}=a_j+\frac{\varepsilon_j^i p(1-a_j)}{1-æ_j a_j},\text{при}\,\varepsilon_j^{i,0}<0,\ (j\in e^i)$$

$0\le b_j<a_j$, $j\in e_n/e^i$ но с заменой $æ$ на $\overline{æ}$.

Пусть γ $n-$мерный вектор.

Теорема 4. Пусть область G параметры p^i, p, τ и векторы $æ, a, \varepsilon_j^i, \varepsilon_{j,0}^i, \nu$ удовлетворяют условиям теоремы 3. Тогда при $\varepsilon_j^i > 0$, $\left(j \in e^i, i = 1,2,\ldots,2^n\right)$ производная $D^\nu f$ удовлетворяет на G условию Гельдера с показателем $\in_j$, точнее,

$$\left\|\Delta(\gamma, G) D^\nu f\right\|_{p,G} \le C \|f\|_{\bigcap_{i=1}^{2^n} \mathscr{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}(G_t)} \prod_{j \in e_n} \left|\gamma_j\right|^{\in_j},$$

здесь $\in_j$, $j \in e_n$ любое число, удовлетворяющее неравенствам:

$$0 \le \in_j \le 1, \quad \text{при } \varepsilon_j^i > 1,$$

$$0 \le \in_j < 1, \quad \text{при } \varepsilon_j^i = 1,$$

$$0 \le \in_j \le \varepsilon_j^i, \quad \text{при } \varepsilon_j^i < 1,$$

$C -$ константа, не зависящая от f и γ.

В частности, если $\varepsilon_j^{i,0} > 0$, то

$$\sup_{x \in G} \left|\Delta(\gamma, G) D^\nu f(x)\right| \le C \|f\|_{\bigcap_{i=0}^{2^n} \mathscr{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}(G_t)} \prod_{j \in e_n} \left|\gamma_j\right|^{\in_j^0},$$

$\in_j^0$ удовлетворяет тем же условиям, что и $\in_j$, но с заменой ε_j^i на $\varepsilon_j^{i,0}$.

В третьей главе доказываются теоремы типа интерполяции из пространств $\bigcap_{i=0}^{n} L^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}(G)$ и $\bigcap_{i=1}^{2^n} \mathscr{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}(G)$.

В 3.1 даются необходимые обозначения и доказываются вспомогательные леммы.

Пусть $\beta_\mu \ge 0$ $(\mu = 1,2,\ldots,N)$, $\sum_{\mu=1}^{N} \beta_\mu = 1$, $\frac{1}{p^i} = \sum_{\mu=1}^{N} \frac{\beta_\mu}{p_\mu^i}$, $\frac{1}{p} = \sum_{\mu=1}^{N} \frac{\beta_\mu}{p_\mu}$, $\frac{1}{\theta^i} = \sum_{\mu=1}^{N} \frac{\beta_\mu}{\theta_\mu^i}$, $l^i = \sum_{\mu=1}^{N} \beta_\mu l^{i,\mu}$.

В 3.2 доказываются основные теоремы.

Теорема 5. Пусть открытое множество $G \subset R^n$ удовлетворяет условию типа гибкого $\lambda -$рога, $1 \le p_\mu^i \le p_\mu \le \infty$, $1 \le \theta^i \le \infty$, $(i = 0,1,2,\ldots,n)$; $\nu = (\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_n)$ $\nu_j \ge 0 -$ целые $(j = 1,2,\ldots,n)$; кроме этого

1) $\nu_j \ge l_j^0 \left(j=1,2,\ldots,n\right)$;

2) $\nu_j \ge l_j^i \left(j\ne i, j=1,2,\ldots,n\right), \nu_i < l_i^i \left(j=i, i=1,2,\ldots,n\right) 1\le\tau_1\le\tau_2\le\infty$;

$\overline{æ}=cæ$, $\quad \frac{1}{c}=\max\limits_{j=1,\ldots,n}\frac{æ_j}{\lambda_j}$; $\quad f\in\bigcap\limits_{\mu=1}^{N}\bigcap\limits_{i=0}^{n}\mathcal{L}^{<l^{i,\mu}>}_{p^i_\mu,\theta^i a,æ,\tau}\left(G,\lambda\right)$ и пусть

