AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
BAKI DÖVLƏT UNİVERSİTETİ

Əlyazma hüququnda

AYSEL TELMAN qızı RAMAZANOVA

HİPERBOLİK TƏNLİKLƏRLƏ TƏSVİR OLUNAN PROSESLƏRDƏ BƏZİ OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏLƏRİ

1211.01 – Diferensial tənliklər

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

BAKI-2017

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin “Diferensial və inteqral tənliklər” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **Hamlet F. Quliyev**

Rəsmi opponentlər: Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. **A.X.Xanməmmədov** (Bakı Dövlət Universiteti)

Fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dos. **R.S.Məmmədov** (Azərbaycan Dövlət Neft və Senayə Universiteti)

Aparıcı təşkilat: Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti (“Riyazi analiz” kafedrası)

Dissertasiya işinin müdafiəsi 19 sentyabr 2017-ci il tarixində saat 14^{00}-da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdindəki FD.02.016 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ1148, Bakı şəhəri, Z. Xəlilov küç., 23, Bakı Dövlət Universiteti

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin elmi kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferat 12 iyun 2017-ci il tarixində göndərilmişdir.

FD 02.016 Dissertasiya Şurasının elmi katibi: **dosent A.T.Əfəndiyeva**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Xüsusi törəməli tənliklərlə təsvir olunan proseslərdə optimal idarəetmə məsələlərinin XX əsrin 60-cı illərindən öyrənilməsinə baxmayaraq hal-hazırda da bu sahə ümumi idarəetmə nəzəriyyəsinin ən inkişaf etməkdə olan sahələrindən biridir. Buna səbəb elm və texnikanın inkişafı ilə əlaqədar olaraq çox sayda praktik məsələlər xüsusi törəməli tənliklər üçün sərhəd məsələlərinə gətirilməsidir. Xüsusi törəməli tənliklər üçün K.R.Ayda-zadənin, K.Q.Əhmədovun, S.S.Axiyevin, F.P.Vasilyevin, K.Q.Həsənovun, A.İ.Eqorovun, A.D.İskəndərovun, A.Z.İşmuxamedovun, H.F.Quliyevin, J.L.Lionsun, K.A.Luryein, Ə.C.Məmmədovun, K.B.Mənsimovun, M.C.Mərdanovun, T.Q.Məlikovun, V.İ.Plotnikovun, M.A.Sadıqovun, S.Y.Serovayskinin, T.K.Sirazetdinovun, M.B.Suryanarayanın, R.Q Tağıyevin, A.A. Tolstonoqovun, Z.İ.Xəlilovun, Y.Ə.Şərifovun, Ş.Ş.Yusubovun, M.H.Yaqubovun və başqalarının işlərində müxtəlif optimal idarəetmə məsələləri öyrənilib.Qeyd edək ki, çubuğun, löhvələrin eninə rəqsləri məsələsi, təyyarə konstruksiya dinamikasında böyük əhəmiyyət kəsb edən çubuğun əyilmə-burulması rəqsləri ilə bağlı məsələ, kamertonun məxsusi rəqsləri haqqında məsələ, fırlanan valların rəqslərinin dayanıqlılığı haqqında məsələ, gəminin titrəməsi haqqında məsələlər və s. dördtərtibli hiperbolik tənliklərlə təsvir olunur.

Yuxarıda deyilənləri nəzərə alaraq hesab etmək olar ki, dördtərtibli hiperbolik tənliklərlə təsvir olunan proseslərdə idarəolunma məsələlərinin öyrənilməsi mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Qeyd edək ki, fizikada, geofizikada, seysmologiyada, astronomiyada, tibbdə, ekologiyada, iqtisadiyyatda və s. rast gəlinən çoxlu məsələlər və onların tədqiqi xüsusi törəməli tənliklər üçün tərs məsələlərin həllinə gətirilir. Belə tərs məsələləri öyrənmək üçün müxtəlif üsullar mövcuddur. Bu üsulların ən mühümlərindən biri baxılan məsələni optimal idarəetmə məsələsinə gətirməkdən və onu optimal idarəetmə nəzəriyyəsinin üsullarının köməyi ilə tədqiq etməkdən ibarətdir.

Ilk dəfə rəqs edən çubuğun optimal idarəedilməsi ilə bağlı məsələ V. Komkov tərəfindən öyrənilmişdir. Dördüncü tərtib hiperbolik tənliklərlə təsvir edilən proseslər üçün idarəetmə nəzəriyyəsinin müxtəlif məsələləri isə daha sonralar J.-L. Lions, A.İ. Yeqorov, T.K. Sirazetdinov, A.Z.İşmuxammedov, H.F. Quliyev, A.A. Mehdiyev, V.B.Nazarova və başqaları tərəfindən tədqiq edilmişdir.

Təqdim olunan dissertasiya işi bir sinif dördtərtibli hiperbolik tənliklərin sağ tərəflərinin və başlanğıc funksiyalarının təyini məsələsini optimal idarəetmə məsələsinə gətirilməsinə, əsasən də alınan məsələlərdə optimallıq üçün zəruri və kafi şərtlərin çıxarılmasına, çubuğun əyilmə-burulma rəqslərinin zəif qeyri-xətti tənliyi üçün optimal idarəetmə məsələsində optimallıq üçün Potryaginin maksimum prinsipi şəklində zəruri şərtin tapılmasına, həmçinin dördtərtibli hiperbolik tənlik üçün lokal olmayan məsələnin araşdırılmasına və onun optimal idarəetmə məsələsinə tətbiqinə həsr olunub.

Dissertasiya işinin məqsədi. Çubuğun eninə və əyilmə-burulma rəqsləri tənlikləri üçün sərhəd məsələsində sağ tərəflərin, başlanğıc funksiyaların tapılması məsələsinin optimal idarəetmə məsələsinə gətirilməsi, onların tədqiqi və optimallıq üçün müxtəlif zəruri və kafi şərtlərin çıxarılması, dördtərtibli hiperbolik tənlik üçün lokal olmayan məsələnin araşdırılması və onun optimal idarəetmə məsələsinə tətbiqi.

Elmi yenilik. Dissertasiya işində aşağıdakı əsas elmi nəticələr alınmışdır:

- çubuğun eninə rəqs tənliyinin sağ tərəfinin təyini məsələsi optimal idarəetmə məsələsinə gətirilmiş, optimal idarəetmə üsullarının köməyi ilə tədqiq edilmiş, variasional bərabərsizlik şəklində optimallıq üçün zəruri və kafi şərt isbat edilmişdir;
- çubuğun əlaqəli əyilmə-burulma rəqsləri tənliyinin sağ tərəfinin təyini məsələsi düz xətt üzərində və əyri üzərində əlavə şərtlər daxilində optimal idarəetmə məsələsinə gətirilmiş, optimallıq üçün zəruri və kafi şərt isbat edilmişdir;
- çubuğun əlaqəli əyilmə-burulma rəqsləri tənliyi üçün başlanğıc funksiyaların tapılması məsələsi düz xətt üzərində və əyri üzərində əlavə şərtlər daxilində optimal idarəetmə məsələsinə gətirilmiş və optimallıq üçün zəruri və kafi şərt isbat edilmişdir;
- bəzi xətti dördtərtibli hiperbolik tənliyin lokal olmayan sərhəd şərtlərini ödəyən həlli ilə təsvir olunan optimal idarəetmə məsələsində optimallıq üçün zəruri və kafi şərt isbat olunub;
- çubuğun əyilmə-burulma rəqslərinin zəif qeyri-xətti tənliyi üçün optimal idarəetmə məsələsində optimallıq üçün Potryaginin maksimum prinsipi şəklində zəruri şərt tapılmışdır;

Nəticələrin etibarlılığı, bütün təkliflərin ciddi riyazi isbatı ilə əsaslandırılıb.

