

Əlyazma hüququnda

**KƏMALƏ ARİF QIZI SALMANOVA**

**MÜTLƏQ BƏRK ÖZÜL ÜZƏRİNDƏ QOYULMUŞ  
BAŞLANGIC DEFORMASIYALI İKİQAT LÖVHƏNİN  
VİBRO HƏRƏKƏTLİ YÜKÜN TƏSİRİ ALTINDAKI  
DİNAMİKASI**

**İxtisas: 2002.01- « Deformasiya olunan bərk cisim mexanikası »**

**Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq  
üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın**

**A V T O R E F E R A T I**

**Bakı - 2016**

Dissertasiya işi Azərbaycan Dövlət Aqrar Universitetində yerinə yetirilmişdir.

**Elmi rəhbər:** Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,  
professor **O.H.Rzayev**

**Rəsmi opponetlər:** fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,  
professor **B.Ə.Rüstəmov**  
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi,  
dosent **Ə.Ş.Gülgəzli**

**Aparıcı təşkilat:** Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti  
(“Riyaziyyat” kafedrası)

**Dissertasiya işinin** müdafiəsi 26 aprel 2016-cı il tarixində saat 14<sup>00</sup>- da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən FD.02.016 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

**Ünvan:** AZ1148, Bakı şəhəri, Z.Xəlilov küçəsi 23, Bakı Dövlət Universiteti

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq olar.

Avtoreferat “14 mart ” 2016-cı il tarixində göndərilmişdir.

**FD.02.016 Dissertasiya  
Şurasının elmi katibi  
Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru,  
professor**

**N.Q.Əhmədov**

## İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

**Mövzunun aktuallığı.** Elastiki sistemlərin dinamikasının öyrənilməsi deformasiya olunan cisim mexanikasının ən mühüm sahələrindən biridir. Bu məsələlər müasir texnikanın bir çox sahələrində meydana gəlir. Hazırkı dissertasiya işinin tədqiqat mövzusu olan hərəkətli qüvvənin dinamikası ilə bağlı məsələlər həmin məsələlər sırasında əsas yer tutur.

Müasir yüksəksürətli nəqliyyat qatarlarının, avtomobillərin, təyyarələrin (onların qalxma və enmə zolaqlarında hərəkəti zamanı) və s., meydana gəlməsi ilə uyğun dinamika məsələlərinin qeyrixtətilik effektini nəzərə almaqla, fundamental aspektdə tədqiqi zərurəti yarandı.

Qeyd edək ki, elastiki sistemdə təsir edən hərəkətli qüvvənin dinamikasının öyrənilməsi elastodinamika nəzəriyyəsinə əsaslanır. Hal-hazırda müxtəlif praktik əhəmiyyətli məsələlərin tədqiqində xətti və qeyrixtətti elastodinamika nəzəriyyəsinin inkişafı geniş vüsət almışdır.

Qeyd etmək lazımdır ki, qeyrixtətti dinamik effektlərə aid məsələlər arasında başlanğıc gərginlikli (deformasiyalı) cisimlərə aid məsələlər mühüm yer tutur.

Məlumdur ki, qurğu elementlərində başlanğıc deformasiyalar onların hazırlanmasında və yığılmasında, yerin təkibində geostatik və geodinamik qüvvələrin təsiri nəticəsində kompozit materialların yaradılması zamanı texnoloji proseslərdə və s. hallarda yarana bilər.

Başlanğıc gərginlikli cisimlərə aid dinamika məsələləri xəttləşdirmə nəzəriyyəsi tətbiq edilməklə tədqiq edilir. Xəttləşdirilmiş tənliklərin tətbiqi həndəsi və fiziki xarakterli müxtəlif sadələşdirici hipotezlər çərçivəsində yerinə yetirilir. Təqribi yaxınlaşmalar məsələni asanlaşdırmağa imkan verir. Lakin bu nəzəriyyələrin tətbiqi zamanı başlanğıc gərginlikli iri tutumlu cisimlərdə dalğaların yayılmasını, səthdə baş verən dinamik prosesləri tədqiq etmək mümkün deyil. Təqribi nəzəriyyələrdə alınan bəzi nəticələr müəyyən xətalara malikdir, bu isə bir sıra hallarda yol verilməzdir.

Göstərilən hallar dəqiqləşdirilmiş üçölçülü xəttləşdirilmiş nəzəriyyənin, başqa sözlə Başlanğıc Gərginlikli Cisimlərdə Elastiki Dalğaların Yayılmasının Üçölçülü Xəttləşdirilmiş Nəzəriyyəsinin (BGCEDYÜXN) tətbiqi zərurətini yaradır. Qeyd edək ki, BGCEDYÜXN-ni tətbiq etməklə, aparılan tədqiqatlar üç istiqamətdə yerinə yetirilir.

Birinci istiqamətə başlanğıc gərginlikli cisimlərdə dinamik gərginlik vəziyyətinin tədqiqinə həsr edilmiş işlər aid edilir. Bu işlər, əsasən S.C. Əkbərova və onun tələbələrinə məxsusdur. İkinci istiqamətə başlanğıc gərginlikli cisimlərdə dalğaların yayılmasının öyrənilməsinə həsr olunmuş tədqiqatlar şamil edilir. Üçüncü istiqamətə aid tədqiqatlar, hərəkətli qüvvənin dinamikasına aid BGCEDYÜXN çərçivəsində aparılmış işlərdir. Burada fərz edilirki, sistemin komponentlərində başlanğıc deformasiyalar kiçikdir və həmin deformasiyalar klassik xətti elastiklik nəzəriyyəsi tətbiq edilməklə təyin edilir. Eyni zamanda fərz edilir ki, hərəkətli qüvvənin qiyməti zamana görə dəyişmir.

