

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ
РЕСПУБЛИКИ

БАКИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

АЙНУРА ИЛЬЯС ГЫЗЫ ХУДИЕВА

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ
ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ КАПИЛЛЯРНЫХ ЭФФЕКТОВ**

2003.01 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой
степени доктора философии по математике

Баку – 2015

Работа выполнена в Институт Математики и Механики
НАН Азербайджана

Научный руководитель: доктор физико-математических
наук профессор, академик
Международной Академии
Информатизации **Ф.Б. Нагиев**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических
наук, профессор **Л.Х. Талыблы**

кандидат физико-математических
наук, доцент **М.С. Асланов**

Ведущая организация:
Азербайджанский Государственный Университет Нефти и
Промышленности (кафедра «Разработка и эксплуатация нефтяных
месторождений»).

Защита диссертации состоится « 10 » ноября 2015 г., в 14⁰⁰
часов, на заседании Диссертационного Совета FD.02.016 при
Бакинском Государственном Университете по адресу: AZ1148, г.
Баку, ул. З.Халилова, 23.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке
Бакинского Государственного Университета.

Автореферат разослан « 8 » октябрь 2015 г.

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ
Диссертационного Совета F.D.02.016
доктор математических наук, профессор **Н.К. Ахмедов**

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Волны на воде издавна привлекали к себе внимание исследователей. Это связано с широким распространением этого явления в природе, поэтому моделирование волновых движений представляет интерес, как для фундаментальных исследований, так и для практических приложений. В частности, изучение динамики стратифицированной жидкости с кусочно-постоянной плотностью имеет приложения к задачам океанологии и исследования слоистой (разделенной на почти однородные по плотности горизонтальные слои) структуры верхнего слоя океана. Важной особенностью таких движений является развитие внутренних волн за счет передачи импульса от одного слоя к другому.

Задача о моделировании движения внутренних и поверхностных волн при течении двухслойной несмешивающейся жидкости является также одной из самых актуальных задач в исследовании процессов нефтедобычи. Нефтяные компании проявляют большой интерес к повышению нефтеотдачи за счет переменных (акустических, вибрационных, сейсмических и т.д.) воздействий на нефтяные пласты. В связи с этим результаты, полученные при решении задачи о влиянии вибрационного воздействия на скорость распространения и затухания интересны с точки зрения изучения процессов, характерных при добыче нефти.

Цель работы состоит в моделировании течения вязкой жидкости в каналах и бассейнах и включает в себя исследование влияния вязких сил на эволюцию волн на границе раздела двухслойной жидкости, а также изучение зависимостей характеристик волн от параметров, характеризующих динамику волновых процессов в каналах. Моделирование этих процессов предполагает вывод системы дифференциальных уравнений и решение с применением различных математических методов.

Научная новизна результатов, полученных в работе, сводится к следующим положениям.

1. Предложена математическая модель идеальной сжимаемой жидкости для описания распространения длинноволновых возмущений в пузырьковой жидкости. Особое внимание уделяется влиянию на затухание возмущений сжимаемости жидкости за счет

наличия газовых пузырьков. Получено обобщенное выражение фазовой скорости на случай наличия в жидкости пузырьков газа.

2. Построена математическая модель распространения длинных поверхностных и внутренних волн по слоям стратифицированной вязкой жидкости. Для поверхностной и внутренней волн с точностью до второго приближения по малому параметру аналитически определены зависимости фазовых скоростей, декрементов затухания от частоты колебаний.

3. Установлено, что независимо от частоты возмущений, фазовая скорость внутренних волн меньше, чем фазовая скорость волны, распространяющейся на свободной поверхности. Причем демпфирование внутренних волн происходит интенсивнее, чем поверхностных.

4. Проанализировано влияния отношения плотностей, вязкостей и толщин слоев на характеристики колебания на обеих поверхностях двухслойной жидкости.

5. Построена математическая модель, позволяющая определить влияние поверхностного натяжения на эволюцию волн на поверхности вязких жидкостей, вызванных воздействием случайной нагрузки.

6. Рассмотрена проблема распространения нестационарных плоских изгибных волн в пластине, вызванных действием нормальной случайной силы. Получена формула, учитывающая скачок давления вызванного силами поверхностного натяжения на обеих сторонах контакта между вязкоупругой пластиной и несжимаемой жидкостью.

7. Определена критическая форма нагрузки вдоль поверхности двухслойной жидкости, приводящая к неустойчивости, то есть к резонансу.

8. Изучено влияние тангенциальных усилий на границах пластин на дисперсию нелинейных волн на поверхности горизонтального потока стратифицированной двухслойной жидкости между неподвижными горизонтальными пластинами.