İşin nəzəri və praktik əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınmış nəticələr hər şeydən əvvəl nəzəri maraq daşıyır. İşdə istifadə edilən sxem digər dörd- tərtibli hiperbolik tənliklərlə təsvir edilən sistemlərdə optimal idarəetmə məsələlərinin tədqiqində istifadə oluna bilər. Bundan başqa dissertasiyada baxılan məsələlərin praktiki əhəmiyyəti ondan ibarətdir ki, alınan nəticələr müxtəlif dalğa və rəqs proseslərində optimal idarəetmə məsələlərinin təqribi həllərin tapılmasında istifadə oluna bilər.

İşin aprobasiyası. Dissertasiyanın nəticələri: BDU-nun "Diferensial və inteqral tənliklər" (rəhbər prof. N.Ş. İsgəndərov), "İdarəetmə nəzəriyyəsinin riyazi üsulları" (rəhbər prof. M.H. Yaqubov) kafedralarının seminarlarında, BDU-nun Tətbiqi Riyaziyyat ETİ-nin seminarında (rəhbər akad. F.Ə. Əliyev), akademik Azad Xəlil oğlu Mirzəcanzadənin 85-illik yubileyinə həsr olunmuş "Neftqaz sahəsində qeyri-Nyuton sistemlər" adlı Beynəlxalq elmi konfransında (Bakı, 2012), Azərbaycan ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 90 illik yubileyinə həsr olunmuş "Riyaziyyatın və mexanikanın aktual problemləri" adlı respublika elmi konfransında (Bakı, 2013), «Control and Optimization with industrial applications» adlı V beynəlxalq elmi konfransında (Bakı, 2015), AMEA-nın müxbir üzvü, prof. Yəhya Məmmədovun anadan olmasının 85-illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2015), Azərbaycanın ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 93 illik yubileyinə həsr olunmuş IV beynəlxalq "Young researchers" konfransında (Bakı, 2016), Azərbaycan Respublikasının Dövlət müstəqilliyinin bərpasının 25-ci il dönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları" adlı III respublika elmi konfransında (Sumqayıt, 2016), akademik Məcid Lətif oğlu Rəsulovun 100-illik yubileyinə həsr olunmuş "Nəzəri və tətbiqi riyaziyyatın aktual məsələləri" adlı respublika elmi konfransında (Şəki, 2016), məruzə edilmişdir.

Nəşrlər. Dissertasiyanın əsas nəticələri müəllifin 13 elmi əsərində çap olunmuşdur.

Dissertasiyanın həcmi və quruluşu. Dissertasiya işi 136 səhifədən, girişdən, 3 fəsildən, yekundan və 84 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

İŞİN MƏZMUNU

Dissertasiyanın 3 yarımfəsildən ibarət olan **birinci fəsli** çubuğun eninə rəqs tənliyinin və çubuğun əlaqəli əyilmə-burulma rəqsləri tənliyinin sağ tərəfinin təyini məsələsinin optimal idarəetmə məsələsinə gətirilməsinə və onun tədqiqinə həsr olunub.

1.1. yarımfəslində çubuğun eninə rəqs tənliyi üçün aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+a^2\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}=v(x,t),\ (x,t)\in Q=\{0<x<l,\ 0<t<T\}, \tag{1}$$

$$u(x,0)=\varphi_0(x),\ \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\varphi_1(x), \tag{2}$$

$$u(0,t)=0\ ,\ u(l,t)=0,\ \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=0,\ \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=l}=0, \tag{3}$$

burada $\varphi_0\in \overset{0}{W}{}_2^2(0,l), \varphi_1\in L_2(0,l)$ - verilmiş funksiyalar, $a^2>0$ - verilmiş ədəd, $v(x,t)\in L_2(Q)$ - isə axtarılan funksiyadır.

Qeyd edək ki, hər bir qeyd olunmuş $v(x,t)\in L_2(Q)$ funksiyası üçün (1)-(3) sərhəd məsələsinin $W_2^{2,1}(Q)$ fəzasında yeganə ümumiləşmiş həlli var. (1)-(3) sərhəd məsələsinin həlli dedikdə $W_2^{2,1}(Q)$-dən olan elə $u(x,t)$funksiyası başa düşülür ki, $t=0$-da $u(x,0)=\varphi_0(x)$ şərti ödənsin və $\eta(0,t)=0,\ \eta(l,t)=0,\ \eta_x(0,t)=0,$ $\eta_x(l,t)=0$ şərtlərini ödəyən ixtiyari $\eta\in W_2^{2,1}(Q)$ funksiya üçün

$$\int_0^l \frac{\partial u(x,T;v)}{\partial t}\eta(x,T)dx-\int_0^l \varphi_1(x)\eta(x,0)dx+$$
$$+\iint_Q\left(-\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial \eta}{\partial t}+a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}-v\eta\right)dxdt=0$$

inteqral eynilik ödənsin. $v(x,t)$funksiyasını təyin etmək üçün

$$u(x_0,t)=\varphi(t), \tag{4}$$

əlavə şərt daxil edək.

Burada $x_0\in(0,l)$-verilmiş nöqtə, $\varphi(t)\in L_2(0,T)$- isə verilmiş funksiyadır.

Bu məsələ aşağıdakı optimal idarəetmə məsələyə gətirilir: elə $v(x,t)\in L_2(Q)$ funksiyasını tapmaq tələb olunur ki, o

$$J(v)=\frac{1}{2}\int_0^T\left(u(x_0,t;v)-\varphi(t)\right)^2dt \tag{5}$$

funksionalını (1)-(3) sərhəd məsələsinin həlli ilə birlikdə minimallaşdırsın. $v(x,t)$- funksiyasını idarəedici adlandıraq. (1)-(3), (5) məsələsini gətirilmiş məsələ adlandıraq. Əgər elə $v(x,t)$ idarəedicisi tapsaq ki, o (5) funksianalına sıfır qiymət versin onda (4) əlavə şərti ödənilir.