Yuxarıdakı şərhə əsasən, hissə-hissə bircins cisim modeli əsasında BGCEDYÜXN-ni tətbiq etməklə, mütləq bərk özül üzərinə qoyulmuş sonlu başlanğıc deformasiyalı ikiqat lövhəyə təsir edən vibro-hərəkətli qüvvənin dinamikasının tədqiqinə həsr olunmuş bu dissertasiya işinin mövzusu mühüm nəzəri və praktik əhəmiyyətə malikdir.

**İşin məqsədi.** Hissə-hissə bircins cisim modeli əsasında bərk özül üzərində qoyulmuş sonlu deformasiyalı ikiqat lövhənin hərəkətli yükün təsiri altındakı dinamikası tədqiq etmək və effektiv həll üsulu vermək

**Elmi yenilik.** Dissertasiyada alınan əsas nəticələr aşağıdakılardan ibarətdir:

- 1) Başlanğıc gərginlikli cisimlərdə elastiki dalğaların yayılmasının üçölçülü xəttilləşdirilmiş nəzəriyyəsi tətbiq edilməklə mütləq bərk özül üzərinə qoyulmuş başlanğıc deformasiyaya malik ikiqat lövhəyə təsir edən vibro-hərəkətli qüvvənin dinamikasına aid məsələlər tədqiq edilmişdir.
- 2) Yüklənmənin hərəkəti istiqamətindəki koordinatlara nəzərən Furiyenin eksponensial çevirməsi tətbiq edilməklə analitik həll alınmışdır.
- 3) Başlanğıc sonlu deformasiyanın və digər parametrlərin böhran sürətinin qiymətinə, laylardakı normal gərginlik paylanmasına təsiri təyin edilmişdir.
- 4) Lövhənin laylarındakı gərginliklərlə bağlı yeni mexaniki effektlər müəyyən edilmişdir.
- 5) Böhran sürətinin və laylarda gərginliklərin paylanmasının ədədi təyini üçün yeni metodika verilmişdir.
- 6) Baxılan məsələlərin ədədi həlli üçün alqoritm və proqramlar paketi tərtib edilmişdir.

**Tədqiqatın ümumi metodikası.** Başlanğıc gərginlikli cisimlərdə elastiki dalğaların yayılmasının üçölçülü xəttiləşdirilmiş nəzəriyyəsinin həll üsulları, inteqral çevirmələr tətbiq edilməklə məsələlər tədqiq edilir.

**Nəzəri və praktiki əhəmiyyəti.** Bu iş nəzəri əhəmiyyət daşıyır. Tədqiqatın praktiki əhəmiyyəti ondan ibarətdir ki, alınan nəticələrdən yüksək sürətli təyyarələrin, qatarların, ballistik sistemlərin hərəkəti üçün yolların layihələndirilməsində, yüksək sürətli metal emalında istifadə edilə bilər.

**Etibarlılıq.** Alınan nəticələrin doğruluğu məsələlərin qoyuluşunun korrekliyi, analitik proseduraların dəqiqliyi, alınan nəticələrin bir-biri ilə fiziki mənada uyğunluğu və xüsusi halarda məlum nəticələrlə üst-üstə düşməsi ilə təsdiq olunur.

**İşin aprobeiası.** Dissertasiya işinin əsas elmi nəticələri Azərbaycan Dövlət Aqrar Universitetinin “Texniki mexanika və qrafika” kafedrasının seminarlarında, 2009-cu ildə Türkiyədə Kayseri şəhərində keçirilən beynəlxalq konfransda, 2007-ci ildə Naxçıvanda keçirilən beynəlxalq simpoziumda məruzə və müzakirə edilmişdir.

**Nəşrlər.** Dissertasiya əsas müddəaları və alınmış nəticələr 8 elmi əsərdə öz əksini tapmışdır.

**Dissertasiya işinin strukturu və həcmi.** Dissertasiya işi giriş, üç fəsil, nəticə və 73 adda istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından 53 şəkil və 9 cədvəldən ibarətdir. İşin həcmi 141 səhifədir.

## **İŞİN TƏRKİBİ**

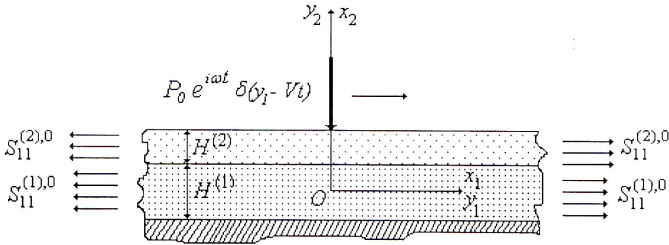
Girişdə baxılan işə aid tədqiqatların qısa xülasəsi verilmişdir. Burada dissertasiya işinin mövzusu və məqsədi verilmiş, onun aktuallığı, alınan nəticələrin yeniliyi, dəqiqliyi, onların praktik əhəmiyyəti əsaslandırılmışdır.

I Fəsil köməkçi xarakter daşıyır və bu fəsilə sıxılmış cisimlər üçün qeyri xətti elastiklik nəzəriyyəsinə aid bəzi məlumatlar verilir. Daha sonra sonlu başlanğıc deformasiyaya malik sıxılan cisimlərin dinamikasının üçölçülü xəttiləşdirilmiş münasibətlərinə və bircins başlanğıc deformasiyalarda sadələşdirilmiş xəttiləşdirilmiş münasibətlərə baxılır.

II Fəsilə sonlu başlanğıc deformasiyalarda sıxılan cisimlər üçün BGCEDYÜXN-nin tənlik və münasibətlərini nəzərə almaqla, hissə-hissə bircins cisim modeli əsasında mütləq bərk özü üzərinə qoyulmuş sonlu başlanğıc deformasiyalı ikiqat lövhənin vibro-hərəkətli qüvvənin təsiri altındakı dinamikasının öyrənilməsinə aid məsələnin qoyuluşu verilir.

