НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АЗЕРБАЙДЖАНА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

На правах рукописи

АЙГЮН ТАИР кызы ГАРАЕВА

СХОДИМОСТЬ СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ПО СИСТЕМЕ СОБСТВЕННЫХ И ПРИСОЕДИНЕННЫХ ВЕКТОР-ФУНКЦИЙ ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА

1211.01- Дифференциальные уравнения

АВТОРЕФЕРАТ

на соискание учёной степени
доктора философии по математики

Баку-2015

Работа выполнена в отделе " Дифференциальные уравнения"
Института Математики и Механики НАН Азербайджана.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор **Вали М. Курбанов**

Официальные оппоненты :
доктор физико-математических наук, профессор Гидаят М. Гусейнов
(Бакинский Государственный Университет)
кандидат физико-математических наук, доцент Тельман Б. Гасымов
(Институт Математики и Механики НАН Азербайджана)

Ведущая организация: Азербайджанский Технический Университет кафедра "Математика".

Защита диссертации состоится 30 / 06 в 14^{00} часов на заседании совета Д 01.111 по присуждению ученой степени доктора наук и доктора философии при Институте Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института Математики и Механики Национальной Академии Наук Азербайджана.

Адрес: AZ 1141, г. Баку , ул. Б. Вагабзаде , 9.

Автореферат разослан 25 мая 2015 года.

Ученый секретарь
диссертационного Совета
Д 01.111 ИММ НАНА : k.ф.м.н., доц. Ровшан А. Бандалиев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Настоящая диссертация посвящена исследованию некоторых спектральных свойств систем корневых вектор-функций оператора Шредингера с матричным потенциалом.

Известно ,что исследования по спектральной теории обыкновенных дифференциальных операторов берут свое начало с классических работ Ж.Лиувилля , Ш. Штурма , а также более поздних работ В.А.Стеклова , Я.Д. Тамаркина , Д. Биркгофа и других авторов , в работах которых изучались вопросы асимптотики собственных значений и сходимости спектральных разложений для различных классов краевых задач.

В течении длительного времени основным объектом изучения были спектральные свойства самосопряженных дифференциальных операторов. Однако в последнее пятидесятилетие возник ряд новых задач математической физики, приводящих к изучению спектральных свойств несамосопряженных дифференциальных операторов. Примером задач такого ряда может служить задача Бицадзе-Самарского с нелокальными краевыми условиями для уравнения теплопроводности.

При изучении несамосопряженных задач было замечено , что система собственных функций таких операторов , вообще говоря, не только не образует базис в классе L_2 , но и не является полной L_2. Поэтому такие системы должны быть пополнены присоединенными функциями . В этих задачах собственные и присоединенные функции (корневые функции), вообще говоря не ортогональны в L_2, и ни их замкнутость , ни их минимальность не влечет за собой их базисности в этом пространстве. Таким образом ,исследования несамосопряженных задач потребовали новых подходов. М.В.Келдыш установил факт полноты в L_2 специально построенной системы корневых функций для широкого класса краевых задач .

В дальнейшем вопрос о полноте изучен для широкого класса краевых задач в работах В.Б. Лидского ,М.А. Наймарка , В.Н. Визитея ,А.С Маркуса , Дж.Э.Аллахвердиева , М.Г. Гасымова , А.П. Костюченко , А.П. Хромова , В.П.Михайлова , Г.М. Кесельмана , А.М. Кролла , А.А. Шкаликова и других.

В последнее время успешно применяется разработанный В.А. Ильиным метод изучения дифференциальных операторов. Им было замечено, что при наличии бесконечного числа присоединенных функций свойства базисности и равносходимости в отличие от свойства полноты существенно зависит от выбора корневых функций , а также не определяется только конкретным видом краевых условий , на эти свойства влияют также значения коэффициентов дифференциального оператора , причем эти свойства , изменяются при каком угодно малом изменении значений коэффициентов в метриках тех классов , в которых заданы эти коэффициенты. Следовательно , в этой ситуации нельзя сформулировать условия базисности и равносходимости в терминах краевых условий.

В связи с этим В.А. Ильиным предложена новая трактовка корневых функций , которые понимаются как регулярные решения соответствующего уравнения со спектральным параметром безотносительно к виду краевых условий. Она позволяет рассматривать произвольные краевые условия (как локальные ,так и нелокальные), системы функций , не связанные какими –либо краевыми условиями ,а также некоторые системы , полученные объединением подмножеств корневых функций двух различных краевых задач. В своих работах В.А. Ильин рассмотрел систему корневых функций обыкновенного дифференциального оператора и при некоторых естественных условиях установил теоремы о равномерной равносходимости и базисности на компакте.

В дальнейшем ,изучение этих и других вопросов спектральной теории дифференциальных операторов развивались в работах В.А. Ильина и его последователей В.В. Тихомирова ,И.Йо ,И.С.Ломова , Н.Б.Керимова , В.Д. Будаева , Н. Лажетича , В.М.Курбанова , Л.В. Крицкова и других.

Отметим , что покомпонентная равномерная равносходимость для оператора Шредингера исследована в работе В.А. Ильина и в работах В.М. Курбанова. А вопросы о скорости покомпонентной равносходимости в метриках C и L_p изучались В.М. Курбановым.

Для оператора Шредингера вопросы об абсолютной и равномерной сходимости и о скорости сходимости изучались в работах Н. Лажетича , В.М. Курбанова и Р.А. Сафарова , а для оператора Дирака В.М. Курбанова и А.И. Исмайловой.

Несмотря на вышеуказанные исследования , в случае с чисто суммируемым потенциалом оператора Шредингера скорость равномерной равносходимости (даже в случае $m=1$) и вопросы о скорости равномерной сходимости на всем отрезке мало изучены. Следовательно, представляет интерес дальнейшее исследование дифференциальных операторов и в том числе оператора Шредингера в векторном пространстве.

В диссертационной работе рассматривается вопрос абсолютной и равномерной сходимости спектрального разложения по корневым вектор-функциям оператора Шредингера с суммируемым матричным потенциалом и вопрос покомпонентной равномерной равносходимости на компакте спектрального разложения по корневым вектор-функциям с тригонометрическим разложением компоненты разлагаемой вектор-функции из различных функциональных пространств.

Цель работы. Исследовать вопросы абсолютной и равномерной сходимости и скорости покомпонентной равномерной равносходимости спектральных разложений по корневым вектор-функциям оператора Шредингера с суммируемым матричным потенциалом.