9. Показано, что при учете сил поверхностного натяжения существуют два типа уединенных волн на свободной поверхности и поверхности раздела стратифицированной жидкости: классическая волна и уединенно - обобщенные волны.

Методы исследования. При построении математической модели использовались методы механики многофазных сред и теории поверхностных волн. Для решения поставленных задач применялись методы возмущения, разделения переменных, а также методы интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Научно-практическая значимость. Результаты, полученные в диссертации, развивают теорию поверхностных волн. Они могут быть использованы для моделирования гидродинамических процессов, происходящих в вязких и пузырьковых жидкостях при их протекании в каналах и реках различной формы поперечного сечения.

Результаты, полученные при решении задачи о влиянии вибрационного воздействия на скорость распространения и затухания волн важны с точки зрения изучения процессов, характерных при добыче нефти.

Достоверность полученных результатов и выводов определяется применением хорошо разработанных математических методов, в том числе метода малого параметра, использованного ранее при решении многочисленных прикладных задач, а также тем, что из полученных в диссертации результатов следуют как частные случаи классические результаты теории поверхностных волн.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на семинарах отдела «теории ползучести» Института Математики и Механики НАН Азербайджана, кафедры математики и кафедры прикладной механики Азербайджанской Государственной Морской Академии, на международных конференциях.

Публикации. Основное содержание диссертации отражено в 7 печатных работах.

Личный вклад автора. В процессе выполнения диссертационной работы автор принимал непосредственное участие в постановке задачи, выборе и реализации методов их решения, физическом анализе и интерпретации результатов математического исследования.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем работы составляет 135 страницы. Содержит 25 рисунков. Библиографический список насчитывает 115 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении диссертации обосновывается актуальность темы диссертационной работы, дается обзор работ, непосредственно примыкающих к теме диссертации, формулируется цель исследования, приводится краткое содержание диссертации.

Первая глава является вводной и служит основой для разработки модели распространения волн в однослойной и двухслойной вязкой жидкости. Она посвящена изучению волновых явлений в неглубоких каналах.

В первом параграфе рассматривается течение несжимаемой вязкой однослойной жидкости в поле силы тяжести. Предполагается, что жидкость лишена внутреннего трения о стенки и дно канала, а уровень жидкости над дном канала является малой величиной по сравнению с характерными размерами течения, размерами неровностей дна (рис.1).

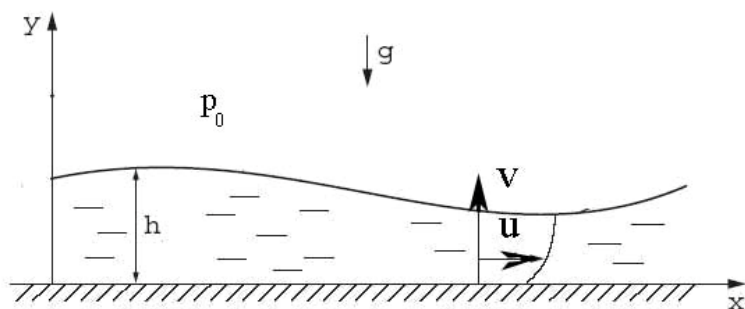


Рис. 1. Схематическое изображение, показывающее слой жидкости переменной глубины.

Где h - глубина жидкости и y - вертикальная координата произвольной точки в толще воды.

Система определяющих уравнений записывается в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= -g; \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где u и v - компоненты вектора скорости, ρ - плотность жидкости; μ - вязкость; $p(x, y, t)$ - гидродинамическое давление.

Рассмотрены плоские гармонические во времени волны на поверхности вязкой жидкости. Получено и исследовано характеристическое уравнение, определяющее скорости распространения и декременты затухания возмущений в жидкости. Подробно обсуждается вопрос о диссипации и дисперсии волн.

Получены выражения для декрементов затухания

$$\sigma = k_{**}, \quad \Lambda = 2\pi \frac{k_{**}}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{\sqrt{2(G_2^2 + G_3^2)} - (G_2 + G_3)}{\sqrt{2(G_2^2 + G_3^2)} + (G_2 + G_3)}} \quad (2)$$

и фазовой скорости:

$$v_\phi(\omega) = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k(\omega)} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{G_1 \chi (G_2 + G_3)}{G_2^2 + G_3^2} + \sqrt{\frac{2G_1^2 \chi^2}{G_2^2 + G_3^2}}} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} G_1 &= e^{4\chi} + 2e^{2\chi} \cdot \cos 2\chi + 1, \quad G_2 = G_1 \chi - e^{4\chi} + 1, \\ G_3 &= G_1 \chi - 2e^{2\chi} \cdot \sin 2\chi, \quad \chi = \sqrt{\frac{\omega \cdot \text{Re} \cdot \varepsilon}{2}} \end{aligned} \quad (4)$$

Исследована асимптотика поведения декрементов затухания фазовой скорости при малых (больших) значениях параметра χ , что соответствует малым (большим) значениям частот или чисел Рейнольдса Re .