(1)-(3),(5) məsələsinə qoşma olan aşağıdakı məsələ daxil edilir:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}+a^2\frac{\partial^4\psi}{\partial x^4}=-\left[u(x,t;v)-\varphi(t)\right]\delta(x-x_0),\quad (x,t)\in Q, \tag{6}$$

$$\psi(0,t)=0\,,\ \psi(l,t)=0,\ \psi_x(0,t)=0,\ \psi_x(l,t)=0,\quad 0\le x\le l, \tag{7}$$

$$\psi(x,T)=0\,,\ \psi_t(x,T)=0.\qquad 0\le t\le T. \tag{8}$$

Burada $\delta(x)$ - Dirak funksiyasıdır. Bu bölmədə aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 1. $v_0(x,t)$ idarəedicisinin (1)-(3), (5) məsələsində optimal idarəedici olması üçün zəruri və kafi şərt $\psi(x,t)=0$, $(x,t)\in Q$ olmasıdır.

Dissertasiyanın 1.2. yarımfəslində çubuğun əyilmə-burulma rəqsləri tənliyi üçün $Q=\{0<x<l,0<t<T\}$oblastında iki diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunan aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)I(x)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)+\rho(x)A(x)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-\rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}=v_1(x,t), \tag{9}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)C_w(x)\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}\right)-\frac{\partial^2}{\partial x^2}(G(x)C(x)\theta)-\rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+$$

$$+\rho(x)\left(I(x)+A(x)e^2(x)\right)\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}=v_2(x,t), \tag{10}$$

$$y\big|_{t=0}=\varphi_0(x)\,,\ \left.\frac{\partial y}{\partial t}\right|_{t=0}=\varphi_1(x)\,,$$

$$\theta\big|_{t=0} = \widetilde{\varphi}_0(x), \quad \frac{\partial \theta}{\partial t}\bigg|_{t=0} = \widetilde{\varphi}_1(x), \; 0 \le x \le l, \tag{11}$$

$$y\big|_{x=0} = y\big|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_{x=0} = \frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_{x=l} = 0, \quad 0 \le t \le T, \tag{12}$$

$$\theta\big|_{x=0} = \theta\big|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x}\bigg|_{x=0} = \frac{\partial \theta}{\partial x}\bigg|_{x=l} = 0, \quad 0 \le t \le T, \tag{13}$$

Burada $l > 0, T > 0$ - verilmiş ədədlər, $y(x,t)$ - çubuğun eninə yerdəyişməsi, $\theta(x,t)$ - çubuğun en kəsiyinin dönmə bucağı, E -Yunq modulu, I - çubuğun en kəsiyinin onun ağırlıq mərkəzinə nəzərən polyar ətalət momenti, ρ - çubuğun materialının sıxlığı, A - en kəsiyin sahəsi, e - ağırlıq məkəzindən burulma mərkəzinə qədər məsafə, C_ω - en kəsiyin ətalətinin sektorial momenti, G - hərəkət modulu, C - sərbəst burulmanın həndəsi möhkəmliyi, EC_ω -əyilməsinin burulma möhkəmliyi, GC - sərbəst burulmanın möhkəmliyi, $\varphi_0, \varphi_1, \widetilde{\varphi}_0, \widetilde{\varphi}_1$ verilmiş funksiyalardır, $\upsilon_1(x,t)$ və $\upsilon_2(x,t)$ - axtarılan funksiyalardır. Qeyd edək ki, hər bir qeyd olunmuş $v(x,t) = (v_1(x,t), v_2(x,t)) \in$ $\in L_2(Q) \times L_2(Q)$ üçün (9)-(13) məsələsinin $W_2^{2,1}(Q)$ fəzasında yeganə ümumiləşmiş həlli var.

Fərz edək ki, (9)-(13) məsələsinin verilənləri aşağıdakı şərtləri ödəyir.

1. $E(x)$, $I(x)$, $\rho(x)$, $A(x)$, $e(x)$, $C_\omega(x)$, $G(x)$, $C(x)$ ölçülən, məhdud və $[0, l]$ parçasında müsbət funksiyalardır.

2. $\varphi_0 \in \overset{\circ}{W}{}_2^2(0, l)$, $\widetilde{\varphi}_0 \in \overset{\circ}{W}{}_2^2(0, l)$, $\varphi_1 \in L_2(0, l)$, $\widetilde{\varphi}_1 \in L_2(0, l)$.

$v(x,t) = (v_1(x,t), v_2(x,t))$ - vektor funksiyasını təyin etmək üçün əlavə şərtlər daxil edək:

$$y(x_0, t; v_1, v_2) = \varphi(t), \quad \theta(x_0, t; v_1, v_2) = g(t), \tag{14}$$

burada $x_0 \in (0, l)$ -verilmiş nöqtə, $\varphi(t) \in L_2(0,T)$, $g(t) \in L_2(0,T)$ - verilmiş funksiyalardır.

Onda (9)-(13),(14) məsələsi (9)-(13) düz məsələsinə uyğun tərs məsələdir.

Bu məsələni optimal idarəetmə məsələsinə gətirək:
elə $v(x,t)=\left(v_1(x,t),\ v_2(x,t)\right)\ \in L_2(Q)\times L_2(Q)$vektor funksiya tapmaq tələb olunur ki, o

$$J(v)=\frac{1}{2}\int_0^T\left[\left(y(x_0,t;v)-\varphi(t)\right)^2+\left(\theta(x_0,t;v)-g(t)\right)^2\right]dt \qquad (15)$$

funksionalını (9)-(13) məsələsinin həlli ilə birlikdə minimallaşdırsın. $v(x,t)=\left(v_1(x,t),v_2(x,t)\right)$-vektor - funksiyasını idarəedici adlandıraq. (9)-(13), (15) məsələsini gətirilmiş məsələ adlandıraq. Əgər biz (15) funksionalına sıfır qiymət verən $v(x,t)=\left(v_1(x,t),v_2(x,t)\right)$ idarəedicisini tapsaq, onda (14) əlavə şərti ödənilir. Mümkün idarəedicilər sinfi olaraq $v(x,t)=\left(v_1(x,t),v_2(x,t)\right)$ vektor-funksiyalarının qabarıq, qapalı $U_{ad}\subseteq L_2(Q)\times L_2(Q)$ çoxluğu götürülür.

Əvvəlcə göstərilir ki, (15) funksionalı $L_2(Q)$ -də differensiallanandır. Daha sonra aşağıdakı teorem isbat edilir.