Общая методика исследований. В работе применяются методы теории дифференциальных операторов , теории функционального анализа и теории гармонического анализа.

Научная новизна. В диссертации получены следующие основные результаты:

- Установлены оценки для корневых вектор-функций оператора Шредингера с суммируемым матричным потенциалом;
- Исследована абсолютная и равномерная сходимость ортогонального разложения функции из $W_{p,m}^1(G)$, $p \geq 1$, $G=(0,1)$ по собственным вектор-функциям оператора Штурма-Лиувилля и оценен остаток этого разложения в метрике $C(\overline{G})$;
- Найдена скорость покомпонентной равномерной равносходимости на компакте ортогонального разложения по собственным вектор-функциям оператора Штурма-Лиувилля с тригонометрическим разложением функции из класса $W_{1,m}^1(G)$;
- Доказаны теоремы об абсолютной и равномерной сходимости биортогональных разложений вектор-функций из класса

$W_{p,m}^{1}(G), p \geq 1$, по системе корневых вектор-функций оператора Шредингера с суммируемым матричным потенциалом и установлена скорость равномерной сходимости ;

- Доказаны теоремы о покомпонентной равномерной равносходимости на компакте с тригонометрическим рядом разложений по корневым вектор-функциям оператора Шредингера с суммируемым матричным потенциалом для функции из $L_{p}^{m}(G), p \geq 1$. Оценены скорости покомпонентной равномерной равносходимости для функций из классов, $B_{p,\theta,m}^{\alpha}(G)$, $H_{p,m}^{\omega}(G)$, $W_{1,m}^{1}(G)$.

Теоретическая и практическая ценность. Работа носит теоретический характер . Ее результаты могут быть использованы в спектральной теории дифференциальных операторов ; при обосновании методом Фурье решения задач математической физики ; в теории аппроксимации функции.

Апробация работы. Основные результаты диссертации неоднократно докладывались: на Международной конференции, посв. 100-летию академика З.И.Халилова (Баку,2011); на Международной конференции, посв. 100-летию академика И.И.Ибрагимова (Баку,2012) ; на Международной конференции, посв. 90-летию Г.А. Алиева (Баку,2013); на Международной конференции, посв. 55-летию ИММ НАН Азербайджана (Баку,2014); на семинарах отделов «Дифференциальные уравнения» (рук. д.ф.-м.н., проф. А.Б.Алиев), «Функциональный анализ» (рук. д.ф.-м.н. , проф. Х.И.Асланов), «Негармонический анализ» (рук. член-корр. НАН Азербайджана д.ф.-м.н., проф. Б.Т. Билалов) .

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 9 работах, список которых приводится в конце автореферата.

Объем и структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, двух глав и списка литературы , содержащего 67 наименований. Объем диссертации 126 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность темы , дается краткий обзор результатов , связанных с темой диссертации и излагаются основные результаты диссертации.

В первой главе излагаются основные результаты ,касающиеся оператора Штурма-Лиувилля с действительным матричным потенциалом. В параграфе 1.1 диссертации излагаются полученные в первой главе результаты.

В параграфе 1.2 доказываются некоторые оценки для собственных и присоединенных функций оператора Шредингера

$$L\psi = -\frac{d^2\psi}{dx^2} + U(x)\psi \quad , \quad x \in G = (0,1) \tag{1}$$

с матричным потенциалом $U(x)$, все элементы $U_{ij}(x),\ i,j=\overline{1,m}$ которого являются суммируемыми на G комплекснозначными функциями.

Следуя работам В А. Ильина , будем понимать корневые вектор-функции оператора L безотносительно к виду краевых условий , а именно: под собственной вектор-функцией оператора (1) отвечающей комплексному собственному значению λ , будем понимать любую тождественно не равную нулю $m-$компонентную вектор-фунцию $\overset{0}{\psi}(x) = (\overset{0}{\psi}_1(x), \overset{0}{\psi}_2(x), ..., \overset{0}{\psi}_m(x))^T$, каждая компонента $\overset{0}{\psi}_j,\ j=\overline{1,m}$, абсолютно непрерывна вместе со своей первой производной на $\overline{G}=[0,1]$, причем почти всюду на G удовлетворяет векторному уравнению $L\overset{0}{\psi} = \lambda\overset{0}{\psi}$.

Аналогично под присоединенной вектор-функцией этого оператора порядка l , $l \ge 1$, отвечающей тому же собственному значению λ и собственой вектор-функции $\overset{0}{\psi}(x)$,будем понимать любую $m-$компонентну комплекснозначную вектор-функцию $\overset{l}{\psi}(x) = (\overset{l}{\psi}_1(x), \overset{l}{\psi}_2(x), ..., \overset{l}{\psi}_m(x))^T$, каждая компонента $\overset{l}{\psi}(x)$ абсолютно непрерывна вместе со своей первой производной на $\overline{G}=[0,1]$, причем почти всюду на G удовлетворяет векторному уравнению $L\overset{l}{\psi} = \lambda\overset{l}{\psi} + \overset{l-1}{\psi}$. Обозначим через μ спектральный параметр $\sqrt{\lambda} = \sqrt{r}\exp\left(\frac{i\varphi}{2}\right)$, где $\lambda = r\exp(i\varphi)$, $\frac{-\pi}{2} \le \varphi < \frac{3\pi}{2}$.

Пусть $L_p^m(G)$, $p \geq 1$, пространство $m-$компонентных вектор-функций $f(x) = (f_1(x), f_2(x), ..., f_m(x))^T$ с нормой

$$\|f\|_{p,m} = \left(\int_G |f(x)|^p dx\right)^{1/p} = \left\{\int_G \left(\sum_{j=1}^m |f_j(x)|^2\right)^{p/2} dx\right\}^{1/p}$$

В случае $p=\infty$ норма определяется так : $\|f\|_{\infty,m} = \sup_{x \in G} vrai |f(x)|$

Основными результатами параграфа 1.2 являются следующие оценки , определяющие связь между различными нормами собственных и присоединенных функций отвечающих одному и тому же собственному значению λ.