$\varepsilon^i=\sum\limits_{j=1}^{n}\left[\lambda_j\sum\limits_{\mu=1}^{n}l_j^{i,\mu}\beta_\mu-\nu_j\lambda_j-\left(\lambda_j-æ_j a_j\right)\left(\frac{1}{p^i}-\frac{1}{p}\right)\right]$, $\varepsilon^i>0\left(i=1,\ldots,n\right)$. Тогда $D^\nu:\bigcap\limits_{\mu=1}^{N}\bigcap\limits_{i=0}^{n}\mathcal{L}^{<l^{i,\mu}>}_{p^i_\mu,\theta^i,a,æ,\tau_1}\left(G,\lambda\right)\to L_{p,b,æ,\tau_2}\left(G\right)$. Точнее говоря для $f\in\bigcap\limits_{\mu=1}^{N}\bigcap\limits_{i=0}^{n}\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i a,æ,\tau_1}\left(G,\lambda\right)$ в области G существует обобщенная производная $D^\nu f$, для которой справедливы неравенства

$$\left\|D^\nu f\right\|_{p,G}\le C_1\sum_{i=0}^{n}T^{\varepsilon^i}\prod_{\mu=1}^{N}\left\{\left\|f\right\|_{\mathcal{L}^{<l^{i,\mu}>}_{p^i_\mu,\theta^i_\mu a,æ,\tau_1}\left(G,\lambda\right)}\right\}^{\beta_\mu},$$

и

$$\left\|D^\nu f\right\|_{p,b,æ,\tau_2;G}\le C_2\prod_{\mu=1}^{N}\left\{\left\|f\right\|_{\mathcal{L}^{<l^{i,\mu}>}_{p^i_\mu,\theta^i_\mu a,æ,\tau_1}\left(G,\lambda\right)}\right\}^{\beta_\mu}\quad\left(p^i_\mu\le p_\mu<\infty\right).$$

В частности $\varepsilon^{i,0}>0\left(i=1,\ldots,n\right)$, то $D^\nu f$ непрерывна на G и

$$\sup_{x\in G}\left|D^\nu f\left(x\right)\right|\le C_1\sum_{i=0}^{n}T^{\varepsilon^{i,0}}\prod_{\mu=1}^{N}\left\{\left\|f\right\|_{\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i_\mu,\theta^i_\mu a,æ,\tau_1}\left(G,\lambda\right)}\right\}^{\beta_\mu}$$

где $T-$произвольное число из $\left(0,\min\left(1,T_0\right)\right]$, $b=\left(b_1,b_2,\ldots,b_n\right)$, b_j-любые числа удовлетворяющее условиям но с заменой $æ$ на $\overline{æ}$, а C_1 и C_2-константы, не зависящие от f, причем C_1 не зависит также от T.

Пусть γ $n-$мерный вектор.

Теорема 6. Пусть выполнены все условия теоремы 5. Тогда при $\varepsilon^i>0\left(i=1,2,\ldots,n\right)$ производная $D^\nu f$ удовлетворяет на G условию Гельдера в метрике L_p с показателем σ, точнее,

$$\left\|\Delta(\gamma,G)D^{\nu}f\right\|_{p,G}\le C\prod_{\mu=1}^{N}\left\{\|f\|_{\bigcap\limits_{i=0}^{n}\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}(G,\lambda)}\right\}^{\beta_\mu}|\gamma|^{\sigma},$$

здесь σ – любое число, удовлетворяющее неравенствам:

$$0\le\sigma\le1,\quad \text{при } \frac{\varepsilon_0}{\lambda_0}>1;$$

$$0\le\sigma<1,\quad \text{при } \frac{\varepsilon_0}{\lambda_0}=1;$$

$$0\le\sigma\le\frac{\varepsilon_0}{\lambda_0},\ \text{при } \frac{\varepsilon_0}{\lambda_0}<1,$$

где $\varepsilon_0=\min\varepsilon^i,(i=1,2,...,n),\lambda_0=\max\lambda_j\ (j=1,2,...,n)$, C – константа, не зависящая от f и $|\gamma|$.