При $\chi \ll 1$ получаем:

$$G_1 \approx 4 + 8\chi + 8\chi^2 + \frac{16}{3}\chi^3, \quad G_2 \approx -\frac{8}{3}\chi^3, \quad G_3 \approx \frac{8}{3}\chi^3, \quad k \approx k_{**}$$

$$\sigma \sim \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{\omega}{Re \cdot \varepsilon}}, \quad \Lambda \sim 2\pi, \quad v_\phi(\omega) \sim \frac{2}{\sqrt{3}}\chi \quad (5)$$

Таким образом, для высоковязких жидкостей в размерном виде получаем значения декремента затухания и фазовой скорости:

$$\sigma \sim \frac{1}{h_{00}} \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{\omega\mu}{h_{00}g\rho_0}}, \quad \left(\frac{1}{m}\right), \quad v_\phi \sim h_{00} \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{\omega\rho_0gh_{00}}{\mu}}, \quad \left(\frac{m}{s}\right) \quad (6)$$

При $\chi \gg 1$ получаем:

$$G_1 \approx e^{4\chi}, \quad G_2 \approx \chi \cdot e^{4\chi}, \quad G_3 \approx \chi \cdot e^{4\chi},$$

что свидетельствует о наличии вещественного корня у дисперсионного уравнения. Такое поведение уравнения относится к случаю невязкой жидкости (т.е. собственные потери в пористой среде отсутствуют):

$$\Lambda \sim 0, \quad v_\phi(\omega) \sim 1 \quad (v_\phi(\omega) \sim \sqrt{gh_{00}}, \left(\frac{m}{s}\right))$$

Расчеты показывают, что из-за наличия вязкости колебания затухают вдоль потока. Происходит дисперсия, рассеивание волны, фазовая скорость увеличивается, а логарифмический декремент затухания уменьшается при увеличении частоты. Причем влияние вязкой диссипации на линейный декремент затухания и фазовую скорость существенно при очень низких частотах. Часть энергии в каждый момент времени из-за наличия вязкости постоянно теряется. Поэтому в более вязкой жидкости время существования волн меньше, чем в менее вязкой. В маловязких жидкостях волны могут распространяться на значительные расстояния.

Во второй главе Рассмотрена модель распространения возмущений с учетом вязкости и сжимаемости пузырьковой жидкости (рис. 2).

Причины затухания звуковых волн в жидкости не исчерпываются лишь вязкостью, теплопроводностью, релаксационными (молекулярными) процессами, т.е. поглощением. Например, в такой неоднородной среде, как морская вода, важной причиной затухания является рассеяние волны неоднородностями, рассредоточенными в толще воды. Особая роль здесь принадлежит таким рассеивателям, как газовые пузырьки.

Уравнение состояния пузырьковой жидкости записывается в виде:

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\alpha_{20}}{\frac{\rho_0}{\rho} - \alpha_{10}} \quad (7)$$

Здесь α_{20} и α_{10} - соответственно объемные содержания газа и жидкости в пузырьковой смеси. Пузырьковая жидкость является баротропной, т.е. давление зависит только от плотности, а гравитационные *волны* возникают под действием силы тяжести.

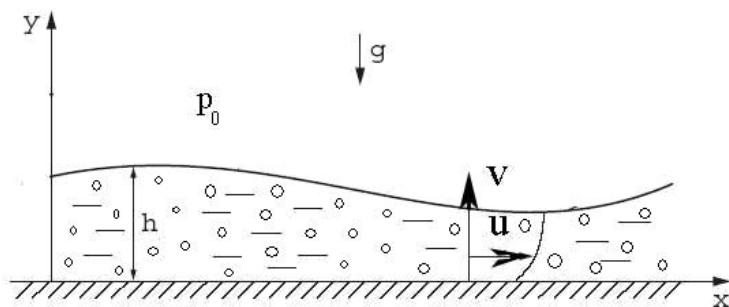


Рис. 2. Схематическое изображение, показывающее слой сжимаемой пузырьковой жидкости переменной глубины.

Особое внимание уделяется влиянию на затухание возмущений сжимаемости жидкости за счет наличия газовых пузырьков. Получено обобщенное выражение фазовой скорости на случай наличия в жидкости пузырьков газа.

В этой же главе рассмотрена математическая модель распространения длинноволновых возмущений в потоке двухслойной вязкой стратифицированной жидкости со свободной границей.