Bərk özü üzərinə qoyulmuş ikiqat lövhəyə baxaq (şək.1).

Qəbul edək ki, təbii halda üst və alt qatların qalınlıqları uyğun olaraq  $H^{(2)}$  və  $H^{(1)}$ -dir. Təbii halda layların nöqtələrinin vəziyyətlərini  $O X_1 X_2 X_3$  dekart koordinat sistemində təyin edilir və fərz edilir ki, layların uzunluqları  $Ox_1$ ,  $Ox_3$  istiqamətində sonsuzdur ( $Ox_3$  oxu şəkil müstəvisinə perpendikulyardır), laylar öz aralarında və mütləq bərk özüllə komplektəşmədən əvvəl  $Ox_1$  oxu istiqamətində dartılıb. Bu qüvvələrin təsiri öyrənilən dinamik proses boyu davam edir.



**Şəkil 1.**

Lövhnin laylarının başlanğıc vəziyyətlərini  $O_{y_1 y_2 y_3}$  dekart koordinat sistemində Laqranj koordinatları ilə əlaqələndirək və qəbul edək ki, bu sistemin başlanğıcı layların təbii vəziyyəti ilə bağlıdır. Belə ki,  $Oy_1$ ,  $Oy_2$  və  $Oy_3$  oxlarının istiqamətləri uyğun olaraq,  $Ox_1$ ,  $Ox_2$  və  $Ox_3$  oxlarının istiqamətləri ilə üst-üstə düşür.

Fərz edək ki, layların materialları sıxılan və bircinsdir. Üst qata aid kəmiyyətləri (2) yuxarı indeksi, başlanğıc vəziyyətə aid kəmiyyətləri yuxarı "o" indeksi ilə işarə edəcəyik.

Hər bir  $m$ -ci layın orta müstəvisinə  $O^{(m)} X_1^{(m)} X_2^{(m)} X_3^{(m)}$  lokal koordinat sistemini və başlanğıc halda isə  $O^{(m)} Y_1^{(m)} Y_2^{(m)} Y_3^{(m)}$  lokal koordinat sistemini aid edək. Yuxarıda qeyd edilən lokal koordinat sistemləri qlobal koordinat sistemindən  $Ox_2$  və  $Oy_2$  oxları boyunca paralel köçürmədən alınır.

Laylarda başlanğıc vəziyyətləri aşağıdakı münasibətlərin köməyi ilə təyin edək:

$$U_i^{(m),0} = (\lambda_i^{(m)} - 1)x_i^{(m)}, \quad \lambda_i^{(m)} = \text{const}_{im}, \quad \lambda_3^{(m)} = 1$$

$$y_i^{(m)} = \lambda_i^{(m)}x_i^{(m)}, \quad i = 1,2; \quad m = 1,2 \quad (1)$$

burada  $U_i^{(m),0}$  -  $m$ -ci layda başlanğıc vəziyyətin yerdəyişməsi,  $\lambda_i^{(m)} = \sqrt{1 + 2E_i^{(m)}}$  -  $Ox_1$  oxu istiqamətində uzanma parametri,  $E_i^{(m)}$  isə  $m$ -ci layın Qrin deformasiya tenzorunun baş qiymətidir.

Yuxarıdakı şərhlər çərçivəsində  $Oy_1$  istiqamətində  $V$  sabit sürəti ilə hərəkətdə olan xətti-nöqtəvi harmonik vibrasiyalı qüvvənin təsiri zamanı  $Oy_1y_2$  müstəvisində müstəvi deformasiya vəziyyətinə baxaq. Müstəvi deformasiya halında başlanğıc vəziyyəti xarakterizə edən koordinatlarda hərəkət tənliyini yazaq:

$$\frac{\partial Q^{(m)}_{ij}}{\partial y^{(m)}_i} = \rho^{(m)} \frac{\partial^2 U^{(m)}_j}{\partial t^2}, \quad m = 1,2 \quad (3)$$

Mexaniki münasibətlər aşağıdakı şəkildədir:

$$Q_{ij}^{(m)} = \omega^{(m)}_{ij\alpha\beta} \frac{\partial U^{(m)}_\alpha}{\partial y^{(m)}_\beta}, \quad i, j, \alpha, \beta = 1,2 \quad (4)$$

$Q^{(m)}_{ij}$  - Kirhofun qeyri-simmetrik gərginlik tenzorunun həyəcanlanması,  $U^{(m)}_j$  - sürət vektoru komponentlərinin həyəcanlanması,  $\rho^{(m)}$  - lövhənin  $m$ -ci layının materialının sıxlığıdır.

(3) və (4)-də bərabərliyin bir tərəfindəki təkrarlan indekslərə görə cəmləmə aparılır.

Qeyd edək ki,  $\omega^{(m)}_{ij\alpha\beta}$  sabitləri mexaniki parametrləri və başlanğıc deformasiya kəmiyyətlərini özündə saxlayan müəyyən ifadələrin kəməyi ilə təyin edilir. Bu ifadələrin alınması zamanı qəbul edilir ki, lövhənin layları üçün elastiki münasibətlər aşağıdakı harmonik potensial vasitəsi ilə verilir:

$$F^{(m)} = \frac{1}{2} \lambda^{(m)} (S_1^{(m)})^2 + \mu^{(m)} S_2^{(m)} \quad (5)$$

burada

$$S_1^{(m)} = \left( \sqrt{1 + 2\varepsilon_1^{(m)}} - 1 \right) + \left( \sqrt{1 + 2\varepsilon_2^{(m)}} - 1 \right)$$

$$S_2^{(m)} = \left( \sqrt{1 + 2\varepsilon_1^{(m)}} - 1 \right)^2 + \left( \sqrt{1 + 2\varepsilon_2^{(m)}} - 1 \right)^2 \quad (6)$$

(5) ifadəsində  $\lambda^{(m)}$  və  $\mu^{(m)}$  elastiki sabitlər, (6)- ifadəsindəki  $\varepsilon_i^{(m)}$  ( $i = 1, 2$ ) –isə Qrin deformasiya tenzorunun baş qiymətləridir.