Teorem 2. (9)-(13), (15) optimal idarəetmə məsələsində $v^0(x,t)=\left(v_1^0(x,t),v_2^0(x,t)\right)\in U_{ad}$ idarəedicisinin optimal idarəedici olması üçün zəruri və kafi şərt

$$\iint_Q\left(\psi_1(x,t)\left(v_1^1(x,t)-v_1^0(x,t)\right)+\psi_2(x,t)\left(v_2^1(x,t)-v_2^0(x,t)\right)\right)dxdt\geq 0$$

$$\forall v=(v_1,v_2)\in U_{ad}$$

variasional bərabərsizliyin ödənilməsidir. Burada $\left(\psi_1(x,t),\psi_2(x,t)\right)$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)I(x)\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2}\right)+\rho(x)A(x)\frac{\partial^2\psi_1}{\partial t^2}-\rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial t^2}=$$
$$=\left[y(x,t;v)-\varphi(t)\right]\delta(x-x_0),\ \ (x,t)\in Q, \qquad (16)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)C_w(x)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2}\right)-G(x)C(x)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2}-\rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2\psi_1}{\partial t^2}+ \qquad (17)$$

$$+\rho(x)\left(I(x)+A(x)e^2(x)\right)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial t^2}=\left[\theta(x,t;v)-g(t)\right]\delta(x-x_0),(x,t)\in Q,$$

$$\psi_1\big|_{t=T}=\psi_2\big|_{t=T}=0,\quad \left.\frac{\partial\psi_1}{\partial t}\right|_{t=T}=\left.\frac{\partial\psi_2}{\partial t}\right|_{t=T}=0\,,0\leq x\leq l, \qquad (18)$$

$$\psi_1\big|_{x=0} = \psi_1\big|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial \psi_1}{\partial x}\bigg|_{x=0} = \frac{\partial \psi_1}{\partial x}\bigg|_{x=l} = 0, \quad 0 \le t \le T, \tag{19}$$

$$\psi_2\big|_{x=0} = \psi_2\big|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial \psi_2}{\partial x}\bigg|_{x=0} = \frac{\partial \psi_2}{\partial x}\bigg|_{x=l} = 0, \quad 0 \le t \le T. \tag{20}$$

qoşma məsələnin həllidir.

Dissertasiyanın **1.3. yarımfəslində** 1.2. yarımfəslində olduğu kimi (9)-(13) sərhəd məsələsinə baxılır.

Bu halda əlavə şərtlər

$$y(d(t),t;v) = \varphi(t), \ \theta(d(t),t;v) = g(t), \tag{21}$$

şəklində daxil edilir. Burada $x = d(t) \in KC^1(0,T)$, $\varphi(t) \in L_2(0,T)$, $g(t) \in L_2(0,T)$, $t \in (0,T)$ - verilmiş funksiyalardır.

Onda (9)-(13),(21) məsələsi (9)-(13) düz məsələsinə uyğun tərs məsələdir.

Bu məsələni aşağıdakı optimal idarəetmə məsələsinə gətirək: elə $v(x,t) = (v_1(x,t), \ v_2(x,t)) \in L_2(Q) \times L_2(Q)$vektor-funksiyasını tapmaq tələb olunur ki, o

$$J(v) = \frac{1}{2}\int_0^T \left[(y(d(t),t;v) - \varphi(t))^2 + (\theta(d(t),t;v) - g(t))^2 \right] dt \tag{22}$$

funksionalını (9)-(13) məsələsinin həlli ilə birlikdə minimallaşdırsın. $v(x,t) = (v_1(x,t), v_2(x,t))$-vektor-funksiyasını idarəedici adlandıraq. (9)-(13), (22) məsələsini gətirilmiş məsələ adlandıraq. Mümkün idarəedicilər sinfi olaraq $v(x,t) = (v_1(x,t), \ v_2(x,t))$ vektor-funksiyalarının qabarıq, qapalı $U_{ad} \subseteq L_2(Q) \times L_2(Q)$ çoxluğunu götürək.

Teorem 3. (9)-(13), (22) optimal idarəetmə məsələsində $v^0(x,t) = (v_1^0(x,t), v_2^0(x,t)) \in U_{ad}$ idarəedicisinin optimal idarəedici olması üçün zəruri və kafi şərt

$$\iint_Q \left(\psi_1(x,t)\left(v_1^1(x,t) - v_1^0(x,t)\right) + \psi_2(x,t)\left(v_2^1(x,t) - v_2^0(x,t)\right)\right) dxdt \ge 0$$

$$\forall v = (v_1, v_2) \in U_{ad} \tag{23}$$

variasional bərabərsizliyin ödənilməsidir.

Burada $(\psi_1(x,t),\psi_2(x,t))$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)I(x)\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2}\right)+\rho(x)A(x)\frac{\partial^2\psi_1}{\partial t^2}-\rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial t^2}=0, \tag{24}$$

$(x,t)\in Q,$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)C_w(x)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2}\right)-G(x)C(x)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2}-\rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2\psi_1}{\partial t^2}+$$

$$+\rho(x)\left(I(x)+A(x)e^2(x)\right)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial t^2}=0, \qquad (x,t)\in Q, \tag{25}$$

$$\psi_1\big|_{t=T}=\psi_2\big|_{t=T}=0, \quad \left.\frac{\partial\psi_1}{\partial t}\right|_{t=T}=\left.\frac{\partial\psi_2}{\partial t}\right|_{t=T}=0, \qquad 0\le x\le l, \tag{26}$$

$$\psi_1\big|_{x=0}=\psi_2\big|_{x=0}=0, \quad \left.\frac{\partial\psi_1}{\partial t}\right|_{x=0}=\left.\frac{\partial\psi_2}{\partial t}\right|_{x=0}=0, \qquad 0\le t\le T, \tag{27}$$

$$\psi_1\big|_{x=l}=\psi_2\big|_{x=l}=0, \quad \left.\frac{\partial\psi_1}{\partial t}\right|_{x=l}=\left.\frac{\partial\psi_2}{\partial t}\right|_{x=l}=0, \qquad 0\le t\le T. \tag{28}$$

$$[\psi_1]_\Gamma=[\psi_2]_\Gamma=0, \quad \left[\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\right]_\Gamma=\left[\frac{\partial\psi_2}{\partial x}\right]_\Gamma=0, \tag{29}$$

$$\left[E(x)I(x)\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2}\right]_\Gamma=0, \quad \left[E(x)C_w(x)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2}\right]_\Gamma=0, \tag{30}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(E(x)I(x)\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2}\right)\right]_\Gamma=-\left(y(d(t),t,v)-\varphi(t)\right), \tag{31}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(E(x)C_w(x)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2}\right)\right]_\Gamma=-\left(\theta(d(t),t,v)-g(t)\right), \tag{32}$$

qoşma məsələsinin həllidir, burada Γ - $x=d(t)$, $t\in(0,T)$, xətti Q oblastını iki Q_1 və Q_2 hissələrinə bölür. $[\omega(x,t)]_\Gamma$-simvolu isə Γ üzərində $\omega(x,t)$ funksiyasının L_2 mənada limit qiymətlərinin fərqi, yəni Γ–yə Q_1 və Q_2 oblastlarından yaxınlaşdıqda hesablanmış izlərin fərqi başa düşülür.

Qeyd edək ki, (29)-(32) –şərtləri qoşmalıq şərtləri adlanır.

Dissertasiya işinin iki yarımfəsildən ibarət olan **ikinci fəsli** çubuğun əlaqəli əyilmə-burulma rəqsləri tənliyi üçün başlanğıc funksiyaların tapılması məsələsinin optimal idarəetmə məsələsinə gətirilməsinə və onun tədqiqinə həsr olunub.