В частности, если $\varepsilon^{i,0}>0(i=1,2,...,n)$, то

$$\sup_{x\in G}\left|\Delta(\gamma,G)D^{\nu}f(x)\right|\le C\prod_{\mu=1}^{N}\left\{\|f\|_{\bigcap\limits_{i=0}^{n}\mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}(G,\lambda)}\right\}^{\beta_\mu}|\gamma|^{\sigma^0},$$

σ^0 удовлетворяет тем же условиям, что и σ, но с заменой ε^i на $\varepsilon^{i,0}$.

Теорема 7. Пусть открытое множество $G\subset R^n$ удовлетворяет условию (A) типа гибкого рога, $1\le p_\mu^1\le p\le\infty,1\le\theta_\mu^i\le\infty;(i=0,1,2,...,2^n)$; $\overline{æ}=cæ$, где $\frac{1}{c}=\max\limits_{j=e_n}l_jæ_j$, $\nu(\nu_1,...,\nu_n),\nu_j\ge0$ целые $j\in e_n$; $\nu_j\ge l_j^i$ *при* $j\in e_{l^i}/e^i$, $1\le\tau_1\le\tau_2\le\infty$;

$$\varepsilon_j^i=\sum_{\mu=1}^{N}l_j^{i,\mu}\beta_\mu-\nu_j-(1-æ_ja_j)\left(\frac{1}{p^i}-\frac{1}{p}\right)>0,\ \left(j\in e^i,\ j=1,2,...,2^n\right)$$

и пусть $f\in\bigcap\limits_{\mu=1}^{N}\bigcap\limits_{i=1}^{2^n}\mathcal{L}^{<l^{i,\mu}>}_{p_\mu^i,a,æ,\tau_1}(G_h)$. Тогда $D^{\nu}:\bigcap\limits_{\mu=1}^{N}\bigcap\limits_{i=1}^{2^n}\mathcal{L}^{<l^{i,\mu}>}_{p_\mu^i,\theta_\mu^i,a,æ,\tau_1}(G_h)\to L_{p,b,æ,\tau_2}(G)$, точнее говоря для

$f \in \bigcap_{\mu=1}^{N}\bigcap_{i=1}^{2^n} \mathscr{L}^{<l^i>}_{p^i_\mu,a,æ,\tau}(G_h)$ в области G существует обобщенная производная $D^\nu f$, для которой справедливы неравенства

$$\left\|D^\nu f\right\|_{p,G} \le C_1 \sum_{i=1}^{2^n}\prod_{j\in e_n} T_j^{\varepsilon_j^i}\prod_{\mu=1}^{N}\left\{\|f\|_{\mathscr{L}^{<l^{i,\mu}>}_{p^i_\mu,a,æ,\tau_1}(G_t)}\right\}^{\beta_\mu},$$

и

$$\left\|D^\nu f\right\|_{p,b,æ,\tau_2;G} \le C_2 \prod_{\mu=1}^{N}\left\{\|f\|_{\bigcap_{i=1}^{2^n}\mathscr{L}^{<l^{i,\mu}>}_{p^i{}_\mu,\theta^i_\mu,a,æ,\tau_1}(G_t)}\right\}^{\beta_\mu} \left(p^i_\mu \le p < \infty, i = 1,2,\ldots,2^n\right).$$

В частности, если

$$\varepsilon^i_{j,0} = \sum_{\mu=1}^{N} l_j^{i,\mu}\beta_\mu - \nu_j - \left(1-\tilde{æ}_j a_j\right)\frac{1}{p^i} > 0, \left(j \in e^i,\ j = 1,2,\ldots,2^n\right)$$

то $D^\nu f$ непрерывна на G и

$$\sup_{x\in G}\left|D^\nu f(x)\right| \le C_1 \sum_{i=1}^{2^n}\prod_{j\in e_n} T_j^{\varepsilon^i_{j,0}}\prod_{\mu=1}^{N}\left\{\|f\|_{\mathscr{L}^{<l^{i,\mu}>}_{p^i_\mu,a,æ,\tau_1}(G_t)}\right\}^{\beta_\mu},$$