Qeyd edək ki, böyük elastiki deformasiyalar nəzəriyyəsində Kirhof qeyri simmetrik gərginlik tenzoru ilə bərabər,  $S_{ij}$  komponentləri

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{ij}} + \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{ji}} \right) \Phi \quad (7)$$

düsturu ilə təyin edilən Laqranjın simmetrik gərginlik tenzoru daxil edilir (7)-də  $E_{ij}$  - Qrin deformasiya tenzorunun komponentləridir və aşağıdakı düsturla təyin edilir:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_j}{\partial X_i} + \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \frac{\partial U_k}{\partial X_j} \right) \quad (8)$$

(1), (2), (5)–(8)-ə əsasən, başlanğıc vəziyyətdə  $\tilde{S}^{(m)}$  Laqranj gərginlik tenzorunun komponentləri üçün alırıq:

$$S_{11}^{(m)0} = \frac{1}{\lambda_1^{(m)}} \left[ \lambda^{(m)} (\lambda_1^{(m)} + \lambda_2^{(m)} - 2) + 2\mu^{(m)} (\lambda_1^{(m)} - 1) \right]$$

$$S_{22}^{(m)0} = \frac{1}{\lambda_2^{(m)}} \left[ \lambda^{(m)} (\lambda_1^{(m)} + \lambda_2^{(m)} - 2) + 2\mu^{(m)} (\lambda_2^{(m)} - 1) \right] \quad S_{12}^{(m)0} = 0 \quad (9)$$

Məsələnin qoyuluşuna əsasən  $S_{22}^{(m)0} = 0$  –dır. Nəticədə

$$\lambda_2^{(m)} = \left[ 2\mu^{(m)} - \lambda^{(m)} (\lambda_1^{(m)} - 1) \right] (\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)})^{-1}$$

ifadəsi alınır.



Başlangıç vəziyyətin seçilmiş halı yalnız  $\lambda_1^{(m)}$  və  $\frac{\lambda^{(m)}}{\mu^{(m)}}$

parametrləri ilə təyin edilir.

Qeyd edək ki, Kirhof və Laqranj gərginlik tenzoru komponentlərinin həyəcanlanmaları aşağıdakı dusturla əlaqəlidir:

$$Q^{(m)}_{ij} = \left( \delta_k^j + \frac{\partial U_i^{(m)0}}{\partial y_n^{(m)}} \right) S_{in}^{(m)} + S_{in}^{(m)0} \frac{\partial U_j^{(m)}}{\partial y_n^{(m)}} \quad (10)$$

Burada  $S_{in}^{(m)}$  - Laqranj gərginlik tenzoru komponentlərinin həyəcanlanmasıdır.

Sərhəd və kontakt şərtlərinin formulə edilməsinə baxaq. Lövhenin üst qatının yuxarı müstəvisində

$$Q_{21}^{(2)} \Big|_{y_2^{(2)} = \lambda_2^{(2)} \frac{H^{(2)}}{2}} = 0; \quad Q_{22}^{(2)} \Big|_{y_2^{(2)} = \lambda_2^{(2)} \frac{H^{(2)}}{2}} = -P_0 e^{i\omega t} \delta(y_1 - Vt) \quad (11)$$

sərhəd şərtləri ödənilir.

Burada  $V$  və  $\omega$  kəmiyyətləri hərəkətdə olan  $P_0$  amplitudlu qüvvənin sürəti və tezliyini ifadə edir.

Fərz edilir ki, laylar arasında və alt layla bərk özül arasında ideal kontakt vardır:

$$U_i^{(2)} \Big|_{y_2^{(2)} = -\lambda_2^{(2)} \frac{H^{(2)}}{2}} = U_i^{(1)} \Big|_{y_2^{(1)} = \lambda_2^{(1)} \frac{H^{(2)}}{2}}$$

$$Q_{22}^{(2)} \Big|_{y_2^{(2)} = -\lambda_2^{(2)} \frac{H^{(2)}}{2}} = Q_{2i}^{(2)} \Big|_{y_2^{(1)} = \lambda_2^{(1)} \frac{H^{(2)}}{2}} \quad (12)$$

$$U_i^{(1)} \Big|_{y_2^{(1)} = \lambda_2^{(1)} \frac{H^{(1)}}{2}} = 0, \quad (i = 1, 2)$$

Qeyd edək ki, başlanğıc deformasiya olmayan halda, yəni  $\lambda_1^{(m)} = \lambda_2^{(m)} = 1$ , olduqda baxılan məsələ elastik dalğaların klassik nəzəriyyəsi çərçivəsində baxılan uyğun məsələyə çevrilir.

Qeyd edək ki,

$$y_1^1 = y_1^{\prime(m)} = y_1^{\prime(m)} = y_1 - Vt, \quad y_2^{\prime(m)} = y_2^{(m)} \quad (13)$$

Axtarılan kəmiyyətləri  $g(y_1^{\prime(m)}, y_2^{(m)}, t) = \bar{g}(y_1^{\prime(m)}, y_2^{(m)})e^{iot}$  şəklində ifadə edərək, (3), (4) tənliklərindən yerdəyişmənin amplitudası üçün alırıq:

$$\omega'_{kj\alpha\beta}{}^{(m)} \frac{\partial^2 U_\alpha^{(m)}}{\partial y_k^{(m)} \partial y_\beta^{(m)}} = \frac{1}{(C_2^{(m)})^2} \left( V^2 \frac{\partial^2 U_j^{(m)}}{\partial (y_1^{(m)})^2} - 2i\omega V \frac{\partial^2 U_j^{(m)}}{\partial y_1^{(m)}} - \omega^2 \frac{\partial^2 U_j^{(m)}}{\partial (y_1^{(m)})^2} \right) \quad (14)$$

burada

$$\omega'_{kj\alpha\beta}{}^{(m)} = \frac{\omega^{(m)}_{kj\alpha\beta}}{\mu^{(m)}}, \quad C_2^{(m)} = \sqrt{\frac{\mu^{(m)}}{\rho^{(m)}}}$$