Теорема 1. *Пусть элементы* $u_{ij}(x), i, j = \overline{1, m}$, *матрицы* $U(x)$ *комплекснозначные суммируемые функции. Тогда существуют константы* $C_l^k = C_l^k(U, l)$, $k = \overline{1,3}$ *не зависящие от* μ *такие ,что выполняются оценки :* $\left(\overset{-1}{\psi}(x) \equiv 0\right)$

$$\left\|\overset{l-1}{\psi}\right\|_{\infty,m} \leq C_l^1(1+|\operatorname{Im}\mu|)(1+|\mu|)\left\|\overset{l}{\psi}\right\|_{\infty,m}; \tag{2}$$

$$\left\|\overset{l}{\psi}\right\|_{\infty,m} \leq C_l^2(1+|\operatorname{Im}\mu|)^{1/p}\left\|\overset{l}{\psi}\right\|_{p,m}; \tag{3}$$

$$\left\|\overset{l}{\psi}'\right\|_{\infty,m} \leq C_l^3(1+|\mu|)\left\|\overset{l}{\psi}\right\|_{\infty,m} \tag{4}$$

В параграфах 1.3-1.5 рассматривается оператор Штурма-Лиувилля, т.е. оператор (1) с матричным коэффициентом $U(x) = \{u_{ij}(x)\}_{i,j=1}^m$,где $u_{ij}(x) \in L_1(G)$ вещественные функции и $u_{ij}(x) = u_{ji}(x)$. Предположим , что $\{\lambda_k\}_{k=1}^\infty$, $\lambda_k \geq 0$, и $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$ соответственно являются системой собственных значений и системой полной ортонормированной в $L_2^m(G)$ собственных вектор-функций оператора Штурма-Лиувилля L,т.е. $L\psi_k = \lambda_k \psi_k$, где

$\psi_k(x) = (\psi_k^1(x), \psi_k^2(x), ..., \psi_k^m(x))^T$. Обозначим $\mu_k = \sqrt{\lambda_k}$ и для вектор-функции $f(x) \in L_1^m(G)$ введем частичную сумму ее спектрального разложения по системе $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$: $\sigma_\nu(x, f) = \sum_{\mu_k \le \nu} f_k \psi_k(x)$, $\nu > 0$, где коэффициенты Фурье определяются формулой: $f_k \equiv (f, \psi_k)_m = \int_0^1 \langle f(x), \psi_k(x) \rangle \, dx = \int_0^1 \sum_{j=1}^m f_j(x) \overline{\psi_k^j(x)} dx$.

Введем некоторые функциональные пространства , которые необходимы для изложения полученных в диссертации результатов. Через $W_{p,m}^1(G)$ обозначим класс абсолютно непрерывных на $\overline{G}$ вектор-функций $f(x) = (f_1(x), f_2(x), ..., f_m(x))^T$, для которых $f'(x) \in L_p^m(G)$. Норма в $W_{p,m}^1(G)$ определяется равенством $\|f\|_{W_{p,m}^1(G)} = \|f\|_{p,m} + \|f'\|_{p,m}$. А через $H_{p,m}^\alpha(G)$, $p \ge 1$ $0 < \alpha \le 1$(класс Никольского m–компонентных вектор-функций) обозначим класс вектор-функций $f(x) \in L_p^m(G)$, удовлетворяющих условию $\omega_{p,m}(f, \delta) \le C(f)\delta^\alpha$,

где $\omega_{p,m}(f, \delta) = \sup_{0<h\le\delta} \left\{ \int_0^{1-h} |f(x+h) - f(x)|^p \, dx \right\}^{1/p}$. Норма в классе $H_{p,m}^\alpha(G)$ определяется равенством: $\|f\|_{H_{p,m}^\alpha(G)} = \|f\|_{p,m} + \sup_{\delta>0} \frac{\omega_{p,m}(f, \delta)}{\delta^\alpha}$.

Введем разность , между функцией $f(x)$ и частичной суммой ее ортогонального разложения по системе $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$: $R_\nu(x, f) = f(x) - \sigma_\nu(x, f)$.

В параграфе 1.3 исследуются абсолютная и равномерная сходимость ортогонального разложения по собственным вектор-функциям оператора Штурма-Лиувилля L функции из класса

$W_{p,m}^{1}(G)$, $1 < p \le \infty$.

Теорема 2. *Пусть вектор-функция* $f(x) \in W_{p,m}^{1}(G)$, $1 < p \le \infty$, *и система* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *удовлетворяют условию:*

$$\left|\langle f(1), \psi'_k(1)\rangle - \langle f(0), \psi'_k(0)\rangle\right| \le C_1(f),\ k \in N \tag{5}$$

Тогда ортогональное разложение вектор-функции $f(x)$ *по системе* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *сходится абсолютно и равномерно на* $\overline{G} = [0,1]$ *и для остатка* $R_\nu(x,f)$ *справедливы оценки:*

$$\|R_\nu(\cdot\ ,f)\|_{C(\overline{G})} \le const\ \nu^{-\alpha}\left\{C_1(f) + \|f'\|_{p,m} + \|Uf\|_{1,m}\right\}; \tag{6}$$

$$\|R_\nu(\cdot\ ,f)\|_{C(\overline{G})} = o\left(\nu^{-\alpha}\right),\quad \nu \to +\infty, \tag{7}$$

где $\alpha = \min\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{q}\right\}$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, *const не зависит от функции* $f(x)$.

Следствие 1. *Если* $f(x) \in W_{p,m}^{1}(G)$, $1 < p \le \infty$, *и* $f(0) = f(1) = 0$, *то для остатка* $R_\nu(x,f)$ *справедлива оценка :*

$$\|R_\nu(\cdot\ ,f)\|_{C(\overline{G})} \le const\nu^{-\alpha}\|f\|_{W_{p,m}^{1}(G)}, \tag{8}$$

где $\alpha = \min\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{q}\right\}$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.

Отметим, что ранее оценки типа (8) при $m = 1$ были установлены в работах В.М. Курбанова и Р.А Сафарова , а также Н.Л. Лажетича.

В параграфе 1.4 исследуются абсолютная и равномерная сходимости ортогонального разложения по собственным вектор-функциям оператора Штурма-Лиувилля L функции из класса $W_{1,m}^{1}(G)$.