где $T_j \in \left(0, \min\left(1, T_{j,0}\right)\right]$ $\left(j \in e_n\right), C_1, C_2 -$ константы, не зависящие от f, C_1 не зависит также от T, а

$b = \left(b_1, b_2, \ldots, b_n\right)$, $b_j -$определены

$$0 \le b_j \le 1, \text{ при } \varepsilon^i_{j,0} > 0;$$

$$0 \le b_j < 1, \text{при } \varepsilon^i_{j,0} = 0;$$

$$0 \le b_j < a_j + \frac{\varepsilon^i_j p\left(1-a_j\right)}{1-æ_j a_j}, \text{ при } \varepsilon^i_{j,0} < 0; j \in e^j,$$

$0 \le b_j < a_j$, $j \in e_n / e^i$ но с заменой æ на $\overline{æ}$.

Теорема 8. Пусть область G параметры p^i_μ, p, τ $\left(\mu = 1,\ldots,N\right)$ и векторы $æ, a, \varepsilon^i_j, \varepsilon^i_{j,0}, \nu$ удовлетворяют условиям теоремы 7. Тогда при $\varepsilon^i_j > 0$, $\left(j \in e^i, i = 1,2,\ldots,2^n\right)$ производная $D^\nu f$ удовлетворяет на G условию Гельдера с показателем $\in_j$, точнее,

$$\left\|\Delta(\gamma,G)D^{\nu}f\right\|_{p,G}\le C\prod_{\mu=1}^{N}\left\{\|f\|_{\bigcap\limits_{i=1}^{2^n}\mathscr{L}^{<l^i,\mu>}_{p^i_\mu,\theta^i_\mu,a,æ,\tau}(G_t)}\right\}^{\beta_\mu}\prod_{j\in e_n}\left|\gamma_j\right|^{\in_j},$$

здесь $\in_j$ – любое число, удовлетворяющее неравенствам:

$$0\le\in_j\le 1,\quad \text{при } \varepsilon^i_j>1,$$

$$0\le\in_j<1,\quad \text{при } \varepsilon^i_j=1,$$

$$0\le\beta\in_j\le\varepsilon^i_j,\ \text{при } \varepsilon^i_j<1,$$

C – константа, не зависящая от f и γ.

В частности, если $\varepsilon^{i,0}_j>0$, то

$$\sup_{x\in G}\left|\Delta(\gamma,G)D^{\nu}f(x)\right|\le C\prod_{\mu=1}^{N}\left\{\|f\|_{\bigcap\limits_{i=1}^{2^n}\mathscr{L}^{<l^i,\mu>}_{p^i_\mu,\theta^i_\mu,a,æ,\tau}(G_t)}\right\}^{\beta_\mu}\prod_{j\in e_n}\left|\gamma_j\right|^{\in^0_j},$$

$\in^0_j$ удовлетворяет тем же условиям, что и $\in_j$, но с заменой ε^i_j на $\varepsilon^{i,0}_j$.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю доктору физико-математических наук, профессору А.М.Наджафову за постановку задачи, обсуждение полученных результатов и постоянное внимание к работе.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Наджафов А.М., Оруджова А.Т. О свойствах обобщенного пространства типа Бесова-Морри.// Межд.конф. *посв.* 70 летию чл.кор. НАН Украины, проф. А.И.Степанца (1942–2007). 2012, стр. 70-71.
2. Наджафов А.М., Оруджова А.Т. Интегральное представление функций из пространства $\bigcap\limits_{i=0}^{n}L^{<l^i>}_{p^i,\theta^i}(G)$, в областях.// Вестник ЧГУ. Математика, Физика. 2013. стр.25-28.
3. Наджафов А.М., Оруджова А.Т. Интерполяционные теоремы для обобщенного пространства Бесова-Морри.// Мат.межд.конф,посв. 55-летию ИММ, Баку 2014, стр.280-281.