Рассмотрен поток вязкой несжимаемой жидкости (рис. 3) в узком канале $0 \leq y \leq h(x, t)$. Слой стратифицированной жидкости переменной глубины $h(x, t)$ состоит из жидкости плотностью ρ_1 , вязкостью μ_1 , глубиной $h_1(x, t)$ и жидкости плотностью ρ_2 ($\rho_1 > \rho_2$), вязкостью μ_2 , глубиной $h_1(x, t) + h_2(x, t)$ ($h(x, t) = h_1(x, t) + h_2(x, t)$).

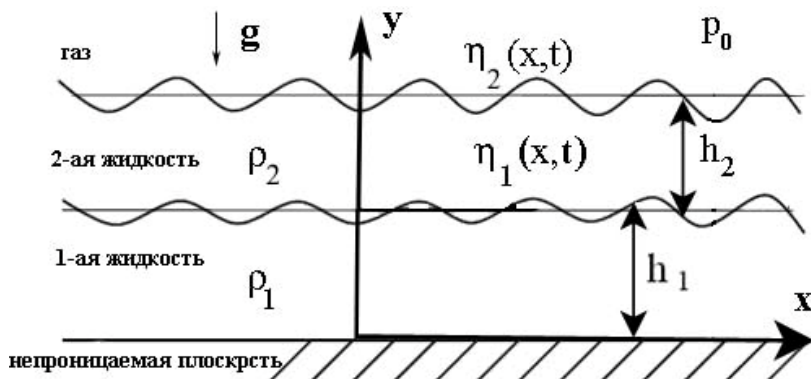


Рис. 3. Схематическое изображение, показывающее слой стратифицированной жидкости.

Система уравнений Эйлера для этой задачи записывается в виде:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} - \frac{\mu_1}{\rho_1} \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} = 0;$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{\mu_1}{\rho_1} \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial y} &= -g; \\
\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} &= 0. \\
\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} - \frac{\mu_2}{\rho_2} \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial x} &= 0; \\
\frac{\partial v_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} - \frac{\mu_2}{\rho_2} \left(\frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial y} &= -g; \\
\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} &= 0. \tag{8}
\end{aligned}$$

Граничным условием задачи имеют вид:

$$u_1(x, 0, t) = 0, \quad v_1(x, 0, t) = 0, \tag{9}$$

при $y = h_1(x, t)$: $\frac{\partial h_1}{\partial t} + u_1(x, h_1, t) \cdot \frac{\partial h_1}{\partial x} = v_1(x, h_1, t)$,

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + u_2(x, h_1, t) \cdot \frac{\partial h_1}{\partial x} = v_2(x, h_1, t),$$

$$p_1(x, h_1, t) = p_2(x, h_1, t), \quad u_1(x, h_1, t) = u_2(x, h_1, t),$$

$$v_1(x, h_1, t) = v_2(x, h_1, t), \quad \mu_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right) = \mu_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial x} \right)$$

при $y = h_1(x, t) + h_2(x, t)$:

$$\frac{\partial (h_1 + h_2)}{\partial t} + u_2(x, h_1 + h_2, t) \cdot \frac{\partial (h_1 + h_2)}{\partial x} = v_2(x, h_1 + h_2, t),$$

$$\frac{\partial u_2(x, h_1 + h_2, t)}{\partial y} = 0, \quad p(x, h_1 + h_2, t) = p_0$$

Анализируется дисперсионное уравнение, определяются корни уравнения, исследуется структура пульсаций. Получены асимптотические выражения, позволившие изучить поведения декрементов затухания и фазовой скорости при малых и больших

значениях параметра Рейнольдса, а также частоты колебаний. Проанализировано влияние вязкой диссипации на характеристики волн.

В отличие от однослойного течения для случая двухслойного течения получаем дисперсионное уравнение четвертого порядка, которое имеет решения:

$$\left(\frac{k_*}{\omega}\right)_I = \frac{\sqrt{\mu a \varphi_0}}{\phi_0},$$

$$\left(\frac{k_*}{\omega}\right)_{II} = -\frac{\sqrt{\mu a \varphi_0}}{\psi_0},$$

$$a = \chi(1+i), \quad \chi = \sqrt{\frac{\omega \operatorname{Re}_2 \varepsilon}{2}}, \quad \operatorname{Re}_1 = \frac{h_0 \cdot \sqrt{g h_0}}{\mu_1 / \rho_1}, \quad \operatorname{Re}_2 = \operatorname{Re}_1 / \mu \cdot \rho,$$

$$\mu = \mu_2 / \mu_1, \quad \varepsilon = h_0 / \lambda, \quad \rho = \rho_1 / \rho_2, \quad \lambda(\omega) = 2\pi / k(\omega),$$