Теорема 3. *Пусть вектор-функция* $f(x) \in W_{1,m}^{1}(G)$ *и система* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *удовлетворяют условию (5) и*

$$\sum_{n=2}^{\infty} n^{-1}\omega_{1,m}\left(f',n^{-1}\right)<\infty . \qquad (9)$$

Тогда ортогональное разложение вектор-функции $f(x)$ *по системе* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *сходится абсолютно и равномерно на* $\overline{G}=[0,1]$ *и для остатка* $R_\nu(x,f)$ *справедлива оценка:*

$$\left\|R_\nu(\cdot,f)\right\|_{C(\overline{G})}\leq const\ \Omega(\nu), \qquad (10)$$

где

$$\Omega(\nu)=\sum_{n=[\nu]}^{\infty}\frac{\omega_{1,m}\left(f',n^{-1}\right)}{n}+\nu^{-1}\left\{C_1(f)+\left(\| \|U\| \|_1+1\right)\|f'\|_{1,m}+\|Uf\|_{1,m}\right\};$$

$$\| \|U\| \|_1=\int_0^1\left(\sum_{i,j=1}^{m}\left|u_{i,j}(x)\right|\right)dx .$$

Из теоремы 3 вытекает следующее следствие

Следствие 2. *Если* $f(x)\in W_{1,m}^{1}(G)$, $f(0)=f(1)=0$ *и* $f'(x)\in H_{p,m}^{\alpha}(G)$, $0<\alpha\leq 1$, $p\geq 1$, *то заведомо выполняется условие (9) и для остатка* $R_\nu(x,f)$ *справедлива оценка:*

$$\left\|R_\nu(\cdot,f)\right\|_{C(\overline{G})}\leq const\nu^{-\alpha}\|f'\|_{H_{p,m}^{\alpha}(G)} ,$$

(11) *где* $const$ *не зависит от функции* $f(x)$. Отметим ,что оценка (11) при $m=1$ ранее была установлена в работе В.М. Курбанова и Р.А Сафарова.

Параграф 1.5 посвящен исследованию скорости покомпонентной равномерной равносходимости ортогонального разложения вектор-функции из класса $W_{1,m}^{1}(G)$ с разложением в тригонометрический ряд. Обозначим через $\sigma_\nu^j(x,f)$ $j-$ую компоненту частичной суммы $\sigma_\nu(x,f)=\left(\sigma_\nu^1(x,f),\sigma_\nu^2(x,f),...,\sigma_\nu^m(x,f)\right)^T$, а через $S_\nu(x,f_j)$ частичную сумму тригонометрического ряда Фурье функции $f_j(x)$.

Введём разность $\Delta_\nu^j(x,f)=\sigma_\nu^j(x,f)-S_\nu(x,f_j)$, $j=\overline{1,m}$.

Определение. Если для любого компакта $K\subset G$ разность

$\Delta_\nu^j(x,f)$ стремится к нулю равномерно по $x \in K$ при $\nu \to +\infty$, то будем говорить , что $j-$я компонента разложения вектор-функции $f(x)$ в ортогональный ряд по системе $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ равномерно равносходится на любом компакте интервала G с разложением в тригонометрический ряд , соответствующей $j-$ой компоненты $f_j(x)$ вектор функции $f(x)$.

Теорема 4. *Пусть все коэффициенты* $u_{jl}(x),\ l=\overline{1,m}$ *, принадлежат классу* $L_r(G), r>1$ *и* $f(x) \in W_{1,m}^1(G)$ *, тогда* $j-$*я компонента разложения вектор-функции* $f(x)$ *по системе* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *равномерно равносходится на любом компакте* $K \subset G$ *с разложением в тригонометрический ряд Фурье , соответствующей* $j-$*ой компоненты* $f_j(x)$ *вектор функции* $f(x)$, *и справедлива оценка*

$$\max_{x\in K}\left|\Delta_\nu^j(x,f)\right| = O\left(\nu^{-1}\right),\ \nu \to +\infty. \qquad (12)$$

Отметим, что оценка (10) при $m=1$ установлена в работе В.А. Ильина, И .Йо и является точной по порядку в рассматриваемом классе.

Теорема 5. *Пусть все коэффициенты* $u_{jl}(x),\ l=\overline{1,m}$ *, принадлежат классу* $L_1(G)$ *и* $f(x) \in W_{1,m}^1(G)$ *. Тогда* $j-$*я компонента разложения вектор-функции* $f(x)$ *по системе* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *равномерно равносходится на любом компакте* $K \subset G$ *с разложением в тригонометрический ряд Фурье , соответствующей* $j-$*ой компоненты* $f_j(x)$ *вектор функции* $f(x)$, *и справедлива оценка :*

$$\max_{x\in K}\left|\Delta_\nu^j(x,f)\right| = O\left(\nu^{-1}\left(1+T_j(\nu)\right)\right)\ ,\ \nu \to +\infty \qquad (13)$$

где $T_j(\nu) = \inf_{n\geq 2}\left\{\Omega_{1j}\left(U,n^{-1}\right)\ln\nu + \|U\|_{1j}\ln n\right\}$,

$$\Omega_{1j}(U,\delta) = \max_{1\leq l\leq m}\omega_1\left(u_{jl},\delta\right)\ ,\ \|U\|_{1j} = \max_{1\leq l\leq m}\left\|u_{jl}\right\|_{L_1(G)}.$$

В этом параграфе также устанавливается , что если разлагаемая функция имеет компактный носитель, то в оценках (12) и (13) символ «O» заменяется символом «o» ,кроме этого в случае $r=1$ доказывается теорема , которая позволяет выделить класс абсолютно непрерывных функций $f(x)$, для которых справедлива не улучшаемая по порядку оценка (12).

Вторая глава диссертации посвящена исследованию сходимости биортогональных разложений по корневым вектор-функциям оператора Шредингера с матричным потенциалом $U(x)$, все элементы $u_{ij}(x)$, $i, j=1,\ 2,...,m$, которого являются суммируемыми на интервале $(0,1)$ комплекснозначными функциями.

В параграфе 2.1 второй главы приводятся некоторые известные определения и факты из функционального анализа и теории базисов. Сформулированы основные результаты данной главы.

С целью охватить все виды краевых условий будем рассматривать произвольную биортонормированную в $L_2^m(G)$ пару систем вектор-функций $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ и $\{\varphi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ с комплекснозначными компонентами :

$$\psi_k(x)=\left(\psi_k^1(x),\psi_k^2(x),...,\psi_k^m(x)\right)^T,\ \varphi_k(x)=\left(\varphi_k^1(x),\varphi_k^2(x),...,\varphi_k^m(x)\right)^T.$$

Будем требовать , чтобы для пары систем $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ и $\{\varphi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ были выполнены условия A :

1) для каждого номера $k=1,2...$ вектор-функции $\psi_k(x)$ и $\varphi_k(x)$ обладали абсолютно непрерывными вместе с первыми производными компонентами на сегменте $\overline{G}=[0,1]$ и для некоторого комплексного числа λ_k удовлетворяли почти всюду в $\overline{G}$ уравнениям $L\psi_k=\lambda_k\psi_k+\theta_k\psi_{k-1}$, $L^*\varphi_k=\overline{\lambda_k}\varphi_k+\theta_{k+1}\varphi_{k+1}$ где $L^*=-I\dfrac{d^2}{dx^2}+U^*$, U^*- сопряженная матрица к матрице U, $I-$ единичная матрица ; θ_k-число, равное нулю, либо единице