4. Оруджова А.Т. О свойствах функций из пересечений пространства Бесова с параметрами.// Журнал Кавказ Университета. Математика и информатика. 2015, т.3, №1, с.97-104.
5. Najafov A.M., Orujova A.T. On Riesz-Thorin type theorems in Besov-Morrey spaces and its applications.// American Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, 2012, vol.1, No.2, pp.139-154.
6. Najafov A.M., Orujova A.T. On properties of functions for generalized Besov-Morrey spaces.// Proceeding of Institute of Mathematics and Mechanics, XXXIX, Baku-2013, pp.93-104.
7. Najafov A.M., Orujova A.T.On properties of generalized spaces Besov - Morrey, with dominant mixed derivatives.// Proceeding of Institute of Mathematics and Mechanics, XXXIX, Baku-2015, pp.3-15.
8. Orujova A.T. On imbeddings of Besov-Morrey generalized space with dominant mixed derivate.// International Baku forum of Young scientists dedicated to the 90-th anniversary of national leader Heydar Aliyev, 2013, səh.52.
9. Orujova A.T. On properties of functions from the intersections of type Besov-Morrey with dominant mixed derivatives.// 7-th International Conference on "Mathematical Analysis, Differential Equation & Their Applications MADEA-7", 2015, Baku – Azerbaijan.

AYGÜN TOFİQ qızı ORUCOVA

ÜMUMİLƏŞMİŞ BESOV-MORRI TİPLİ FƏZALARINDA DAXİLOLMA TEOREMLƏRİ

XÜLASƏ

İşdə aşağıdakı yeni nəticələr alınmışdır:

– $\bigcap\limits_{i=0}^{n} \mathcal{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,\text{æ},\tau}(G)$ və $\bigcap\limits_{i=1}^{2^n} \mathscr{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i,a,\text{æ},\tau}(G)$ parametrli fəzaları qurulmuşdur;

– n-ölçülü oblastda təyin olunan, “çevik λ-buynuz” şərtini ödəyən $\bigcap\limits_{i=0}^{n} \mathscr{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i}(G)$ və $\bigcap\limits_{i=1}^{2^n} \mathscr{L}^{<l^i>}_{p^i,\theta^i}(G)$ fəzalarından olan funksiyalar üçün inteqral göstərilişləri alınmışdır;

– Qurulmuş parametrli fəzalardan olan funksiyalar üçün daxilolma teoremləri və interpolyasiya tip teoremlər isbat olunur;

– Həmçinin isbat olunur ki, qurulmuş parametrli fəzalardan və onların kəsişməsindən olan funksiyaları üçün ümumiləşmiş törəməsi lebeq fəzasının metrikasında Hölder şərtini ödəyir.

AYGUN TOFIQ kizi ORUJOVA

THE EMBEDDING THEOREMS IN GENERALIZED SPACES TYPE BESOV-MORREY

SUMMARY

In this thesis, the following new results are obtained:

– Constructed the spaces with the parameters of the form $\bigcap\limits_{i=0}^{n} L_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}^{<l^i>}(G)$ and $\bigcap\limits_{i=1}^{2^n} \mathscr{L}_{p^i,\theta^i,a,æ,\tau}^{<l^i>}(G)$;

– Integral representations for the functions from the space $\bigcap\limits_{i=0}^{n} \mathscr{L}_{p^i,\theta^i}^{<l^i>}(G)$ and $\bigcap\limits_{i=1}^{2^n} \mathscr{L}_{p^i,\theta^i}^{<l^i>}(G)$ defined on the n- dimensional domains satisfying “flexible λ - horn” type condition;

– Embedding theorems and theorems of interpolations type for the functions of the constructed spaces with parameters, characterizing as differential and difference-differential properties of function in these spaces are proved;

– It is also proved that generalized derivatives of functions from the constructed spaces and their intersections, satisfies Hölder’s condition in metric of Lebesgue spaces.

Sifariş № 3. Tirajı 100 nüsxə

Azərbaycan MEA Geologiya və Geofizika İnstitutu
“Nafta-Press” nəşriyyatı
Bakı, H.Cavid pr. 119, Tel.: 539-39-72

AZƏRBAYCAN MİLLİ ELMLƏR AKADEMİYASI
RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA İNSTİTUTU

Əlyazması hüququnda

AYGÜN TOFİQ QIZI ORUCOVA

ÜMUMİLƏŞMİŞ BESOV-MORRİ TİPLİ FƏZALARDA DAXİLOLMA TEOREMLƏRİ

1202.01 – Analiz və funksional analiz

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı – 2016