

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

**MÜXTƏLİF OBLASTLARDA QEYRİ-XƏTTİ ELLİPTİK
VƏ PARABOLİK TİP TƏNLİKLƏRİN HƏLLƏRİNİN
VARLIĞI VƏ ASİMPOTOTİKASI**

İxtisas: 1211.01 – Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Şirmayıl Həsən oğlu Bağirov**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı– 2024

Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin Diferensial və inteqral tənliklər kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçi:

AMEA-nın müxbir üzvü, f-r.e.d., professor

Rauf Vəli oğlu Hüseynov

Rəsmi opponentlər:

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor

Rafiq Qələndər oğlu Tağıyev

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Vəli Məhərrəm oğlu Qurbanov

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor

Mahir Mirzəxan oğlu Səbzəliyev

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor

Rabil Amanulla oğlu Amanov



Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:

akademik, fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

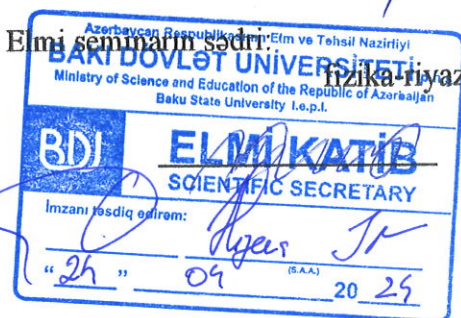
Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev **Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev**

Dissertasiya şurasının elmi katibi:

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent

Zakir Fərman oğlu Xankişiyev **Zakir Fərman oğlu Xankişiyev**

Elmi seminarın sədri:



fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Yaqub Əmiyar oğlu Şərifov

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Dissertasiya işi riyaziyyatın nəzəri baxımdan aktual, eyni zamanda tətbiqi aspektlərə malik bir istiqamətinə, yəni yarım xətti elliptik, parabolik tənliklər və tənliklər sisteminin global həllərinin varlığı və yoxluğu, sonsuzluğun ətrafında asimptotikası məsələlərinin öyrənilməsinə həsr edilmişdir. Mexanika, fizika, hidrodinamika, biologiyanın müxtəlif hadisə və proseslərinin riyazi modelləşdirilməsi xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün bəzi məsələlərin öyrənilməsinə gətirilir. 20-ci əsrin 50-ci illərinə qədər əsas tədqiqat obyekti olaraq xüsusi törəməli xətti diferensial tənliklər öyrənilirdi. Qeyd etmək lazımdır ki, indiyə qədər xüsusi törəməli xətti elliptik və parabolik tip diferensial tənliklər nəzəriyyəsi kifayət qədər yaxşı tədqiq olunmuşdur və belə tənliklərə həsr olunmuş çoxlu sayda kitab, monoqrafiya və məqalələr mövcuddur.

Təxminən keçən əsrin ortalarından funksional analizdə müəyyən aparatın yaranması qeyri-xətti diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin inkişafına güclü təkan verdi. Qeyri-xətti tənliklər nəzəriyyəsinin sürətli inkişafı həm də onların tətbiqi xarakterli məsələlərlə sıx əlaqəsi ilə bağlıdır. Məsələn, 20-ci əsrin əvvəllərində Emden və Fowler öz astrofizik tədqiqatlarında

$$y'' \pm x^\alpha |y|^{q-1} y = 0$$

şəklindəki yarım xətti tənlik üçün müəyyən məsələləri tədqiq etdilər. Eyni zamanda bu tənlik nüvə fizikasında Tomas və Ferminin işlərində ağır atomda elektronların paylanması öyrənərkən ortaya çıxmışdır.

Bir sıra fiziki proseslərin riyazi modelləşdirilməsi qeyri-xətti diferensial tənliklərin həllərinin varlığı, yeganəliyi və dayanıqlığı məsələlərinin öyrənilməsinə gətirilir. Məsələn, müəyyən istilik keçirmə proseslərinin proqnozlaşdırılması, mədənlərdə yığılan kömürün öz-özünə alışıması, müəyyən mühidə havanın təmizlənməsi, qapalı mühidə qazın ayrılması və s. Qeyri - xətti tənliklərlə təsvir edilən mexaniki sistemlərin vəziyyətinin zamanın istənilən anında proqnozlaşdırıla bilməsi belə tənliklərin global

həllərinin (istənilən vaxt təyin oluna bilən həllər) varlığının öyrənilməsini aktual edir.