$$\varphi_0 = \sqrt{\mu} \cdot sh[\sqrt{\mu a k_0}] \cdot sh[a(1-k_0)] + ch[\sqrt{\mu a k_0}] \cdot ch[a(1-k_0)],$$

$$\phi_0 = \left(1 - \frac{1}{\rho}\right) \cdot \left\{ 2\sqrt{\mu} sh[a(1-k_0)] \cdot [1 - ch(\sqrt{\mu a k_0})] \right. \\ \left. + \sqrt{\mu a k_0} \varphi_0 - sh(\sqrt{\mu a k_0}) \cdot ch[a(1-k_0)] \right\},$$

$$\psi_0 = e^{\sqrt{\mu a k_0}} \cdot \{ ch[a(1-k_0)] + \sqrt{\mu} sh[a(1-k_0)] \} - \varphi_0 (1 + \sqrt{\mu a}) \quad (10)$$

Таким образом, предлагаемая теория позволила выявить существование двух типов волн. Первая волна распространяется на границе раздела жидкостей. Вторая волна распространяется на свободной поверхности стратифицированной жидкости.

Получена асимптотика фазовых скоростей при высоких частотах, когда:

$$(v_\phi)_I \approx \sqrt{k_0 \left(1 - \frac{1}{\rho}\right)} \quad \text{и} \quad (v_\phi)_{II} \approx 1$$

Таким образом, из полученных асимптотик следует, что значение фазовой скорости внутренней волны при высоких частотах не зависит от вязкостей двухслойной жидкости, а

полностью определяется отношением плотностей и глубиной первого слоя. Значение фазовой скорости поверхностной волны определяется только глубиной канала.

Оба соотношения хорошо согласуются с результатами численных расчетов, приведенных на рис. 4, 5, 6.

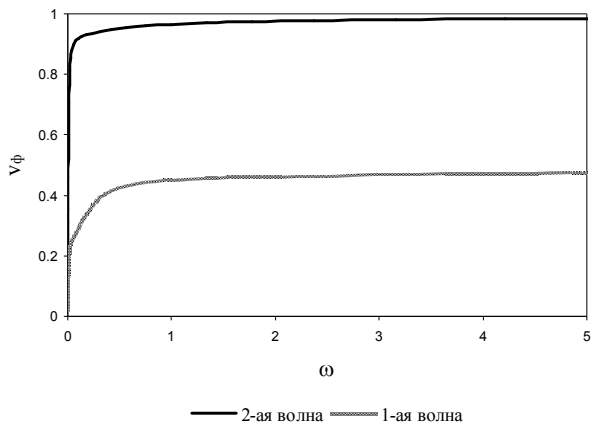


Рис. 4. Зависимость фазовой скорости от циклической частоты ω .

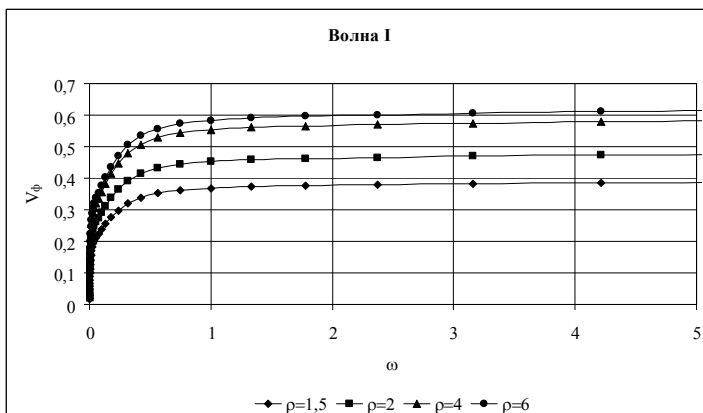


Рис. 5. Зависимость фазовой скорости от циклической частоты ω при различных значениях соотношения плотностей двухслойной жидкости.

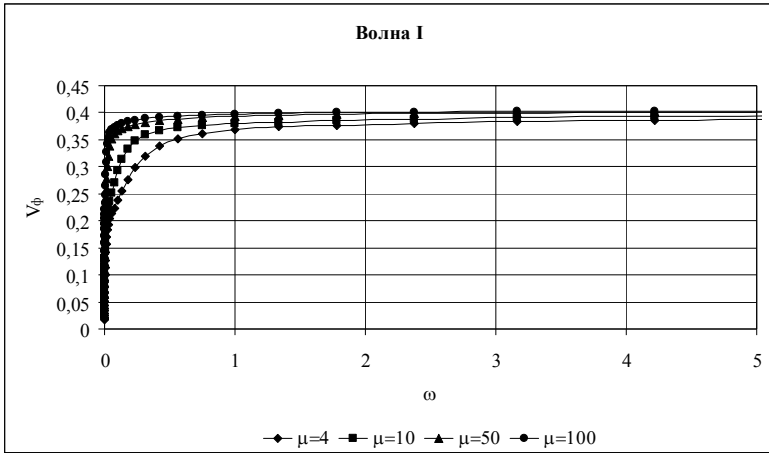


Рис. 6. Зависимость фазовой скорости от циклической частоты ω при различных значениях соотношения вязкостей двухслойной жидкости.