(в последнем случае требуется выполнение равенства $\lambda_k = \lambda_{k-1}$), причем $\theta_1 = 0$;

2) существовали постоянные C_0 и C_1 такие, что

$$\left|\operatorname{Im}\mu_k\right| \le C_0 \quad , \ k = 1, 2, ... \tag{14}$$

$$\sum_{\tau \le \rho_k \le \tau+1} 1 \le C_1 \quad , \forall \tau \ge 0 \quad , \tag{15}$$

в которых $\mu_k = \sqrt{\lambda_k}$, $\rho_k = \operatorname{Re}\mu_k \ge 0$;

3) хотя бы одна из двух систем вектор-функций $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ и $\{\varphi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ являлась полной $L_2^m(G)$;

4) Существовала постоянная C_2 такая, что для всех номеров k справедливо неравенство

$$\left\|\psi_k\right\|_{2,m} \left\|\varphi_k\right\|_{2,m} \le C_2 \tag{16}$$

Для произвольной вектор-функции $f(x) \in W_{p,m}^1(G)$, $1 \le p \le \infty$ введем частичную сумму ее биортогонального разложения по системе $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$: $\sigma_\nu(x, f) = \sum\limits_{\rho_k \le \nu} f_k \psi_k(x)$, $\nu > 0$, где $f_k = (f, \varphi_k) = \int\limits_G \langle f, \varphi_k(x) \rangle dx$.

В параграфах 2.2-2.3 исследуется разность $R_\nu(x, f) = f(x) - \sigma_\nu(x, f)$ в метрике $C(\overline{G})$ соответственно для вектор-функции $f(x) \in W_{p,m}^1(G)$, $1 < p \le \infty$ и вектор-функции $f(x) \in W_{1,m}^1(G)$.

Теорема 6. *Пусть биортонормированная пара* $\{\psi_k, \varphi_k\}_{k=1}^{\infty}$ *удовлетворяет условиям* A *и вектор-функция* $f(x) \in W_{p,m}^1(G)$, $1 < p \le \infty$ *, удовлетворяет условию*

$$\left| \langle f, \varphi_k' \rangle \Big|_0^1 \right| \le C_3(f) \left\|\varphi_k\right\|_{2,m} , \qquad k = 1, 2, ... \tag{17}$$

Тогда биортогональное разложение вектор-функции $f(x)$ *по* *системе* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *сходится абсолютно и равномерно на сегменте* $\overline{G}=[0,1]$ *и для остатка* $R_\nu(x,f), \nu>1$ *, справедливы оценки :*

$$\| R_\nu(\cdot\,,f)\|_{C(\overline{G})} \le const\nu^{-\alpha}\left\{C_3(f)+\|f\|_{W^1_{p.m}(G)}+\|Uf\|_{1,m}\right\} \qquad (18)$$

$$\| R_\nu(\cdot\,,f)\|_{C(\overline{G})} = o\left(\nu^{-\alpha}\right) \quad , \quad \nu\to+\infty \quad , \qquad (19)$$

где $\alpha=\min\left\{\frac{1}{q},\frac{1}{2}\right\}$, $p^{-1}+q^{-1}=1$ *, const не зависит от вектор-функции* $f(x)$*, символ «* o *» зависит от* $f(x)$.

Следствие 3. *Если в теореме 6 вектор-функция удовлетворяет условию* $f(0)=f(1)=0$ *, то условие (17) выполняется заведомо и оценка (18) принимает вид*

$$\| R_\nu(\cdot\,,f)\|_{C(\overline{G})} \le const\nu^{-\alpha}\|f\|_{W^1_{p,m}(G)} \,, \qquad (20)$$

где $const$ *не зависит от вектор-функции* $f(x)$.

Замечание . При $m=1$, $f(0)=f(1)=0$ теорема 6 доказана в работе Курбанова В. М. и Сафарова Р.А.

В параграфе 2.4 изучается разложение $m-$компонентной вектор-функции $f(x)$ в биортогональный ряд по корневым вектор-функциям $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ оператора Шредингера с неэрмитовым матричным потенциалом $U(x)$. Исследуется влияние модуля непрерывности элементов матричного коэффициента $U(x)$ на скорость покомпонентной равномерной равносходимости на компакте биортогонального разложения по системе $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ с тригонометрическим рядом Фурье.

Пусть система $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ удовлетворяет следующим условиям A_p:

1) при некотором фиксированном $p\ge1$ система $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ замкнута и минимальна в $L_p^m(G)$;

2) каждая компонента $\psi_k^j(x)$ вектор-функции $\psi_k(x)$ абсолют-

но непрерывна вместе со своей первой производной на сегменте $[0,1]$, причем каждая вектор-функция $\psi_k(x)$ для некоторого комплексного числа λ_k почти всюду на $[0,1]$ удовлетворяет векторному уравнению $L\psi_k = \lambda_k\psi_k - \theta_k\psi_{k-1}$, в котором число θ_k равно либо нулю , либо единице (в последнем случае дополнительно требуется выполнение $\lambda_k = \lambda_{k-1}$) , причем $\theta_1 = 0$;

3) тот корень квадратный μ_k из комплексного числа λ_k, для которого $\rho_k = \operatorname{Re}\mu_k \geq 0$, удовлетворяет неравенствам (14) , (15)

4) для любого компакта $K \subset G$ существует постоянная $C_0(K)$ такая, что

$$\|\psi_k\|_{p,m,K}\|\varphi_k\|_{q,m} \leq C_0(K), \quad k = 1,2,..., \tag{21}$$

где $\{\varphi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ - биортогонально сопряженная к $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ система$\left(\varphi_k \in L_q^m(G),\ p^{-1}+q^{-1}=1\ ;\ q=\infty \quad при \ \ p=1\right)$

, $\|\cdot\|_{p,m,K} = \|\cdot\|_{L_p^m(K)}$.