Hal-hazırda qeyri-xətti diferensial tənliklərin və bərabərsizliklərin qeyri - trivial qlobal həllərinin varlığı və yoxluğu ilə bağlı məsələlər böyük maraq kəsb edir və bu cür məsələlərin öyrənilməsinə çoxlu sayda işlər həsr olunmuşdur. Nümunə olaraq aşağıdakı müəlliflərin işlərini sadalamaq olar: V.A. Kondratyev, A.A. Konkov, S.D. Eydelman, S.İ. Poxojayev, V.A. Qalaktianov, Q.Q. Laptev, V.V. Kurta, Ş.M. Nəşibov, F.İ. Məmmədov, Ə.B. Əliyev, B. Sirakov, C. Bandle, M. Essen, H. Brezis, H. Berestycki, L. Nirenberg, M.-F. Bidaut-Veron, P. Lions, L.Vazquez, H. Chen, M. Fall, B. Gidas, J. Spruck, T. Kato, I. Kombe, V. Liskevich, Z. Sobol, V. Moroz, İ.İ. Skrypnik, Y. Pinchover, R.G. Pinsky, A.Tesei, J. Serrin, H. Zou, I. Filimonova, M. Surnachev, S.Terracini, Y. Uda, C.P.Wang, S. Zheng, X. Xu, H. Xiong, Y.T. Shen., Y. Yao, Qi. S. Zhang.

İlk olaraq $R^n \times (0, +\infty)$ - da yarımxətti parabolik tənlik üçün Koşi məsələsinin müsbət qlobal həllin varlığı məsələsi öyrənilmişdir. 1966-cı ildə yapon alimi Fujita¹ öz məşhur işində

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + u^q, \quad (q > 1), \quad (x, t) \in R^n \times (0, +\infty), \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, \quad u_0(x) \neq 0 \quad (2)$$

şəklində bir məsələyə baxmışdır. Məlumdur ki, ixtiyari $q > 1$ üçün (1), (2) məsələsinin lokal həlli var. Sual olunur ki, nə zaman qlobal həll var. Fujita isbat etmişdir ki, qüvvətin elə kritik $q_{cr} = 1 + \frac{2}{n}$ qiyməti var ki, $1 < q < q_{cr}$ olduqda ixtiyari $u_0 \geq 0$ üçün qlobal həll yoxdur və həll zamanın sonlu qiymətində sonsuzluğa gedir, yəni proses dağılır. Eyni zamanda göstərmişdir ki, $q > q_{cr}$ olduqda

¹Fujita, H. On the blowing-up of solutions of the Cauchy problem for $u_t = \Delta u + u^{1+\alpha}$ // J. Fac. Sci.Unix, Tokyo, Sect. I, 13, 1966, p.109-124.

başlanğıc funksiyaadan asılı olaraq belə həll var. Sonralar isə göstərildi ki, $q = 1 + \frac{2}{n}$ halında da qlobal həll yoxdur. Beləliklə qeyri-xəttiliyin elə bir kritik qiyməti var ki, qeyri-xəttiliyin qüvvətinin qiymətini iki hissəyə bölür ki, bir hissədə qlobal həll var, digərində isə yoxdur. Qlobal həllin olmaması o deməkdir ki, sistemin başlanğıc həyəcanlanması nə qədər kiçik olsa belə, zamanın müəyyən bir sonlu qiymətində həll sonsuzluğa gedir, yəni tədqiq olunan proses dayanıqlı deyil.