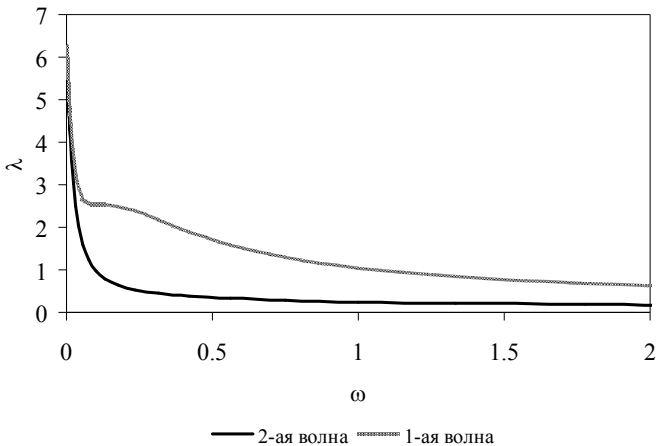


Рис. 7. Зависимость логарифмического декремента затухания от циклической частоты ω .

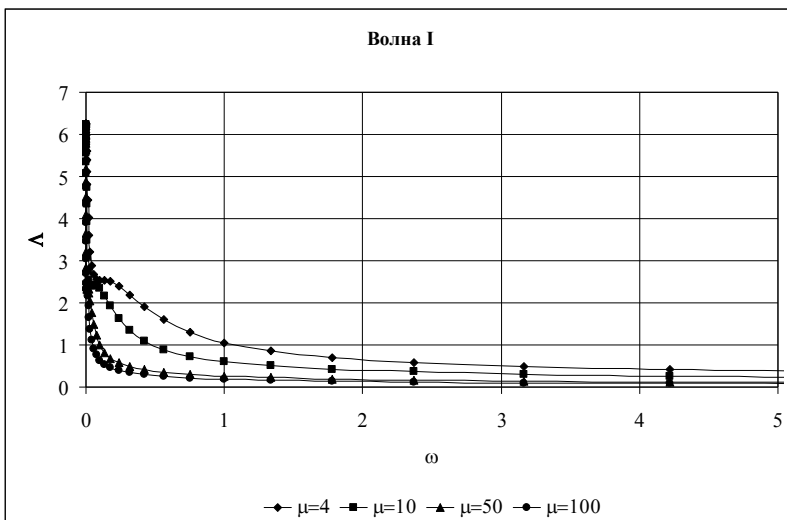


Рис. 8. Зависимость логарифмического декремента затухания волны от циклической частоты ω при различных значениях соотношения вязкостей двухслойной жидкости.

Третья глава посвящена построению математической модели, позволяющей определить влияние поверхностного натяжения на эволюцию волн на поверхности вязких жидкостей, вызванных воздействием случайной нагрузки.

В первом параграфе изучается распространение гравитационных капиллярных волн в плавающей пластине, вызванных случайной нагрузкой. Получена формула, описывающая распространение плоских нестационарных гравитационных капиллярных волн в пластине, вызванных нормальной случайной нагрузкой. В уравнении деформации учитывается присутствие скачка давления на обеих сторонах контакта между вязкоупругой пластиной и несжимаемой жидкостью, вызванного силами поверхностного натяжения. Выполнен анализ изгиба упругой пластины под действием перемещающегося с постоянной скоростью случайного груза.

Во втором параграфе изучаются нестационарные волны, вызванные воздействием силы по нормали к поверхности

двухслойной жидкости. Теоретически изучена динамика преобразования длинно-линейных волн в поверхности горизонтальной двухслойной стратифицированной жидкости в канале под действием нагрузки к границе. Получены различные уравнения для описания возмущений поверхности жидкости с учетом закона изменения сконцентрированного груза и силы поверхностного натяжения.

В третьем параграфе исследуются нелинейные возмущения на поверхности стационарных потоков двухслойной вязкой жидкости между двумя горизонтальными пластинами. Математически смоделирована динамика нелинейных возмущений на поверхности горизонтального стационарного потока двух стратифицированных вязких несжимаемых жидкостей между неподвижными пластинами. С учетом нестационарного трения на всех поверхностях для случая малых, но конечных амплитуд получено эволюционное волновое уравнение.

Показано, что диссипативные потери в возмущенном потоке на границе системы, особенно на стенах пластин, приводят к усилению затуханию волны.