Dissertasiyanın 2.1. yarımfəslində çubuğun əyilmə-burulma rəqsləri tənliyi üçün $Q=\{0<x<l, 0<t<T\}$ oblastında iki diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunan aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxılır.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)I(x)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)+\rho(x)A(x)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-$$

$$-\rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}=f_1(x,t),\ (x,t)\in Q, \tag{33}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)C_w(x)\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}\right)-\frac{\partial^2}{\partial x^2}(G(x)C(x)\theta)-\rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+$$

$$+\rho(x)\left(I(x)+A(x)e^2(x)\right)\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}=f_2(x,t),\ (x,t)\in Q, \tag{34}$$

$$y|_{x=0}=y|_{x=l}=0,\ \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x=0}=\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x=l}=0,\quad 0\le t\le T, \tag{35}$$

$$\theta|_{x=0}=\theta|_{x=l}=0,\ \left.\frac{\partial \theta}{\partial x}\right|_{x=0}=\left.\frac{\partial \theta}{\partial x}\right|_{x=l}=0,\ 0\le t\le T, \tag{36}$$

$$y|_{t=0}=0,\ \left.\frac{\partial y}{\partial t}\right|_{t=0}=v_1(x),\ 0\le x\le l, \tag{37}$$

$$\theta|_{t=0}=0,\left.\frac{\partial \theta}{\partial t}\right|_{t=0}=w_1(x),\ 0\le x\le l, \tag{38}$$

burada $v_1(x), w_1(x)\in L_2(0,l)$ - axtarılan funksiyalardır.

Qeyd edək ki, hər bir qeyd olunmuş $v(x)=(v_1(x), w_1(x))\in L_2(0,l)\times L_2(0,l)$ üçün (33)-(38) sərhəd məsələsinin $W_2^{2,1}(Q)$ fəzasında yeganə ümumiləşmiş həlli var.

$v(x)=(v_1(x),\ w_1(x))$ -funksiyasını təyin etmək üçün əlavə şərtlər verilir:

$$y(x_0,t;v)=\varphi_1(t), \qquad 0\le t\le T, \tag{39}$$

$$\theta(x_0,t;v)=\varphi_2(t), \qquad 0\le t\le T, \tag{40}$$

burada $x_0\in(0,l)$-verilmiş nöqtə, $\varphi_1(t),\varphi_2(t)\in L_2(0,T)$-isə verilmiş funksiyalardır.

Bu məsələ aşağıdakı optimal idarəetmə məsələsinə gətirilir: elə $v(x)=(v_1(x),\ w_1(x))\in L_2(0,l)\times L_2(0,l)$ vektor-funksiyasını tapmaq tələb olunur ki, o

$$J_0(v)=\frac{1}{2}\int_0^T\left[(y(x_0,t;v)-\varphi_1(t))^2+(\theta(x_0,t;v)-\varphi_2(t))^2\right]dt, \tag{41}$$

funksionalını (33)-(38) məsələsinin həlli ilə birlikdə minimallaşdır-sın. Bu məsələni (33)-(38),(41) məsələsi adlandıraq. (33)-(38),(41) məsələsini aşağıdakı üsulla requlyarlaşdıraq.

Aşağıdakı funksional verilir:

$$J_\alpha(v)=J_0(v)+\frac{\alpha}{2}\left(\|v_1\|^2_{L_2(0,l)}+\|w_1\|^2_{L_2(0,l)}\right). \tag{42}$$

$v(x)=(v_1(x),\ w_1(x))$-vektor-funksiyasını idarəedici adlandıraq. Mümkün idarəedicilər sinfi olaraq $v(x,t)=(v_1(x,t),\ v_2(x,t))$ vektor-funksiyalarının qabarıq, qapalı $U_{ad}\subseteq L_2(Q)\times L_2(Q)$ çoxluğunu götürək. (42) funksionalını (33)-(38) şərtləri daxilində minimallaş-dırmaq tələb olunur.

Fərz edək ki, (33)-(38) məsələsinin verilənləri aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1. $E(x), I(x), \rho(x), A(x),\ e(x),\ C_w(x),\ G(x),\ C(x)$ ölçülən, məhdud və $[0,l]$-parçasında müsbət funksiyalardır;

2. $f_1,f_2,\varphi_1,\varphi_2$ - verilmiş funksiyalardır, belə ki, $f_1,f_2\in L_2(Q)$, $\varphi_1,\varphi_2\in L_2(0,T)$.

İşdə, (42) funksionalının $L_2(0,l)\times L_2(0,l)$-də diferensiallanması göstərilir.

Teorem 4. (33)-(38), (42) optimal idarəetmə məsələsində $v(x)=(v_1^0(x),w_1^0(x))$ idarəedicisinin optimal idarəedici olması üçün zəruri və kafi şərt

$$\int_0^l [(-\rho(x)A(x)\psi_1(x,0)+\rho(x)A(x)e(x)\psi_2(x,0)+\alpha v_1(x)(v_1(x)-v_1^0(x))+$$
$$+(\rho(x)A(x)\psi_1(x,0)-\rho(x)A(x)e(x)\psi_2(x,0)+\alpha w_1(x))(w_1(x)-w_1^0(x))]dx\geq 0$$
$$\forall v(x)=(v_1,w_1)\in U_{ad}\,.$$

varisional bərabərsizliyin ödənilməsidir.

Burada $(\psi_1(x,t),\psi_2(x,t))$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)I(x)\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2}\right)+\rho(x)A(x)\frac{\partial^2\psi_1}{\partial t^2}-\rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial t^2}=,$$
$$=[y(x,t;v)-\varphi_1(t)]\delta(x-x_0),\ (x,t)\in Q, \tag{43}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)C_w(x)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2}\right)-G(x)C(x)\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2}-\rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2\psi_1}{\partial t^2}+$$
$$+\rho(x)(I(x)+A(x)e^2(x))\frac{\partial^2\psi_2}{\partial t^2}=[\theta(x,t;v)-\varphi_2(t)]\delta(x-x_0), \tag{44}$$

$(x,t)\in Q$,

$$\psi_1|_{x=0}=\psi_1|_{x=l}=0,\quad \left.\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\right|_{x=0}=\left.\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\right|_{x=l}=0,\quad 0\leq t\leq T, \tag{45}$$

$$\psi_2|_{x=0}=\psi_2|_{x=l}=0,\quad \left.\frac{\partial\psi_2}{\partial x}\right|_{x=0}=\left.\frac{\partial\psi_2}{\partial x}\right|_{x=l}=0,\ 0\leq t\leq T, \tag{46}$$

$$\psi_1|_{t=T}=0,\ \left.\frac{\partial\psi_1}{\partial t}\right|_{t=T}=0,\ \psi_2|_{t=T}=0,\ \left.\frac{\partial\psi_2}{\partial t}\right|_{t=T}=0,\ 0\leq x\leq l \tag{47}$$

qoşma məsələsinin həllidir.