Fujitanın bu məşhur işindən sonra qeyri - xəttiliyin ölçüsünün qlobal həllin varlığı və yoxluğuna necə təsir etməsi məsələsi geniş şəkildə tədqiq olundu. Fujitanın işi müxtəlif istiqamətlərdə genişləndirilməyə başlandı. Məsələn, bütün fəzanın yerinə müxtəlif məhdud və qeyri-məhdud oblastlara, Laplas operatoru əvəzinə başqa diferensial operatorlara və ya başqa tip qeyri-xəttiliyə baxıldı. Fujitanın nəticəsinin genişləndirilməsinin digər mümkün istiqaməti isə Fujita tipli reaksiya-diffuziya tənliklər sisteminin müsbət qlobal həllərinin varlığını öyrənməkdir. Bu cür işlərin icmalı K. Deng, H.A. Levine¹, M. Fila, A. Levine, Y.A. Uda² məqalələrində, S.I. Poxojaev, E. Mitidieri³ monoqrafiyasında və A.A. Samarsky, V.A. Qalaktionov, S.P. Kurdyumov, A.P. Mixaylov⁴, P. Quittner və P. Souplet⁵ kitablarında verilmişdir. Qeyd edək ki, müxtəlif tətbiq məsələlərində iştirak edən fiziki kəmiyyətlərin müsbətliyi baxımından müsbət həllərin öyrənilməsi xüsusi maraq kəsb edir. Qeyri-xətti elliptik,

¹ Deng, K., Levine, H.A. The role of critical exponents in blow-up theorems: the sequel. J. Math. Anal. Appl. 243 (2000), no. 1, 85-126.

² Fila, M., Levine, A., Uda, Y.A. Fujita-type global existence-global nonexistence theorem for a system of reaction diffusion equations with differing diffusivities, Math. Methods Appl. Sci. 17 (1994), 807-835.

³ Похожаев, С.И., Митидиери Э. Априорные оценки и отсутствие решений нелинейных уравнений и неравенств в частных производных. // Труды МИАН, 234, Наука, М., 2001, 1-383.

⁴ Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений

⁵ Quittner P. and Souplet P. Superlinear Parabolic Problems, Berlin, 2007.

parabolik, hiperbolik tip tənliklərin qlobal həllərinin varlığı və ya yoxluğuna sönməz marağın əsas meyarlarından biri də odur ki, belə məsələlər mexanikanın, fizikanın, eyni zamanda, riyaziyyatın bəzi daxili məsələlərində geniş istifadə olunur. Məsələn, kimyəvi reaktorlar nəzəriyyəsində, kvant mexanikasında, maye mexanikasında, biologiyada, ekologiyada və s.

Parabolik tənliklərlə yanaşı, qeyri-xətti elliptik və hiperbolik tip tənliklərin və bərabərsizliklərin qlobal həllərinin varlığı və ya yoxluğu məsələləri də fəal şəkildə öyrənilmişdir. Məsələn, 1980-ci ildə Kato¹ göstərmişdir ki, hiperbolik tənlik üçün Koşi məsələsinin

qlobal həllinin varlığının kritik göstəricisi $q_{cr} = 1 + \frac{2}{n-1}$.

Sonsuz oblastlarda stasionar yarımxətti tənliklərin və bərabərsizliklərin qlobal həllərinin varlığı məsələlərinə də riyazi ədəbiyyatda böyük diqqət yetirilir. Stasionar tənliklər geniş tətbiqləri olan reaksiya-diffuziya tənliklərinin stasionar vəziyyətlərini təsvir etməklə yanaşı, riyaziyyatın bəzi daxili problemlərində də geniş istifadə olunurlar. Məsələn, Sobolev fəzalarında daxilolma teoremlərində dəqiq qiymətləndirilmələrin tapılması problemi stasionar qeyri-xətti tənliklərin qlobal həllərinin varlığı məsələsinə gətirilir. Stasionar qeyri-xətti tənliklər diferensial həndəsədə də mühüm tətbiqlərə malikdirlər (məsələn, bax: W. Y. Ding and W.-M. Ni², Qi.S. Zhang³) və həllin yoxluğu nəticələri həndəsi tətbiqlərlə birbaşa bağlıdır (məsələn, bax: C.E. Kenig and W.-M. Ni⁴).

¹ Karo, T. Blow-up of solutions of some nonlinear hyperbolic equations // Commun. Pure and Appl. Math. 1980. V. 33. P. 501–505.