(14) tənliyində  $y_1^{(m)}, y_2^{(m)}$ , üzərindəki ştrixlər, həmçinin,  $U_j^{(m)}$  üzərindəki xətlər buraxılmışdır. Bundan əlavə, (13) çevirmələrindən sonra (12) kontakt şərti öz gücündə qalır, lakin (11)-də olan ikinci şərt aşağıdakı şəkllə düşür:

$$Q_{22}^{(2)} \Big|_{y_2^{(2)} = -\lambda_2^{(2)} H^{(2)}/2} = -P_0 \delta(y_1^{(2)})$$

Beləliklə, axtarılan kəmiyyətlərin amplitudlarını təyin etmək üçün qapalı tənlik sistemini, sərhəd və kontakt şərtlərini alırıq. Bu məsələni həll etmək üçün Furiyenin

$$f_F(S, y_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y_1, y_2) e^{-isy_1} dy_1$$

inteqral çevirməsindən istifadə edilir.

Müəyyən çevirmələrdən sonra yerdəyişmələr üçün aşağıdakı tənliklər alınır:

$$\frac{d^4 U_{2F}^{(m)}}{d(\bar{y}_2^{(m)})^4} + \alpha^{(m)} \frac{d^2 U_{2F}^{(m)}}{d(y_2^{(m)})^2} + b_1^{(m)} U_{2F}^{(m)} = 0;$$

$$\frac{d U_{1F}^{(m)}}{dy_2^{(m)}} = i \left( a^{(m)} U_{2F}^{(m)} + b^{(m)} \frac{d^2 U_{2F}^{(m)}}{d(y_2^{(m)})^2} \right) \quad (15)$$

burada

$$a^{(m)} = \frac{-\psi^{(m)} + \bar{S}^2 \omega_{1221}^{1(m)}}{\bar{S}(\omega_{1221}^{1(m)} + \omega_{1221}^{1(m)})} ; \quad b^{(m)} = \frac{\omega_{1221}^{1(m)}}{\bar{S}(\omega_{1221}^{1(m)} + \omega_{1221}^{1(m)})}$$

$$a_1^{(m)} = \left[ b^{(m)} (-\psi^{(m)} - \bar{S}^2 \omega_{1111}^{1(m)}) + a^{(m)} \omega_{2112}^{1(m)} + \bar{S}(\omega_{1122}^{1(m)} + \omega_{2121}^{1(m)}) \right] (\omega_{2111}^{1(m)} b^{(m)})^{-1}$$

$$b_1^{(m)} = a^{(m)} \left( -\psi^{(m)} - \bar{S} \omega_{1111}^{1(m)} \right) (\omega_{2112}^{1(m)} b^{(m)})^{-1}$$

$$\psi^{(m)} = \frac{(C_2^{(2)})}{(C_2^{(m)})^2} \left( -\bar{S}^{-2} C^2 + 2\Omega C \bar{S} - \Omega^2 \right)$$

$$C = \frac{V}{C_2^{(2)}} \quad \Omega = \frac{\omega H^{(2)}}{C_2^{(2)}} \quad \bar{S} = SH^{(m)} \quad (16)$$

(15) tənliyinin  $U_{2F}^{(m)}$  həlli aşağıdakı kimidir.

$$U_{2F}^{(m)} = A_1^{(m)}(s) e^{k_1^{(m)} \cdot y_2^{(m)}} + A_2^{(m)}(s) e^{-k_1^{(m)} \cdot y_2^{(m)}} + A_3^{(m)}(s) e^{k_2^{(m)} \cdot y_2^{(m)}} + A_4^{(m)}(s) e^{-k_2^{(m)} \cdot y_2^{(m)}}$$

burada

$$K_1^{(m)} = \sqrt{-\frac{a_1^{(m)}}{2} + d_1^{(m)}}, \quad K_2^{(m)} = \sqrt{-\frac{a_1^{(m)}}{2} - d_1^{(m)}}, \quad d_1^{(m)} = \sqrt{\frac{(a_1^{(m)})^2}{4} - b_1^{(m)}}$$

$K_1^m$  və  $K_2^m$  həqiqi ədədlərdir və  $K_1^m > 0$ ,  $K_2^m > 0$ -dır.  $\Omega > 0$  olduqda  $K_1^m$  və  $K_2^m$  kompleks ədədlər ola bilər.

Müəyyən riyazi əməliyyatlardan sonra sərhəd və kontakt şərtlərindən axtarılan kəmiyyətlərin Furye çevirmələrinə daxil olan  $A_1^{(1)}(S), A_2^{(1)}(S), A_3^{(1)}(S), A_4^{(1)}(S), A_1^{(2)}(S), A_2^{(2)}(S), A_3^{(2)}(S), A_4^{(2)}(S)$  naməlum sabitlərinə nəzərən cəbri tənliklər sistemi alınır. Həmin kəmiyyətlərin orijinaları

$$f(y_1, y_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f_F(S, y_2) e^{isy_1} ds \quad (17)$$

ifadəsi ilə təyin edilir.

Qeyd edək ki, (17) inteqralının hesablanması zamanı sinqulyar nöqtələrin varlığını nəzərə almaq lazımdır. Həmin sinqulyar nöqtələr

$$\det \left\| \alpha_{nm} \left( V(SH^{(2)}) \right) \right\| = 0, \quad n, m = 1, 2, \dots, 8 \quad (18)$$

tənliklərinin sıfırlarıdır.