Для произвольной функции $f(x) \in L_p^m(G)$ при том же фиксированном $p \geq 1$, что и в условиях A_p, составим частичную сумму порядка ν ее биортогонального разложения по системе $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$

$$\sigma_\nu(x,f) = \left(\sigma_\nu^1(x,f), \sigma_\nu^2(x,f), ..., \sigma_\nu^m(x,f)\right)^T;$$

$$\sigma_\nu^j(x,f) = \sum_{\rho_k \leq \nu}(f,\varphi_k)\psi_k^j(x),\ j = \overline{1,m}$$

Будем исследовать разность

$$\Delta_\nu^j(f,K) = \max_{x\in K}\left|\sigma_\nu^j(x,f) - S_\nu(x,f_j)\right|,\ j = \overline{1,m}.$$

Введем некоторые обозначения : $\hat{f}_k = f_k\|\varphi_k\|_{q,m}^{-1} = (f,\varphi_k)\|\varphi_k\|_{q,m}^{-1}$;

$$\psi\left(f,{}^{\nu}\!/_{2},\beta\right)=\nu^{-1}\begin{cases}\sum\limits_{1\le\rho_k\le{}^{\nu}\!/_{2}}\rho_k^{-\beta}\left|\hat{f}_k\right| & npu\quad\beta\ne1\\ \sum\limits_{1\le\rho_k\le{}^{\nu}\!/_{2}}\rho_k^{-1}\ln\rho_k\left|\hat{f}_k\right| & npu\quad\beta=1\end{cases};$$

$$\Phi(f,l,\beta)=\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{l}i^{-\beta}\,\omega_{1,m}\left(f,i^{-1}\right) & npu\quad\beta\ne1\\ \sum\limits_{i=1}^{l}i^{-\beta}\ln(1+i)\omega_{1,m}\left(f,i^{-1}\right) & npu\quad\beta=1\end{cases};$$

$$\Phi_p(f,\nu)=\nu^{-1}\|f\|_{p,m}+\max_{\rho_k\ge{}^{\nu}\!/_{2}}\left|\hat{f}_k\right|\;;\;Q_p\left(f_j,\nu\right)=\nu^{-1}\left\|f_j\right\|_p+\max_{2\pi\kappa\ge{}^{\nu}\!/_{2}}\left|\tilde{f}_{jk}\right|,$$

где $f_j(x)$ $j-$я компонента вектор-функции $f(x)$, $\tilde{f}_{jk}$ - коэффициенты Фурье функции f_j по нормированной в $L_2(G)$ тригонометрической системе;

$$D_j(\nu)=\inf_{\substack{\alpha>1\\ n\ge2}}\left\{\Omega_{1j}\left(U,n^{-1}\right)\psi\left(f,{}^{\nu}\!/_{2},0\right)+n^{2\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)}\|U\|_{1j}\,\psi\left(f,{}^{\nu}\!/_{2},\;1-\frac{1}{\alpha}\right)\right\},$$

где $\Omega_{1j}(U,\delta)=\max\limits_{1\le l\le m}\omega_1\left(u_{jl},\delta\right),\;\|U\|_{rj}=\max\limits_{1\le l\le m}\left\|u_{jl}\right\|_{L_r(G)}$;

$$T(f,\nu,r)=\psi\left(f,{}^{\nu}\!/_{2},1-\frac{1}{r}\right)+\Phi_p(f,\nu)\quad;$$

$$T_1(f,\nu,r)=\nu^{-1}\left\{\Phi\left(f,\left[{}^{\nu}\!/_{2}\right],1-\frac{1}{r}\right)+\frac{\|f\|_{p,m}}{1-r^{-1}}+\nu\,\omega_{1m}\left(f,\nu^{-1}\right)\right\}\quad;$$

$$\varphi_p(f,\nu)=\omega_{1m}\left(f,\nu^{-1}\right)+\nu^{-1}\|f\|_{p,m};\psi_p\left(f_j,\nu\right)=\omega_1\left(f_j,\nu^{-1}\right)+\nu^{-1}\left\|f_j\right\|_p;$$

$$\mathrm{E}_j(\nu)=\inf_{\substack{\alpha>1\\ n\geq 2}}\Bigg\{\ \Omega_{1j}\left(U,n^{-1}\right)\left[\Phi\left(f,\left[\nu/2\right],0\right)+\ln\nu\,\|f\|_{p,m}\right]+$$

$$+\|U\|_{1j}\,n^{2\left(1-\alpha^{-1}\right)}\left[\Phi\left(f,\left[\nu/2\right],1-\alpha^{-1}\right)+\frac{\|f\|_{p,m}}{1-\alpha^{-1}}\right]\Bigg\};$$

$$T_j(\nu)=\inf_{n\geq 2}\left\{\Omega_{1j}\left(U,n^{-1}\right)\ln\nu+\|U\|_{1j}\ln n\right\}.$$

Пусть $\omega(t)$ не убывающая непрерывная функция на $[0,\infty)$ и удовлетворяет условиям: a) $\omega(0)=0$, $\omega(t)>0$ *при* $t>0$; b) $\omega(2t)\leq c\omega(t)$; c) $\omega(t)/t$ не возрастает.

Через $\mathrm{H}^{\omega}_{p,m}(G)$, $p\geq 1$, обозначим множество функций из $L_p^m(G)$ удовлетворяющих условию $\omega_{p,m}(f,\delta)\leq C(f)\,\omega(\delta)$, где $C(f)-$постоянная зависящая от $f(x)$. Норма в $\mathrm{H}^{\omega}_{p,m}(G)$ определяется равенством

$$\|f\|^{\omega}_{p,m}=\|f\|_{p,m}+\sup_{\delta>0}\frac{\omega_{p,m}(f,\delta)}{\omega(\delta)}\quad .$$

А через $B^{\alpha}_{p,\theta,m}(G)$, $0<\alpha<1$, $1\leq\theta\leq\infty$, обозначим класс Бесова с нормой

$$\|f\|_{B^{\alpha}_{p,\theta,m}(G)}=\|f\|_{p,m}+\left(\int_0^{h_0}\left(t^{-\alpha-\frac{1}{\theta}}\,\omega_{p,m}(f,t)\right)^{\theta}dt\right)^{1/\theta},\quad h_0>0\,.$$

Отметим ,что $B^{\alpha}_{p,\infty,m}(G)\equiv \mathrm{H}^{\alpha}_{p,m}(G)$; $\mathrm{H}^{\omega}_{p,m}(G)\equiv \mathrm{H}^{\alpha}_{p,m}(G)$ при $\omega(t)=t^{\alpha}$, $0<\alpha<1$.