² Ding, W. Y. and Ni, W. -M. On the elliptic equation $\Delta u + Ku(n+2)/(n-2) = 0$ and related topics, Duke Math. J. 52 (1985), 485–506.

³ Zhang, Qi S. An optimal parabolic estimate and its applications in prescribing scalar curvature on some open manifolds with Ricci > 0 , Math. Ann. 316 (2000), 703–731.

⁴ Kenig, C. E. and Ni, W. -M. An exterior Dirichlet problem with applications to some nonlinear equations arising in geometry, Amer. J. Math. 106 (1984), no. 3, 689–702.

Məlumdur ki, bütün fəzada sabitdən başqa mənfə olmayan harmonik funksiya yoxdur (Liuvill teoremi). Qeyri-xətti stasionar tənliklər üçün Liuvill tipli məsələlərə maraq Keller və Ossermanın pioner işlərindən sonra daha da artdı. O vaxtdan bu günə kimi bu tip məsələlərə maraq azalmayıb və indiyə qədər çoxlu sayda nəşrlər toplanmışdır. Nümunə olaraq aşağıdakı müəlliflərin əsərlərini qeyd edək : H. Berestycki, L. Nirenberg, F. Hamel, L. Rossi, M.-F. Bido-Veron, H. Brezis, V. A. Ştrauss, K. Kabre, J. L. Vazques, L. Veron, B. Gidas, J. Spruck, V.A. Kondratyev, E.M. Landis, V.V. Kurta, E. Mitidieri və S.İ. Poxojayev. Bir sıra monoqrafiyalar və icmal işlər də var ki, onlarda ətraflı ədəbiyyat siyahısı mövcuddur. Elliptik tənliklərdə müsbət həllərin olmaması mövcud həllərin işarəsini dəyişməsi deməkdir ki, bu da təbiiqi məsələlərdə mühüm məlumatdır.

Təqdim olunan dissertasiya işi də bu tip nəticələrin alınmasına həsr edilmişdir. Öncə sonsuz oblastda zaman arqumentinə nəzərən periodik əmsallı yarımxətti parabolik tənliklər və tənliklər sistemi üçün qlobal həllin varlığı məsələsi araşdırılır. Sonra sinqulyar potensiallı ikitərtibli və dördtərtibli yarımxətti elliptik, parabolik tənliklər və tənliklər sisteminin qlobal həllərinin yoxluğu məsələsi tədqiq olunur. Sonda isə silindrik oblastda yarımxətti elliptik tənliyin sonsuzluğun ətrafında həllərinin asimptotikası öyrənilir.

Tədqiqatın obyektı və predmeti. Dissertasiya işinin əsas obyektı yarımxətti elliptik, parabolik tənliklər və tənliklər sistemidir. Tədqiqatın predmeti isə sonsuz oblastlarda yarımxətti elliptik, parabolik tənliklər və tənliklər sistemi üçün qlobal həllərin yoxluğu və silindrik oblastda yarımxətti elliptik tənliyin sonsuzluğun ətrafında həllərinin asimptotikası məsələlərinin öyrənilməsindən ibarətdir.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Dissertasiya işinin əsas məqsədi sonsuz oblastda ikitərtibli zaman arqumentinə nəzərən periodik əmsallı yarımxətti parabolik tənliklər və tənliklər sisteminin müsbət qlobal həllərinin yoxluğunu təmin edən kafi şərtlərin tapılmasıdır. Eyni zamanda sinqulyar potensiallı ikitərtibli və dördtərtibli parabolik tənliklər və tənliklər sistemləri üçün Fujita tipli nəticələrin alınmasıdır. Sonra isə yarımsilindrde yarımxətti elliptik

tənliklərin yan səthdə bircins Neyman şərtini ödəyən həllərinin sonsuzluğun ətrafında asimptotikasının öyrənilməsidir.

Tədqiqat metodları. Baxılan məsələlərin tədqiq olunmasında funksional analizin, adi və xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin, funksional fəzalar nəzəriyyəsinin bəzi metodlarından və sınaq funksiyaları üsulundan istifadə edilmişdir.