Dissertasiyanın 2.2. yarımfəslində 2.1 yarımfəslindəki məsələyə analoji məsələyə baxılır, burada $v(x)=(v_1(x),w_1(x))$- funksiyasını təyin etmək üçün $x=d(t)$ əyrisi üzərində əlavə şərtlər verilir,

$$y(d(t),t;v)=\varphi(t),\ \theta(d(t),t;v)=g(t),$$

burada $d(t)\in KC^1(0,T)$, $\varphi(t)\in L_2(0,T), g(t)\in L_2(0,T)$ - isə verilmiş funksiyalardır.

Üç bölmədən ibarət olan dissertasiyanın **3-cü fəsli** dördüncü tərtib hiperbolik tənliklər üçün bir lokal olmayan məsələnin araşdırılmasına və onun optimal idarəetmə məsələsinə tətbiqinə, çubuğun əyilmə-burulma rəqslərinin zəif qeyri-xətti tənliyi üçün optimal idarəetmə məsələsində optimallıq üçün Potryaginin maksimum prinsipi şəklində zəruri şərt tapılmasına həsr olunub.

3.1 yarımfəslində

$G=\left\{x=(x_1,x_2,x_3,x_4):x_i\in G_i=(x_i^0,x_i^1),\ i=\overline{1,4}\right\}$ düzbucaqlı paralelepipedində

$$(l_{1111}u)(x)\equiv D^1_{x_1}D^1_{x_2}D^1_{x_3}D^1_{x_4}u(x)+\sum_{\substack{i_k=0,k=\overline{1,4}\\ i_1+i_2+i_3+i_4<4}}^{1}a_{i_1i_2i_3i_4}(x)D^{i_1}_{x_1}D^{i_2}_{x_2}D^{i_3}_{x_3}D^{i_4}_{x_4}u(x)+$$
$$+a(x)u(\overline{x})=\varphi_{1111}(x) \tag{48}$$

dördtərtibli hiperbolik tənliyinə

$$(l_{0000}u)(x_2,x_3,x_4)\equiv u(x_1^0,x_2,x_3,x_4)=\varphi_{0000}(x_2,x_3,x_4),$$
$$(x_2,x_3,x_4)\in G_2\times G_3\times G_4, \tag{49}$$
$$(l_{1000}u)(x_1,x_3,x_4)\equiv D^1_{x_1}u(x_1,x_2^0,x_3,x_4)=\varphi_{1000}(x_1,x_3,x_4),$$
$$(x_1,x_3,x_4)\in G_1\times G_3\times G_4, \tag{50}$$
$$(l_{1100}u)(x_1,x_2,x_4)\equiv D^1_{x_1}D^1_{x_2}u(x_1,x_2,x_3^0,x_4)=\varphi_{1100}(x_1,x_2,x_4),$$
$$(x_1,x_2,x_4)\in G_1\times G_2\times G_4, \tag{51}$$
$$(l_{1110}u)(x_1,x_2,x_3)\equiv \alpha D^1_{x_1}D^1_{x_2}D^1_{x_3}u(x_1,x_2,x_3,x_4^0)+$$
$$+\beta D^1_{x_1}D^1_{x_2}D^1_{x_3}u(x_1,x_2,x_3,x_4^1)=\varphi_{1110}(x_1,x_2,x_3),$$
$$(x_1,x_2,x_3)\in G_1\times G_2\times G_3. \tag{52}$$

sərhəd şərtləri daxilində baxılır.

Burada $u(x)=u(x_1,x_2,x_3,x_4)$ - axtarılan funksiya; $a_{i_1i_2i_3i_4}(x)$, $i_k=0{,}1$, $k=\overline{1,4}$, $i_1+i_2+i_3+i_4<4$ G -də ölçülən funksiyalar olub,

$$a_{0000}(x)\in L_p(G),\ a_{0001}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{p,p,p,\infty}(G),\ a_{0010}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{p,p,\infty,p}(G),$$
$$a_{0100}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{p,\infty,p,p}(G), a_{1000}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{\infty,p,p,p}(G),$$

$$a_{1100}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{\infty,\infty,p,p}(G),\, a_{1010}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{\infty,p,\infty,p}(G),$$
$$a_{1001}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{\infty,p,p,\infty}(G),\, a_{0110}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{p,\infty,\infty,p}(G),$$
$$a_{0101}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{p,\infty,p,\infty}(G),\, a_{0011}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{p,p,\infty,\infty}(G),$$
$$a_{1110}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{\infty,\infty,\infty,p}(G),\, a_{1101}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{\infty,\infty,p,\infty}(G),$$
$$a_{1011}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{\infty,p,\infty,\infty}(G),\ a_{0111}(x)\in L^{x_1,x_2,x_3,x_4}_{p,\infty,\infty,\infty}(G),$$

a $a(x), \varphi_{1111}(x)\in L_p(G)$, $\varphi_{0000}(x_2,x_3,x_4)\in W_p^{(1,1,1)}(G_2\times G_3\times G_4)$,
$\varphi_{1000}(x_1,x_3,x_4)\in W_p^{(0,1,1)}(G_1\times G_3\times G_4)$,
$\varphi_{11000}(x_1,x_2,x_4)\in W_p^{(0,0,1)}(G_1\times G_2\times G_4)$,
$\varphi_{1110}(x_1,x_2,x_3)\in L_p(G)$ şərtlərini ödəyirlər; α və β verilmiş həqiqi ədədlər, $\bar{x}=(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\bar{x}_3,\bar{x}_4)\in G$ - qeyd olunmuş nöqtədir.

$u\in W_p^{(1,1,1,1)}(G)$ funksiyasının inteqral göstərişindən istifadə edərək (49)-(52) şərtlərini ödəyən $u\in W_p^{(1,1,1,1)}(G)$ funksiyasının göstərilişi alınır. Alınmış göstəriliş ixtiyari $b_{1111}(x)\in L_p(G)$ funksiyasından asılıdır. Bu göstərilişi (48) tənliyində nəzərə alaraq $b_{1111}(x)$-ə nəzərən inteqral tənlik alınır. Bu inteqral tənliyə uyğun qoşma tənlik qurulur. Müəyyən məhdudiyyət şərtləri daxilində bu inteqral tənliklərin hər birinin yeganə həllinin olduğu isbat edilir. Qoşma inteqral tənlikdən istifadə edərək (48)-(52) məsələsinin fundamental həll anlayışı daxil edilir. Fundamental həllin köməyi ilə (48)-(52) məsələsinin həllinin intqeral göstərilişi alınır.

3.2 yarımfəslində dördtərtibli hiperbolik tənliklərlə təsvir olunan proseslər üçün optimal idarəetmə məsələsinə baxılır və optimallıq üçün zəruri və kafi şərt alınır.