Теорема 7. *Пусть все элементы* $j-$*ой строки матричной функции* $U(x)$ *принадлежат в* $L_r(G)$, $r\geq 1$ *и система* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *удовлетворяет условиям* A_p *при некотором фиксированном* $p\geq 1$. *Тогда* $j-$*ая компонента разложения любой вектор-функции* $f(x)\in L_p^m(G)$ *по системе* $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ *в биортогональный ряд* *равномерно равносходится на любом компакте* $K \subset G$ *с разложением в тригонометрический ряд Фурье соответствующей* $j-$*ой компоненты* $f_j(x)$ *вектор-функции* $f(x)$ *и справедливы оценки: при* $r>1$

$$\Delta_\nu^j(f,K) \le C(K)\left\{\|U\|_{rj} T(f,\nu,r) + \Phi_p(f,\nu) + Q_p(f_j,\nu)\right\} \quad , \qquad (22)$$

а при $r=1$

$$\Delta_\nu^j(f,K) \le C(K)\left\{D_j(\nu) + \Phi_p(f,\nu) + Q_p(f_j,\nu)\right\} \quad , \qquad (23)$$

где постоянная $C(K)$ *не зависит от* $f(x)$.

Отметим ,что величины ,стоящие в правых частях неравенств (22) и (23) стремятся к нулю при $\nu \to \infty$, ибо $\left|\hat{f}_k\right|$, $\left|\tilde{f}_k\right|$ стремятся к нулю при $k \to \infty$. Соотношения (22) , (23) показывают , что поведение разности $\Delta_\nu^j(f,K)$ зависит от степени суммируемости элементов $j-$ой строки потенциала, скорости убывания величины $\left|\tilde{f}_k\right|$, от модуля непрерывности $\omega_{1m}\left(f,\nu^{-1}\right), \omega_1\left(f_j,\nu^{-1}\right)$, а также от L_1 модуля непрерывности элементов $j-$ой строки потенциала $U(x)$.

Теорема 8. *Пусть выполняются условия теоремы 7 и для биортогональных коэффициентов вектор-функции* $f(x) \in L_p^m(G)$ *выполняется оценка:*

$$\left|\hat{f}_k\right| \le const\left\{\omega_{1,m}\left(f,\rho_k^{-1}\right) + \rho_k^{-1}\|f\|_{1,m}\right\}, \quad \rho_k \ge 1 \qquad (24)$$

Тогда при $r>1$ *справедлива оценка*

$$\Delta_\nu^j(f,K) \le C(K)\left\{\|U\|_{rj} T_1(f,\nu,r) + \varphi_p(f,\nu) + \psi_p(f_j,\nu)\right\} \qquad (25)$$

а при $r=1$ *справедлива оценка*

$$\Delta_\nu^j(f,K) \le C(K)\left\{\nu^{-1} \mathrm{E}_j(\nu) + \varphi_p(f,\nu) + \psi_p(f_j,\nu)\right\} \quad , \qquad (26)$$

где постоянная $C(K)$ *не зависит от* $f(x)$.

Отметим ,что условие (24) является естественным . В. М. Курбановым показано , что оно заведомо имеет место в случае $p=1$ и при выполнении пункта 1) условия A .

Следствие 4. *При условиях теоремы 8 имеют место оценки* $(0<\alpha<1)$*:*

$$\Delta_\nu^j(f,K)\le C(K)\nu^{-\alpha}\,\|f\|_{B^\alpha_{p,\theta,m}(G)} \quad \textit{при} \quad r=1\,,\, f\in B^\alpha_{p,\theta,m}(G); \tag{27}$$

$$\Delta_\nu^j(f,K)\le C(K)\,\omega\left(\nu^{-1}\right)\begin{cases}\|f\|^\omega_{p,m} & \textit{при} \quad r>1\\ \left(1+T_j(\nu)\right)\|f\|^\omega_{p,m} & \textit{при} \quad r=1\end{cases} \tag{28}$$

если $f\in \mathrm{H}^\omega_{p,m}(G)$.

Отметим, что при $m=1$, $p=1$ оценка (27) ранее получена в работах В.М. Курбанова и доказана ее неулучшаемость.

Для неотрицательного самосопряженного расширения оператора Штурма-Лиувилля оценка (28) при $r>1$, $m=1$, $p=1$ получена Ш.А. Алимовым и И. Йо и показана ее точность .

Следствие 5. *Пусть* $r=1$ *и выполняются условия теоремы 8. Тогда для любой вектор-функции* $f(x)\in \mathrm{H}^\omega_{p,m}(G)$ *справедлива оценка* $\Delta_\nu^j(f,K)=O\left(\omega\left(\nu^{-1}\right)\ln\nu\right)$, $\nu\to+\infty$ *, а если дополнительно требовать ,что* $\Omega_{1j}(U,\delta)=O\left(\ln^{-\gamma}\frac{1}{\delta}\right)$ *,* $\delta\to+0$ *,* $\gamma>0$*, то при* $\nu\to+\infty$ *выполняется следующая оценка:*

$$\Delta_\nu^j(f,K)=O\left(\omega\left(\nu^{-1}\right)\ln^{\frac{1}{1+\gamma}}\nu\right)B(\gamma), \tag{29}$$

где символ « O *» зависит от* $f(x)$ *,* $B(\gamma)=2^\gamma\gamma^{-\frac{\gamma}{1+\gamma}}+2\gamma^{\frac{1}{1+\gamma}}$.
В частности , при $\gamma=1$, $p=1$ *,* $f(x)\in W^1_{1,m}(G)$ *справедлива оценка* $\Delta_\nu^j(f,K)=O\left(\nu^{-1}\sqrt{\ln\nu}\right)$, $\nu\to+\infty$.

В параграфе 2.5 изучается разложение $m-$компонентной вектор-функции $f(x)\in W^1_{1,m}(G)$ в биортогональный ряд по системе $\{\psi_k(x)\}_{k=1}^\infty$, удовлетворяющей условию A и исследуется скорость равномерной равносходимости разложения по корневым вектор-функциям оператора Шредингера с тригонометрическим разложением вектор-функции $f(x)$. При $r=1$ доказывается теорема, которая позволяет выделить класс абсолютно непрерывных функций $f(x)$, для которых справедлива неулучшаемая по порядку оценка $\max_{x\in K}\left|\Delta_\nu^j(x,f)\right| = O\left(\nu^{-1}\right)$, $\nu\to+\infty$.