Burada  $\alpha_{nm}$  – tənliklərdə iştirak edən naməlum sabitlərin əmsallarıdır.

(18) tənliyinin həllində “parçanın yarıya bölünməsi” alqoritmindən istifadə edilir. Məsələnin parametrlərinin qiymətlərini qeyd edərək,  $SH^{(2)}$  üçün qiymətlər verərək, (18) tənliyini ödəyən  $V$  -lər üçün qiymətlər tapılır. Əgər  $V$  -nin tapılan qiymətinin  $r$  tərtibi  $0 < r < 1$  intervalında yerləşirsə, onda (17) inteqralı mə'lum alqoritmlərin köməyi ilə hesablanır.  $r = 1$  olan halda göstərilən inteqral Koşinin baş qiyməti mə'nasında hesablanır. Lakin  $r < 0$  olduqda (17) –nin mə'nası olmur və həmin tərtibə uyğun yüklənmənin hərəkət sürətinin qiymətinə böhran sürəti deyilir. Bu halda isə rezonans hadisəsi baş verir. Qeyd edək ki, (18) tənliyinin həllindən tapılmış  $V = V(SH^{(2)})$  asılılıq qrafiki böhran sürətində minimum və maksimuma malik olur.

Dissertasiya işində böhran sürətinin digər ədəbiyyatlarında istifadə olunmuş bə'zi tərifləri gətirilir və onların ekvivalentliyi isbat edilir. Bundan

əlavə, göstərilir ki, vibro-hərəkətli qüvvənin tə'siri nəticəsində Dopler effekti yaranır. Nəhayət, ikinci fəsildə gərginlik və yerdəyişmələrin hesablanması üçün analitik ifadələr alınır.

Üçüncü fəsildə ədədi nəticələr təqdim olunur və onların analizi aparılır. Həmin nəticələrin alınmasında  $\frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(1)}} = \frac{\lambda^{(2)}}{\mu^{(2)}} = 1.5$  olduğu qəbul

edilir.  $C = \frac{v}{C_2^{(2)}}$  – işarələməsi daxil edilir və  $\frac{\mu^{(2)}}{\mu^{(1)}}$ ,  $\frac{H^{(1)}}{H^{(2)}}$ ,  $\frac{\rho^{(1)}}{\rho^{(2)}}$

parametrlərinin  $C$  – nin  $C_{kp}$  ilə işarə edilmiş böhran qiymətinə tə'siri tədqiq edilir. Aparılan hesablar nəticəsində tə'yin edilir ki, lövhənin üst qatının sərtliyi alt qatının sərtliyinə nisbətən böyük olduqda böhran sürəti yaranır.

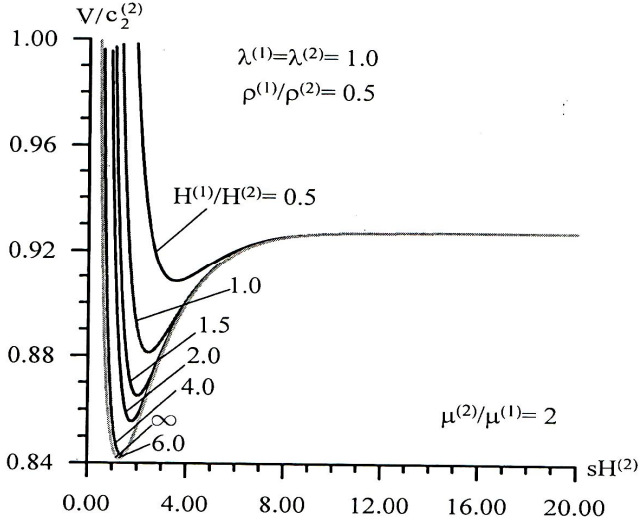
Qeyd edək ki, böhran sürətini tə'yin edərkən, əvvəlcə,  $V = V(SH^{(2)})$  asılılıq qrafiki  $-\infty < SH^{(2)} < \infty$  intervalında qurulur.

$\Omega = 0$  olan halda göstərilən qrafik  $SH^{(2)} = 0$  oxuna nəzərən simmetrikdir.  $\Omega > 0$  olduqda  $\frac{dV}{d(SH^{(2)})} = 0$  bərabərliyi ödənilir. Bu

zaman simmetriklilik pozulur və aşağıdakı iki hal meydana çıxır. Bu müxtəlif hallar  $SH^{(2)} < 0$  və  $SH^{(2)} > 0$  olduqda yaranır. Bu hallardan tapılan böhran sürətləri bir-birindən fərqlidir.  $\Omega = 0$  halında simmetriyaya görə böhran sürətlərinin qiymətləri üst-üstə düşür.

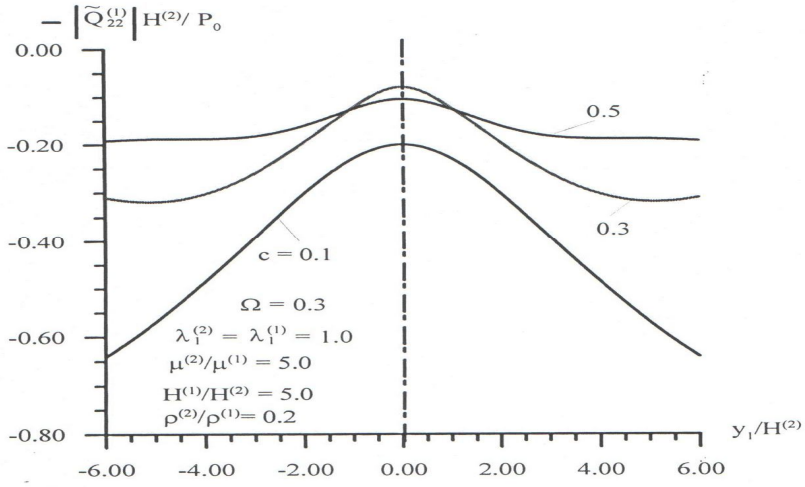
Deyilənləri aydın təsəvvür etmək üçün Şək. 2-də  $\frac{V}{C_2^{(2)}}$  və  $SH^{(2)}$  arasında

$\Omega$  -nın müxtəlif qiymətlərində asılılıq qrafiki qurulmuşdur.