Müdafiyyə çıxarılan əsas müddəalar.

1. Oturacağı kürənin xarici olan silindrik oblastda qüvvət və loqarifmik formada yarımxəttiliyə malik periodik əmsallı ikitərtibli parabolik tənliklərin müsbət qlobal həllərinin varlığının öyrənilməsi, belə həllərin olmaması üçün kafi şərtlərin tapılması və alınan şərtlərin dəqiqliyinin aydınlaşdırılması;
2. Oturacağı kürənin xarici olan silindrik oblastda kiçik törəmələr iştirak edən periodik əmsallı ikitərtibli yarımxəttiliyə parabolik tənliyin müsbət qlobal həllərinin varlığı məsələsinin araşdırılması, kiçik törəmələrin əmsallarının qlobal həllin yoxluğuna təsirinin öyrənilməsi və kritik qiymətin tapılması;
3. Baş hissədə çəki funksiyası iştirak edən periodik əmsallı ikitərtibli yarımxəttiliyə parabolik tənliyin müsbət qlobal həllərinin varlığı məsələsinin tədqiqi, çəki funksiyasının qlobal həllin yoxluğuna təsirinin öyrənilməsi və müxtəlif hallarda kritik qiymətin tapılması;
4. Sonsuz oblastda zaman arqumentinə nəzərən periodik əmsallı ikitərtibli zəif əlaqəli yarımxəttiliyə parabolik tənliklər sisteminin müsbət qlobal həllərinin varlığının öyrənilməsi və belə həllərin yoxluğunu təmin edən dəqiq kafi şərtlərin tapılması;
5. Çəkiddən, qeyri-xəttilik dərəcəsindən, sinqulyarlıq əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq çəkili və sinqulyar potensiallı ikitərtibli yarımxəttiliyə parabolik tənliyin üçün Fujita tipli nəticənin alınması;
6. Sinqulyar potensiallı yarımxəttiliyə parabolik tənliklər sistemi üçün sinqulyarlıq əmsalından, fəzanın ölçüsündən, qeyri-xəttiliyin dərəcəsindən asılı olaraq Fujita tipli nəticənin alınması;
7. Sinqulyar potensiallı yarımxəttiliyə biharmonik tənliyin qlobal həllərinin yoxluğunun öyrənilməsi və qeyri-xəttilik dərəcəsindən,

sinqulyarlıq əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq dəqiq kritik qiymətin tapılması;

8. Bauendi-Qruşin tipli sinqulyar potensiallı yarımxətti biharmonik tənliyin qeyri-xəttilik dərəcəsi, sinqulyarlıq əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq qlobal həllərin yoxluğunu təmin edən dəqiq kafi şərtin tapılması;
9. Sinqulyar potensiallı zəif əlaqəli yarımxətti biharmonik tənliklər sisteminin qlobal həllərinin yoxluğunun öyrənilməsi və qeyri-xəttilik dərəcəsi, sinqulyarlıq əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq dəqiq kritik qiymətin tapılması;
10. Yarım silindrdə, baş hissədə Laplas operatoru olan ikitərtibli yarımxətti elliptik tənliyin yarım silindrin yan səthində bircins Neyman şərtini ödəyən həllərinin sonsuzluğun yaxın ətrafında asimptotik davranışının öyrənilməsi;
11. Yarım silindrdə, baş hissədə divergent formalı operator olan ikitərtibli yarımxətti elliptik tənliyin yarım silindrin yan səthində bircins Neyman şərtini ödəyən həllərinin sonsuzluğun yaxın ətrafında asimptotik davranışının öyrənilməsi;

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işində elmi yeniliyə və praktik əhəmiyyətə malik olan kifayət qədər nəticələr alınmışdır. Onlar arasında aşağıdakı nəticələri xüsusi qeyd etmək olar:

1. Qüvvət və loqarifmik formada yarımxəttiliyə malik periodik əmsallı yarımxətti parabolik tənliklərin sonsuz oblastda müsbət qlobal həllərin yoxluğunu təmin edən kafi şərtlər tapılmış və bütün hallarda alınan şərtlərin dəqiqliyi yoxlanılmışdır;
2. Oturacağı kürənin xarici olan silindrik oblastda kiçik törəmələr iştirak edən periodik əmsallı yarımxətti parabolik tənliyin müsbət qlobal həllərinin olmamasının kritik göstəricisi tapılmışdır;
3. Oturacağı kürənin xarici olan silindrik oblastda baş hissədə çəki funksiyası iştirak edən periodik əmsallı yarımxətti parabolik tənliyin müsbət qlobal həllərinin olmamasının kritik göstəricisi tapılmışdır;
4. Oturacağı kürənin xarici olan sonsuz silindrdə periodik əmsallı zəif əlaqəli yarımxətti parabolik tənliklər sisteminin müsbət qlobal həllərinin yoxluğunu təmin edən kafi şərt tapılmışdır;

5. Sonsuz oblastda çəki funksiyası və sinqulyar potensial iştirak edən ikitərtibli yarımxətti parabolik tənlik üçün çəkidən, qeyri-xəttilik dərəcəsiindən, sinqulyar potensialın əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq Fujita tipli nəticə isbat edilmişdir;
6. Sonsuz oblastda sinqulyar potensiallı ikitərtibli yarımxətti parabolik tənliklər sistemi üçün qeyri-xəttilik dərəcəsiindən, sinqulyar potensialın əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq Fujita tipli nəticə isbat edilmişdir;
7. Sinqulyar potensiallı yarımxətti biharmonik tənliyin qeyri-xəttiliyin dərəcəsiindən, sinqulyar potensialın əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq kritik göstəricisi tapılmışdır;
8. Baş hissəsi Bauendi-Qruşin tip biharmonik operator olan sinqulyar potensiallı yarımxətti tənliyin qeyri-xəttiliyin dərəcəsiindən, sinqulyar potensialın əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq kritik göstəricisi tapılmışdır;
9. Sinqulyar potensiallı zəif əlaqəli yarımxətti biharmonik parabolik tənliklər sisteminin qlobal həllərinin yoxluğunu təmin edən kafi şərt tapılmışdır;
10. Yarımşilindrdə ikitərtibli yarımxətti elliptik tənliyin yan səthdə bircins Neyman şərtini ödəyən müsbət və işarəsini dəyişən həllərinin sonsuzluğun ətrafında asimptotikası tapılmışdır;

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya işində əldə edilən nəticələr nəzəri xarakter daşıyır və eyni zamanda tətbiqi aspektlərə malikdir. Bu nəticələr diferensial tənliklər nəzəriyyəsində, daxilolma teoremlərində, mexanika, fizika, biologiya, ekologiya və bir çox digər sahələrin bəzi məsələlərində istifadə oluna bilər.

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işində əldə edilmiş nəticələr aşağıdakı seminarlarda məruzə edilmişdir: Bakı Dövlət Universitetinin Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin ümumi seminarında (rəhbər: prof. Z.S. Əliyev), Bakı Dövlət Universitetinin Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin ümumi seminarında (rəhbər: prof. N.Ş. İsgəndərov), Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyinin Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun ümumi institut seminarında (rəhbər: AMEA-nın müxbir üzvü, prof. M.C. Mərdanov), Bakı

Dövlət Universitetinin Diferensial və İnteqral tənliklər kafedrasının seminarlarında (rəhbər: prof. Y.T. Mehrəliyev), AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Riyazi fizika tənlikləri şöbəsinin seminarında (rəhbər: AMEA-nın müxbir üzvü, prof. R.V. Hüseynov), AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Riyazi fizika tənlikləri şöbəsinin seminarında (rəhbər: Ə.F. Quliyev), AMEA-nın Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Diferensial tənliklər şöbəsinin seminarında (rəhbər: prof. Ə.B. Əliyev)