В четвертом параграфе изучены уединенные волны в двухслойной жидкости с учетом поверхностного натяжения. Рассматривается устойчивость гидродинамической системы, когда слой более легкой жидкости со свободной поверхностью находится на слое более тяжелой жидкости. Показано, что два типа уединенных волн могут распространяться на свободной поверхности и поверхности раздела жидкостей: классическая волна и уединенно - обобщенные волны. Оказывается, что коэффициент поверхностного натяжения значительно больше влияет на скорость движения обобщенно - уединенных волн, чем на скорость классических уединенных волн.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ РАБОТЫ

1. Предложена математическая модель идеальной сжимаемой жидкости для описания распространения длинноволновых возмущений в пузырьковой жидкости. Особое внимание уделяется влиянию на затухание возмущений сжимаемости жидкости за счет

наличия газовых пузырьков. Получено обобщенное выражение фазовой скорости на случай наличия в жидкости пузырьков газа.

2. Исследованы особенности распространения поверхностных волн на свободной границе вязкой жидкости. Предложен аналитический подход для приближенного решения задач о распространении волн на границах тонкого по сравнению с длиной волны канала для выяснения структуры течения.

3. Получены асимптотики поведения декрементов затухания и фазовой скорости при малых и больших значениях частоты и чисел Рейнольдса, хорошо согласующиеся с численным решением задачи.

4. Изучены особенности распространения акустических волн с использованием двухслойной модели вязкой жидкости. Проанализировано влияние частоты возмущений, отношений плотностей, вязкостей и глубины слоев двухслойной жидкости на характеристики первой (внутренней) и второй (поверхностной) волны.

5. Построена математическая модель, позволяющая определить влияние поверхностного натяжения на эволюцию волн на поверхности вязких жидкостей, вызванных воздействием случайной нагрузки.

6. Рассмотрена проблема распространения нестационарных плоских изгибных волн в пластине, вызванных действием нормальной случайной силы. Получена формула, учитывающая скачок давления на обеих сторонах контакта между вязкоупругой пластиной и несжимаемой жидкостью.

7. Определена критическая форма нагрузки вдоль поверхности двухслойной жидкости, приводящая к неустойчивости, то есть к резонансу.

8. Изучено влияние тангенциальных усилий на границах пластин на дисперсию нелинейных волн на поверхности стратифицированной двухслойной жидкости.

9. Показано, что при учете сил поверхностного натяжения существуют два типа уединенных волн на свободной поверхности и поверхности раздела стратифицированной жидкости: классическая волна и уединенно - обобщенные волны.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Nəgıyev F.B., Khudiyeva A.İ. Steady motion of a two-layer ideal fluid in a vertical channel // Abstracts collection on new challenges in the European Area: International Baku Forum of young scientists. Baku 2013, p.92.
2. Xudiyeva A.İ. Kanallarda burulğanlı axının hidrodinamik şəkildə ətraflı hesablanması üsulları //Azərbaycan Texniki Universitetinin Elmi əsərləri Cild 1, №4, 2013, s.68-72.
3. Худиева А.И. Установившееся движения двухслойной идеальной жидкости в вертикальном канале //Neftqaz sahəsində qeyri-Nyuton sistemlər. Akademik A.X.Mirzəcanzadənin 85-illik yubileyinə həsr olunmuş Beynəlxalq Elmi Konfransın Materialları 2013, s.253-255.
4. Худиева А.И. Распространение возмущений в вязкой сжимаемой пузырьковой жидкости со свободной границей //Journal of Qafqaz university-mechanical and industrial engineering, 2013, Volume 1, № 2, p.155-159.
5. Khudiyeva A.İ. Propagation of long wave disturbances in viscous fluid with free boundary //Journal of Maritime Transport and Engineering Latvia, 2014, Volume 3, № 2, p.16-23.
6. Нагıев Ф.Б., Худиева А.И. Модель идеальной сжимаемой жидкости для описания распространения длинноволновых возмущений в пузырьковой жидкости //Международный научно-технический журнал "Материалы, Технологии, Инструменты" Минск, 2014, Том 19, №4, с. 14-17.
7. Худиева А.И. Распространение плоских гармонических волн в каналах //Azərbaycan Texniki Universitetinin Elmi əsərləri 2015, Volume 1, № 1, p.117-123.
8. Худиева А.И. Гравитационные капиллярные волны в плавающей пластине, вызванные случайной нагрузкой //Azərbaycan Dövlət Dəniz Akademiyasının elmi əsərləri., №2, 2015, s. 216-219.