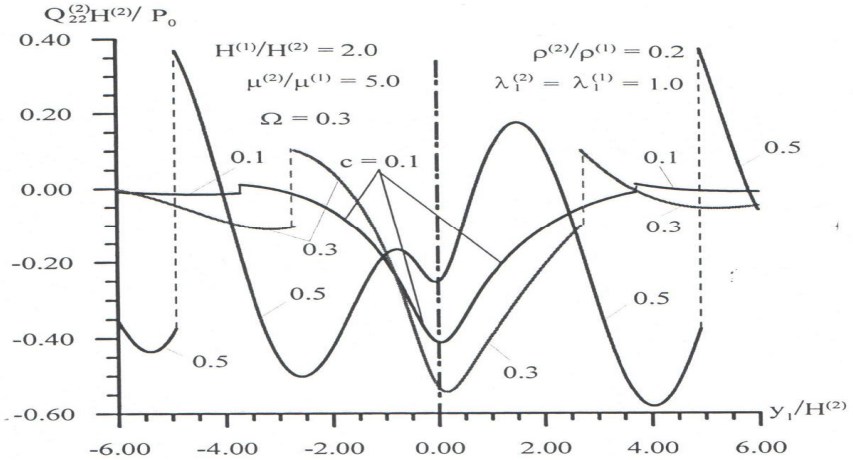
**Şəkil 2.**

Dissertasiya işində vibrasiya tezliyinin böhran sürətinin qiymətinə təsirinə aid məsələlər daha ətraflı analiz edilmişdir. İndi isə laylararası müstəvilərdə təsir edən normal gərginliklərin paylanmasına dair alınmış nəticələrdən bəzi fraqmentlərə baxaq. Şək. 3-də  $\frac{y_1}{H^{(2)}}$ ,  $y_2^{(2)} = -\frac{\lambda_2^{(2)} H^{(2)}}{2}$  -dən asılı  $|\tilde{Q}_{22}^{(2)}|$  paylanması göstərilmişdir,  $|\tilde{Q}_{22}^{(2)}|$  -ifadəsi  $Q_{22}^{(2)} = |\tilde{Q}_{22}^{(2)}| \cos(\alpha_{22}^2 + \omega t)$  gərginliyinin amplitudasını göstərir.  $\alpha_{22}^2 = \alpha_{22}^2(y_1)$  ifadəsi dissertasiyada göstərilmiş uyğun düsturlarla hesablanır.



Şəkil 3.

Şək. 4-də isə  $\omega t = \frac{\pi}{4}$  və  $y_2^{(2)} = -\frac{\lambda^{(2)} H^{(2)}}{2}$  olduqda  $|Q_{22}^{(2)}|$ -nin paylanmasına aid fraqmentlər verilib.



Şəkil 4

Ədədi hesablamalardan aşağıdakı nəticələr alınır:

Lövhənin alt qatının qalınlığının artımı ilə vibro-hərəkətli qüvvənin böhran sürəti azalır. Böhran sürəti yalnız üst layın materialının sərtliyi altqatın materialının sərtliyinə nisbətən böyük olan halda yaranır. Hərəkətli qüvvənin vibrasiyası nəticəsində iki tip böhran sürəti əmələ gəlir. Bu sürətlərdən biri hərəkətli qüvvənin vibrasiyası olmayan halda alınan böhran sürətindən kiçik, digəri isə böyük olur. Lövhənin üst layının başlanğıc dartılması hesabına hərəkətli qüvvənin böhran sürətinin qiyməti artır, alt layının başlanğıc gərilməsinin böhran sürətinin qiymətinə təsiri qeyri monotondur.

Vibrasiya olmayan halda alınan böhran sürətinə nisbətən kiçik (böyük) birinci (ikinci) böhran sürətinin qiyməti vibro-hərəkətli qüvvənin tezliyinin artması ilə azalır (artır). Vibrasiyalı və vibrasiyasız hərəkətdə olan qüvvənin təsiri nəticəsində qatlarası müstəvilərdə təsir edən normal gərginliklərin mütləq qiymətləri qüvvənin hərəkət sürətinin və vibrasiya tezliyinin artması nəticəsində artır. Bu nəticə qüvvənin hərəkət sürəti böhran sürətindən və vibrasiyanın tezliyi rezonans tezliyindən kiçik olan halda alınır. Vibro-hərəkətli qüvvənin təsiri nəticəsində yuxarıda göstərilən normal gərginliyinin paylanması kəsilmə nöqtələrinə malikdir və həmin kəsilmə nöqtələrindəki alt layın qalınlığına nəzərən sıçrayışlar artımı hesabına artır. Vibrasiyasız lakin hərəkətsiz və ya vibrasiyalı lakin hərəkətli qüvvənin təsiri nəticəsində gərginlik və yerdəyişmələrin paylanması tətbiq nöqtəsinə nəzərən simmetrik (və ya qeyri-simmetrik) olur. Vibro-hərəkətli qüvvənin təsiri zamanı göstərilən simmetriklik (və ya antisimetriya) pozulur.

Alt layın qalınlığının artması zamanı rezonans tezliyinin qiyməti, həmçinin normal gərginliyin qiyməti azalır. Lövhənin üst qatının başlanğıc gərilməsi normal gərginliyin mütləq-dominant qiymətinin azalmasına gətirir.