3.3 yarımfəslində aşağıdakı optimal idarəetmə məsələsində optimallıq üçün Pontryaginin maksimum prinsipi tipli zəruri şərtlər alınır. Çubuğun $Q=\{0<x<l, 0<t<T\}$ oblastında aşağıdakı iki differensial tənliklər sistemi ilə təsvir edilən rəqslərinə baxaq:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)I(x)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)+\rho(x)A(x)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-\rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}=$$

$$= f_1(x,t,y,\theta,v_1,v_2), \quad (x,t)\in Q, \tag{53}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)C_\omega(x)\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}\right)-\frac{\partial^2}{\partial x^2}(G(x)C(x)\theta)-\rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+$$

$$+\rho(x)\left(I(x)+A(x)e^2(x)\right)\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}=f_2(x,t,y,\theta,v_1,v_2), \quad (x,t)\in Q, \tag{54}$$

Tutaq ki, çubuq sərbəst bərkidilib. Onda $x=0$ və $x=l$ nöqtələrində

$$y\big|_{x=0}=y\big|_{x=l}=0, \quad \frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_{x=0}=\frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_{x=l}0, \quad 0\le t\le T, \tag{55}$$

$$\theta\big|_{x=0}=\theta\big|_{x=l}=0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x}\bigg|_{x=0}=\frac{\partial \theta}{\partial x}\bigg|_{x=l}0, \quad 0\le t\le T, \tag{56}$$

sərhəd şərtləri verilib.

Başlanğıc şərtlərini belə götürək:

$$y\big|_{t=0}=\varphi_0(x), \quad \frac{\partial y}{\partial t}\bigg|_{t=0}=\varphi_1(x), \quad 0\le x\le l, \tag{57}$$

$$\theta\big|_{t=0}=g_0(x), \quad \frac{\partial \theta}{\partial t}\bigg|_{t=0}=g_1(x), \quad 0\le x\le l. \tag{58}$$

Mümkün idarələrin U_{ad} sinfi kimi Q-də ölçülən və sanki bütün $(x,t)\in Q$ üçün qiymətləri $V\subset R^2$-dən olan $v(x,t)=(v_1(x,t),v_2(x,t))$ vektor funksiyaları götürülür. Burada V -boş olmayan, ixtiyari çoxluqdur.

Tutaq ki,

$$J(v)=\iint_Q f_0(x,t,y,\theta,v_1,v_2)dxdt \tag{59}$$

funksionalını (53)-(58) məhdudiyyətləri daxilində U_{ad} sinfində minimallaşdırmaq tələb olunur. Burada $(y(x,t;v),\theta(x,t;v))$ (53)-(58) məsələsinin $v(x,t)=(v_1(x,t),v_2(x,t))$ idarəedicisinə uyğun həlli, $f_0(x,t,y,\theta,v_1,v_2)$ isə $Q\times R^2\times R^2$ -də verilmiş funksiyadır.

Fərz edək ki, məsələnin verilənləri aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1. $E(x), I(x), \rho(x), A(x), e(x), C_{\omega}(x), G(x), C(x)$ funksiyaları $[0,l]$ parçasında ölçülən məhdud və müsbətdirlər;

2. $\varphi_0, \varphi_1, g_0, g_1$ - verilmiş funksiyalardır və $\varphi_0 \in \overset{0}{W}{}_2^2(0,l)$, $g_0 \in \overset{0}{W}{}_2^2(0,l)$, $\varphi_1, g_1 \in L_2(0,l)$.

3. $f_i(x,t,y,\theta,v_1,v_2)$, $i = 0,1,2$ funksiyaları $Q \times R^2 \times R^2$ -da kəsilməzdirlər və $\frac{\partial f_i}{\partial y}, \frac{\partial f_i}{\partial \theta}$ kəsilməz törəmələri vardır və $\frac{\partial f_i}{\partial y}, \frac{\partial f_i}{\partial \theta}$, $i = 1,2$ törəmələri məhduddur, $\frac{\partial f_i}{\partial y}, \frac{\partial f_i}{\partial \theta}$, $i = 0,1,2$ törəmələri (y,θ) cütünə nəzərən Lipşis şərtini ödəyir.

Bu yarımfəsildə idarəedicinin impuls variasiyasının köməyi ilə sərhəd məsələsinin həllinin artımının qiymətləndirilməsi alınır, funksionalın artım düsturu və onun qalıq həddi çıxarılır. Burada aşağıdakı teorem isbat edilir:

Teorem 5. Tutaq ki, (53)-(59) məsələsinin verilənləri yuxarıda qoyulan 1.-3. şərtlərini ödəyir. Onda $\left(v_1^0(x,t), v_2^0(x,t)\right)$ idarəsinin (53)-(59) məsələsində optimallğı üçün aşağıdakı maksimum şərtinin ödənməsi zəruridir:

$$\max_{v=(v_1,v_2)\in V} H\left(x,t,y_0(x,t),\theta_0(x,t),v_1,v_2,\psi_1(x,t),\psi_2(x,t)\right) =$$

$$= H\left(x,t,y_0(x,t),\theta_0(x,t),v_1^0(x,t),v_2^0(x,t),\psi_1(x,t),\psi_2(x,t)\right), \quad (x,t) \in Q,$$

burada, $y_0(x,t), \theta_0(x,t)$ (53)-(59) məsələsinin $v(x,t) = v_0(x,t)$ olduqda həlli, $\psi_1(x,t)$, $\psi_2(x,t)$ isə

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)I(x)\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2}\right) + \rho(x)A(x)\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2} - \rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial t^2} =$$

$$= \frac{\partial H\left(x,t,y_0(x,t),\theta_0(x,t),v_1^0(x,t),v_2^0(x,t),\psi_1(x,t),\psi_2(x,t)\right)}{\partial y}, (x,t) \in Q$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(E(x)C_w(x)\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2}\right) - G(x)C(x)\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} - \rho(x)A(x)e(x)\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial t^2} +$$

$$+ \rho(x)\left(I(x) + A(x)e^2(x)\right)\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2} =$$

$$= \frac{\partial H\left(x,t,y_0\left(x,t\right),\theta_0\left(x,t\right),v_1^0\left(x,t\right),v_2^0\left(x,t\right),\psi_1\left(x,t\right),\psi_2\left(x,t\right)\right)}{\partial \theta}, (x,t)\in Q,$$

$$\psi_1\big|_{x=0} = \psi_1\big|_{x=l} = 0, \quad \left.\frac{\partial \psi_1}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial \psi_1}{\partial x}\right|_{x=l} = 0, \qquad 0 \le t \le T,$$

$$\psi_2\big|_{x=0} = \psi_2\big|_{x=l} = 0, \quad \left.\frac{\partial \psi_2}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial \psi_2}{\partial x}\right|_{x=l} = 0, \qquad 0 \le t \le T,$$

$$\psi_1\big|_{t=T} = 0, \ \left.\frac{\partial \psi_1}{\partial x}\right|_{t=T} = 0, \quad \psi_2\big|_{t=T} = 0, \ \left.\frac{\partial \psi_2}{\partial x}\right|_{t=T} = 0, \qquad 0 \le x \le l.$$

qoşma məsələsinin həllidir.

Sonda elmi rəhbərim fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, prof. H.F. Quliyevə məsələlərin qoyuluşuna və dissertasiya işinə diqqətinə görə dərin minnətdarlığımı bildirirəm.