AYNURƏ İLYAS qızı XUDİYEVA

**KAPİLYAR EFFEKTLƏRİNİ NƏZƏRƏ ALARAQ
STRATİFİKASIYA EDİLMİŞ MAYEDƏ DALĞALARIN
YAYILMASI**

XÜLASƏ

Azad sərhəd ilə özlü mayenin axınında uzun dalğa həyəcanların riyazi modeli qurulur. Özlü mayenin səthləri üzərində yastı harmonik dalğalar nəzərdən keçirilir.

Səthi kanallarda iki qatlı özlü mayenin dalğa hadisəsi araşdırılır. Azad səth ilə özlü mayenin axınında uzun dalğa həyəcanın yayılmasını təsvir edən riyazi modelə baxılır. Azad səthdə, daxili sərhəd ilə və dibdə sərhəd şərti, iki qat özlü lay-lay şəklində olan mayenin axını nəticəsində çıxarılır.

İşə salan lövhəyə qravitasiya kapilyar dalğalarının yayılmasının, təsadüfi yükləməklə araşdırılması təklif olunur. Dəyişməz sürət ilə təsadüfi yük yerdəyişməsinin qarşılıqlı təsiri nəticəsində elastiki lövhənin əyilməsinin təhlili aparılır.

Normal iki qatlı özlü mayesinin səthinə düşən qüvvənin təsiri ilə götürülmüş qeyri-stasionar dalğalar nəzərdən keçirilir. Sərhədə yükləmə hərəkətinin altında olan kanalda iki qatlı laylar şəklində mayenin üfüqi səthində uzun - xətti dalğaların dəyişilmə dinamikası nəzəri cəhətdən araşdırılır.

İki üfüqi lövhənin arasında iki qatlı özlü mayesinin daimi axınlarının səthində qeyri-xətti həyəcanlar araşdırılır. Riyazi olaraq, bu tərpenməz lövhələrin arasında iki laylar şəklində olmuş özlü sıxıla bilməyən mayenin horizontal daimi axınının səthində qeyri-xətti dalğalar modelləşdirilir.

İki qatlı mayedə tək dalğalar səthi gərginliyə görə araşdırılır. Nə vaxt

ki, daha yüngül mayenin təbəqəsi azad səth ilə daha ağır mayenin təbəqəsindədirsə o zaman hidrodinamik sistemin stabilliyi hesab edilir.

AYNURA ILYAS KHUDIYEVA

**PROPAGATION OF WAVES IN STRATIFICATION FLUID
TAKING INTO ACCOUNT OF CAPILLARY EFFECTS**

SUMMARY

The mathematical model of distribution of long-wave indignations in a stream of a viscous liquid with free border is constructed. Plane harmonious waves in time for surfaces of a viscous liquid are considered.

The wave phenomena of a two-layer viscous liquid in superficial channels are studied. The mathematical model describing propagation of long-wave perturbations in a stream of a viscous liquid with a free surface is considered. Boundary conditions on a free surface, on internal border and at the bottom a stream of the two-layer viscous stratified liquid are deduced.

In theory, the dynamics of the transformation of long-linear waves at the interface of horizontal two-layered stratified fluid in a channel under loading, applied to this boundary is studied. The difference equation for disturbance of the interface of fluids, taking into account the laws of a change of concentrated load and a surface tension force is obtained-

The formula describing the propagation of plane no stationary flexural gravity capillary waves in plate caused by normal random load is obtained. In the bend equation the presence of pressure jump is taken into account by both sides of contact between viscoelastic plate and no compressible fluid stipulated by forces of surface, tension. Analysis of flexure of elastic plate under the action of random load moving with constant velocity is carried out.

Dynamics of nonlinear disturbances on the interface of horizontal stationary flow of incompressible stratified two viscous liquids between fixed plates is mathematically modeled. For small, but finite wave amplitudes we get an evolutionary equation considering non-stationary friction on all interfaces. It is shown that dissipative

losses for disturbed flow on the boundary of the system, especially on the walls of plates reduce to amplification of wave attenuation.

Stability of hydrodynamic system when a layer of more light liquid with free surface is on the layer of more heavy liquid is considered. It is shown that two types of solitary waves may propagate on the free surface and on interface: classic solitary and generalized-solitary waves; moreover, surface tension coefficient has more considerable effect on motion velocity of generalized-solitary waves, than on velocity of classic solitary waves.

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL
NAZİRLİYİ BAKI DÖVLƏT UNİVERSİTETİ

Əlyazma hüququnda

AYNURƏ İLYAS QIZI XUDİYEVA

**KAPİLYAR EFFEKTLƏRİNİ NƏZƏRƏ ALARAQ
STRATİFİKASIYA EDİLMİŞ MAYEDƏ DALĞALARIN
YAYILMASI**

2003.01 – Maye, qaz və plazma mexanikası

Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim
olunmuş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2015