Alınan nəticələr lövhənin laylarında başlanğıc deformasiyanın olmadığı halda da klassik xətti elastodinamika nəzəriyyəsi çərçivəsində yenidir.



## **Dissertasiya işinin əsas məzmunu aşağıdakı məqalələrdə çap olunmuşdur**

1. S.D.Akbarov, O.H.Rzayev, K.A.Salmanova: On the dynamics of vibromotive forces acting on two-layer slab with finite initial strains, resting on the rigid foundation. //Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, XXVIII, 2008.p.127-136

2. О.Г.Рзаев, К.А. Салманова. Динамика вибро-движущихся сил, действующих на слой с конечными начальными деформациями, лежащие на жестком основании/ Тезисы международного симпозиума” Современные проблемы математики, механики и информатики». Нахçıvan, 2007, стр.79-80.

3. S.D.Akbarov, K.A.Salmanova: On the dynamics of a finite pre-stressed bi-layered slab resting on a rigid foundation// Journal of Sound and Vibration, 327, 2009, p.454-472.

4. S.D.Akbarov, K.A.Salmanova: Rijid zemin üzerine oturan sonlu ön şekil deęiřtirmeleri olan iki katlı levhaya etki eden titreřimli hareketli yükün dinamięi// XVI Ulusal Mexanik Kongresi-Bildiriler, 22-26 Haziran 2009, Kayseri s.105-114.

5. К.А.Салманова Напряженное состояние в двухслойной плите с конечными начальными деформациями лежащей на жестком основании вызванной с вибро-движущихся сил.//Теоретическая и прикладная механика. 2009, №1, стр.64-73.

6. Salmanova K.A. О влиянии эффекта Доплера на распределение напряжений в двухслойной плите с конечными начальными деформациями при действии на них вибро-движущихся сил. //Азербайджанский Технический Университет. Ученые Записки.т:2, №2, 2015, стр.135-143.

7. Ismailov M.I., Salmanova K.A. The influence of the initial stressed on the dynamics of the moving load acting on the hydro-elastic system consisting of the pre-stressed plate, compressible viscous fluid and rigid wall.//Transactions of NAS of Azerbaijan, series of physical-technical and mathematical science,XXXV,2015,№1, p.114-119.

8. Salmanova K.A.On the dynamics of the oscilating moving load acting on the restrained balayed slab resting on a rigid foundation //Transactions of NAS of Azerbaijan, series of physical-technical and mathematical science, 2015.№7.

# **Динамика вибро-движущихся сил, действующих на двухслойную плиту с начальными деформациями, лежащую на жестком основании**

## **РЕЗЮМЕ**

Диссертация посвящена исследованию динамики двухслойной панели с начальной деформацией, лежащей на жестком основании под давлением вибро-движущих сил на поверхности однородной объектной модели, включая Трехмерную Линеаризированную Теорию Распространения Упругих Волн в Телах с Начальным и Напряжением и (ТЛ ТРУВ ТНН).

Научно-исследовательская работа состоит из 3 глав. Первая глава посвящена трехслойному линейному объекту, впрессованному нелинейных деформациях и упрощенных соотношениями мононитиал деформациях.

Во второй главе речь идет о структуре материала с учетом соотношений уравнений ТЛ ТРУВ ТНН и связи для конечно-деформационных объектов, частично лежащих на абсолютно жестком основании на поверхности моноднородной модели, динамики вибродвижущих силы, воздействующих на двухслойную панель.

Разработан метод решения соответствующих вопросов и соответствующих граничных задач, относящихся к соответствующим маркам.

Для получения результатов, были составлены алгоритм и пакет программ.

Определены некоторые механические эффекты, связанные с толщиной слоев панели, а также механических особенностей слоев включенных с уравнения упругость, написаны с гармоническим потенциалом конечно начальных деформаций.

Все вопросы, касающиеся структуры материала рассматриваются в соответствии с уравнениями ТЛ ТРУВ ТНН и связям и для конечно деформационных объектов, частично лежащих на абсолютном жестком основании на поверхности однородной модели, впервые определена динамика вибро-активных сил, воздействующих на двухслойную панель.

**Kamala Arif gızı Salmanova**

**The dynamics of twofold panel having initial deformation put on absolute hard base under the pressure of vibro-active load.**

**Summary**

The dissertation is dedicated to the investigation of the dynamics of twofold panel having initial deformation put on absolute hard base under the pressure of vibro-active load on the ground of homogeneous object model including DBCUXDN.

The research work consists of 3 chapters. The first chapter deals with threefold lined objects which are pressed in nonlined deformations and simplified relations in mononitial deformations.

The second chapter deals with the structure of the matter taking into consideration the relations of DBCUXDN equation and connection for ending deformative objects, partly laid on absolute solid base on the ground of monohomogeneous model, dynamics of vibro-active force effecting twofold panel.

The solving method of corresponding issues and corresponding border matters belonging to relevant marks have been worked out. For getting figure results, algorithm and packet programs have been compiled.

Some mechanical effects connected with the thickness of panel strata, as well as mechanical features of layers included into elastic relations written with harmonic potential of ending initial deformations have been defined.

All issues regarding the structure of the matter taking, into consideration the relation of DBCUXDN equation and connection for ending deformative objects, partly laid on absolute solid base on the ground of homogeneous model, dynamics of vibro-active force effecting twofold panel have been solved for the first time

---

Format 60x84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Sifariş № 04  
Kağız əla növ. Tiraj 100 nüsxə  
*“Politex ” MMC-nin mətbəəsi*

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**  
**БАКИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

*На правах рукописи*

**КАМАЛА АРИФ кызы САЛМАНОВА**

**Динамика вибро-движущихся сил, действующих на  
двухслойную плиту с начальными деформациями,  
лежащую на жестком основании**

**АВТОРЕФЕРАТ**

Диссертации на соискание ученой степени доктора  
философии по математике

**БАКУ-2016**