В заключение, выражаю глубокую благодарность научному руководителю профессору В.М. Курбанову за постановку задачи , постоянное внимание и полезные замечания к работе.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Гараева А.Т. Абсолютная сходимость ортогонального разложения по вектор-функциям оператора Штурма-Луивилля с матричным коэффициентом // Материалы Международной конференции, посвященной 100- летнему юбилею академика З.И. Халилова Баку, 2011, с. 87-88
2. Garayeva A.T. Estimates for root vector-functions of matrix potensial Schrodinger operator // Proceeding of İMM of NAS of Azerbaijan , vol. XXXIV(XLII) , 2011,pp.37-44
3. Гараева А. Т. Об абсолютной сходимости разложений по собственным вектор-функциям оператора Штурма-Луивилля с матричным коэффициентом // Материалы Международной конференции,посвященной 100- летнему юбилею академика И.И. Ибрагимова , Баку,2012, с. 59-60.
4. Garayeva A.T. On absolute convergence of expansions in eigen vector-functions of Sturm –Liouville operator with matrix coefficient // Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, v.XXXVI(XLIV),2012, pp.31-40.
5. Гараева А. Т. О скорости равносходимости разложений отвечающих оператору Штурма-Луивилля с матричным потенциалом // Тезисы Международной конференции "Актуальные проблемы математики и информатики", посв. 90-летию со дня рождения Г. Алиева. Баку: 2013, с. 144-146.
6. Garayeva A.T. Component wise equiconvergence theorems for Sturm-Lioville operator with matrix coefficient // Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, 2013, v. XXXVIII (XLVI), 2013,pp.35-46.

7. Курбанов В.М. ,Гараева А.Т. Абсолютная и равномерная сходимость разложений по корневым вектор-функциям оператора Шредингера с матричным потенциалом Доклады Академии Наук , том 450 №3 , Москва,2013, с. 268-270.
8. Курбанов В.М. ,Гараева А.Т. Оценка скорости покомпонентной равносходимости для оператора Шредингера с матричным потенциалом //Материалы Международной конференции, посвященной 55-летию Института Математики и Механики, Баку,2014,с. 208-210
9. Курбанов В.М. ,Гараева А.Т. О скорости покомпонентной равносходимости разложений по корневым вектор-функциям оператора Шредингера с матричным потенциалом // Известия Педагогического Университета №3, Баку,2014,с. 8-16.

AYGÜN TAHIR qızı QARAYEVA

ŞREDINGER OPERATORUNUN MƏXSUSI VƏ QOŞULMUŞ VEKTOR-FUNKSIYALARI SISTEMI ÜZRƏ SPEKTRAL AYRILIŞLARIN YIĞILMASI

XÜLASƏ

Dissertasiya işi cəmlənən matris əmsallı birölçülü Şredinger operatorunun məxsusi və qoşma funksiyaları sistemi üzrə spektral ayrlılışların yığılma məsələlərinin tədqiqinə həsr olunmuşdur. Dissertasiyada alınan əsas nəticələr aşağıdakılardır :

1. Cəmlənən matris əmsallı Şredinger operatorunun kök vektor-funksiyaları üçün qiymətləndirmələr alınmışdır;
2. $W^1_{p,m}(G)$, $p \geq 1$, $G = (0,1)$ sinifindən olan funksiyaların Şturm-Liuvill operatorunun məxsusi vektor- funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışlarının mütləq və müntəzəm yığılması araşdırılmışdır və bu ayrılışın qalığı $C(\overline{G})$ metrikasında qiymətləndirilmişdir ;
3. $W^1_{1,m}(G)$ sinifindən olan funksiyanın cəmlənən matris potensiallı Şturm-Liuvill operatorunun məxsusi vektor-funksiyaları üzrə ortoqonal ayrılışının triqonometrik ayrılışla kompaktda komponent üzrə müntəzəm birgəyığılma sürəti tapılmışdır;

4. $W^1_{p,m}(G)$, $p \geq 1$ sinifindən olan funksiyanın cəmlənən matris potensiallı Şredinger operatorunun kök vektor-funksiyaları üzrə biortoqonal ayrılışının mütləq və müntəzəm yığılması haqqında teoremlər isbat olunmuşdur və müntəzəm yığılma sürəti tapılmışdır;
5. $L^m_p(G), p \geq 1$ sinifindən olan funksiyanın cəmlənən matris potensiallı Şredinger operatorunun kök vektor-funksiyaları üzrə ayrılışının triqonometrik ayrılışla kompaktda komponent üzrə müntəzəm birgəyiğılma teoremləri isbat olunmuşdur. $B^{\alpha}_{p,\theta,m}(G)$, $H^{\omega}_{p,m}(G)$, $W^1_{1,m}(G)$ siniflərindən olan funksiyalar üçün komponent üzrə müntəzəm birgəyığılma sürətləri qiymətləndirilmişdir.

AYGUN TAIR kizi GARAYEVA

CONVERGENCE OF SPECTRAL EXPANSIONON SYSTEM EIGEN AND ATTACHED VECTOR FUNCTIONS OF THE SCHRÖDINGER OPERATOR

SUMMARY

1. Estimates for root vector-functions of the Schrödinger operator with a summable matrix potential are established;
2. Absolute and uniform convergence of orthogonal expansion of the function from $W^1_{p,m}(G)$, $p \geq 1$, $G = (0,1)$, on eigen vector-functions of the Sturm-Liouville operator is investigated and the residue of this expansion in the metrics $C(\overline{G})$ is estimated;
3. The rate of componentwise uniform equiconvergence on a compact of orthogonal expansion in eigen vector-functions of the Sturm-Liouville operator with trigonometrical expansion of the function from the class $W^1_{1,m}(G)$ is found;
4. Theorems of absolute and uniform convergence of biorthogonal expansion of vector-functions from the class $W^1_{p,m}(G)$, $p \geq 1$ on system of root vector-functions of the Schrödinger operator

from the summable matrix potential are proved and the rate of uniform convergence are established ;

5. Theorems of componentwise uniform equiconvergence on a compact with a trigonometrical series of expansion on root vector-functions of the Schrödinger operator with a summable matrix potential for the function from $L_p^m(G), p \geq 1$ are proved . The rates of componentwise uniform equiconvergence for functions from the classes $B^{\alpha}_{p,\theta,m}(G)$, $H^{\omega}_{p,m}(G)$, $W^1_{1,m}(G)$ are estimated.

AZƏRBAYCAN MILLI ELMLƏR AKADEMIYASI
RIYAZIYYAT VƏ MEXANIKA İNSTITUTU

əlyazma hüququnda

AYGÜN TAHİR QIZI QARAYEVA

ŞREDINGER OPERATORUNUN MƏXSUSI VƏ QOŞULMUŞ VEKTOR-FUNKSIYALARI SISTEMI ÜZRƏ SPEKTRAL AYRILIŞLARIN YIĞILMASI

1211.01- Diferensial tənliklər

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissetrtasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı-2015