Dissertasiyanın əsas nəticələri müəllifin aşağıdakı elmi işlərində nəşr olunmuşdur:

1. Yusubov Ş.Ş., Ramazanova A.T., Məlik S.T. Dördtərtibli hiperbolik tənlik üçün lokal olmayan sərhəd məsələsi / Azərbaycan ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 90 illik yubileyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika Elmi konfransının materialları, Bakı, 07-08 May 2013, s.143-144
2. Yusubov Ş.Ş., Ramazanova A.T., Məmmədova C.C. Dördtərtibli hiperbolik tənlik üçün lokal olmayan sərhəd məsələsinin korrekt həll olunması / Neft-qaz sahəsində qeyri –Nyuton sistemlər, akademik Azad Xəlil oğlu Mirzəcanzadənin 85-illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Elmi Konfransının materialları, Bakı,21-22 noyabr 2013, s.268
3. Guliyev H.F., Ramazanova A.T. Optimal control problem for equations of flexural-torsional vibrations of a bar / The 5th İnternational Conference on Control and Optimization with industrial applications, Baku, Azerbaijan, 27-29 August 2015, pp.86-91
4. Кулиев Г.Ф., Рамазанова А.Т. Об определении правых частей уравнения поперечных колебаний стержня // Вестник Бакинского Университета, серия Физ.- Мат. наук, № 2, 2015, с.28-35
5. Кулиев Г.Ф., Рамазанова А.Т. Об определении правых частей уравнения поперечных колебаний стержня / Azərbaycanın görkəmli alimi və ictimai xadimi, Dövlət mükafatı laureatı, Əməkdar elm xadimi, AMEA-nın müxbir üzvü, professor Yəhya Məmmədovun

anadan olmasının 85 illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq elmi konfransın materialları, Bakı, 10 dekabr, 2015, s. 294-297
6. Ramazanova A.T., Nazarova V.B. An optimal control problem for the equations of flexural-torsional oscillations of a bar // Transactions of NAS of Azerbaijan, series of Mathematical science, 2015, XXXV, № 1, pp. 142-156
7. Кулиев Г.Ф., Рамазанова А.Т. Об определении правых частей уравнений изгибно-крутильных колебаний стержня / IV International scientific Conference of Young Researches, Qafqaz University, Baku, 29-30 April 2016, p.130-131
8. Рамазанова А.Т. Обратная задача нахождения начальных условий в краевой задаче для уравнения изгибно-крутильных колебаний стержня // Вестник Бакинского Университета, серия Физ.- Мат. наук, № 2, 2016, с.71-82
9. Кулиев Г.Ф., Рамазанова А.Т. Об определении правых частей уравнений изгибно-крутильных колебаний стержня // Украинский Международный научно-технический журнал, Journal of Automation and Information Sciences, Проблемы управления и информатики, №4, 2016, с.74-85
10. Кулиев Г.Ф., Рамазанова А.Т. Обратная задача нахождения начальных условий в краевой задаче для уравнения изгибно-крутильных колебаний стержня / Azərbaycan Respublikasının dövlət müstəqilliyinin bərpasının 25-ci dönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları" III Respublika Elmi Konfransının materialları, Sumqayıt, 15-16 dekabr 2016, s.125-127
11. Кулиев Г.Ф., Рамазанова А.Т. Обратная задача нахождения начальных условий в краевой задаче для уравнения изгибно-крутильных колебаний стержня / AMEA-nın həqiqi üzvü, professor M.L. Rəsulovun 100 illik yubleyinə həsr olunmuş "Nəzəri və Tətbiqi Riyaziyyatın Aktual məsələləri" Respublika elmi Konfransının materialları,Şəki, 28-29 oktyabr 2016, s.169-171
12. Kuliev H.F., Ramazanova A.T. On finding right hand sides of equations of flexural –torsional vibrations of a bar // Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, 2016, v. 42, No 2, pp. 174–187
13. Кулиев Г.Ф., Рамазанова А.Т., Об одной обратной задачи для уравнения изгибно-крутильных колебаний стержня // AZTU-nun Elmi Əsərləri, 2017,No1, s.31-41

АЙСЕЛЬ ТЕЛЬМАН кызы РАМАЗАНОВА

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В ПРОЦЕССАХ ОПИСЫВАЕМЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИМИ УРАВНЕНИЯМИ

РЕЗЬЮМЕ

В диссертации получены следующие основные результаты:

- задача определения правой части уравнения поперечных колебаний стержня приведена к задаче оптимального управления и исследована с помощью методов теории оптимального управления, доказано необходимое и достаточное условие оптимальности в виде вариационного неравенства;
- задача определения правых частей уравнений связанных изгибно-крутильными колебаниями стержня при задании дополнительных условий на прямой линии и на кривой линии приведена к задаче оптимального управления, доказано необходимое и достаточное условие оптимальности;
- задача нахождения начальных условий в краевой задаче для системы изгибно-крутильных колебаний стержня условий при задании дополнительных условий на прямой линии и на кривой линии приведена к задаче оптимального управления и доказано необходимое и достаточное условие оптимальности ;
- выведено необходимое и достаточное условие оптимальности в задаче оптимального управления для некоторых линейных гиперболических уравнений четвертого порядка;
- выведено необходимое условие оптимальности в виде принципа максимума Понтрягина в задаче оптимального управления для слабо нелинейных уравнений изгибно-крутильных колебаний стержня.

AYSEL TELMAN qizi RAMAZANOVA

SOME OPTIMAL CONTROL PROBLEMS IN THE PROCESSES DESCRIBED BY HYPERBOLIC EQUATIONS

SUMMARY

The following main results were obtained:

-The problem of determining the right-hand side of the equation of transverse vibrations of a rod is brought to the problem of optimal control and investigated using methods of optimal control theory; a necessary and sufficient optimality condition in the form of a variational inequality were proved;

-The problem of determining the right-hand sides of the equations connected by flexural-torsional vibrations of the rod with additional conditions on the straight line and on the curve line is brought to the problem of optimal control, a necessary and sufficient optimality condition were proved;

-The problem of finding the initial conditions in the boundary-value problem for the system of flexural-torsional vibrations of the condition rod with additional conditions on the straight line and on the curve line is brought to the optimal control problem and a necessary and sufficient optimality condition were proved;

-A necessary and sufficient condition of optimality in the optimal control problem for some linear hyperbolic equations of the fourth order were proved;

-The necessary optimality condition in the form of the Pontryagin maximum principle in the optimal control problem were found for weakly nonlinear equations of flexural-torsional vibrations of a rod.

Formatı: 60x84 $^{1}/_{16}$. F.ç.v. 1.5.
Tiraj 100 nüsxə.

Turxan Nəşriyyat-Poliqrafiya Birliyi

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
БАКИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

АЙСЕЛЬ ТЕЛЬМАН кызы РАМАЗАНОВА

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В ПРОЦЕССАХ ОПИСЫВАЕМЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИМИ УРАВНЕНИЯМИ

1211.01 – Дифференциальные уравнения

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание учёной степени
доктора философии по математике

Баку – 2017