Eyni zamanda alınan nəticələr aşağıdakı konfranslarda məruzə edilmişdir: AMEA-nın müxbir üzvü, prof. İ.T.Məmmədovun anadan olmasının 50 illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2005), AMEA-nın müxbir üzvü, prof. B.A.İsgəndərovun anadan olmasının 70 illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfransda (Bakı, 2006), AMEA-nın müxbir üzvü, prof. Y.M.Məmmədovun anadan olmasının 80 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri” mövzusunda beynəlxalq konfransda (Bakı, 2010), 6-cı beynəlxalq söndürmə və təhrifə nəzarət konfransında (10-13 sentyabr 2012, Çikaqo, ABŞ), Avropa Riyaziyyat Konqresində (TCM-2012, 02-07 iyul. 2012, Krakov), Ümummilli Lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 90 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və informatikanın aktual problemləri” adlı beynəlxalq konfransda (Bakı, 2013), Bakı Dövlət Universitetinin 95 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” adlı elmi konfransda (2014), AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri” adlı beynəlxalq konfransda (Bakı 2014), “Riyazi analiz, diferensial tənliklər və onların tətbiqi MADUP-7” adlı VII beynəlxalq konfransda (Bakı 2015), “Qeyri-harmonik analiz və diferensial operatorlar” adlı beynəlxalq seminarda (Bakı 2016), akademik Akif Hacıyevin 80 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın müasir problemləri” adlı beynəlxalq konfransda (Bakı 2017), professor H.A.İsaxanlının 70 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyazi fizikada operatorlar, funksiyalar və sistemlər” adlı beynəlxalq konfransda (Bakı, 2018), AMEA-nın Riyaziyyat və

Mexanika İnstitutunun 60 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın müasir problemləri” adlı beynəlxalq konfransda (Bakı 2019), görkəmli riyaziyyatçı, akademik Mirabbas Qasimovun 80 illik yubileyinə həsr olunmuş “Spektral nəzəriyyə və onun tətbiqləri” adlı beynəlxalq seminarı (Bakı, 2019), Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş elmi konfransda (Bakı, 2022), akademik İbrahim İbrahimovun anadan olmasının 110 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın müasir problemləri” adlı beynəlxalq konfransda (Bakı, 2022), Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və mexanikanın müasir problemləri” adlı beynəlxalq konfransda (Bakı, 2023).

Müəllifin şəxsi töhfəsi. Dissertasiyada alınan bütün nəticələr müəllifin şəxsi töhfəsidir.

Nəşrlər. Dissertasiyanın məzmunu 9-u beynəlxalq xülasələndirmə və indeksləmə sistemlərinə daxil olan dövrü elmi nəşrlərdə olmaqla 19 məqalə, 23 tezisdə əks olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Bakı Dövlət Universitetinin Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Diferensial və integral tənliklər kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın strukturu və həcmi (işarə ilə, yarımfəsillərin hər birinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla). İşin ümumi həcmi 379055 simvoldur (titul səhifəsi - 455 işarə, mündəricat - 3472 işarə, giriş - 69010 işarə, birinci fəsil - 136000 işarə, ikinci fəsil - 28 000 işarə, üçüncü fəsil - 95 401 işarə, dördüncü fəsil - 44000 işarə, nəticə - 2717 işarə). Dissertasiya işi 244 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

DISSERTASIYANIN ƏSAS MƏZMUNU

Dissertasiya işi giriş, dörd fəsil, o cümlədən 12 yarımfəsil, nəticə və istifadə olunan ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Dörd yarım fəsildən ibarət birinci fəsil oturacağı kürənin xarici olan silindirdə zaman arqumentinə nəzərən periodik əmsallı yarımxətti ikitərtibli parabolik tənliklərin müsbət qlobal həllərinin varlığı məsələsinin öyrənilməsinə həsr edilmişdir. Parabolik tənliklərin zamana nəzərən müsbət periodik qlobal həllərinin varlığı ilə bağlı məsələlər çoxsaylı tədqiqatların mövzusu olmuşdur və nümunə olaraq növbəti müəlliflərin işlərini sadalamaq olar: M.J. Esteban, Y. Qıqa və N. Mizoquçi, N. Hirano və N. Mizoquçi, J. Huska.

Bu istiqamətdə ilkin nəticələr sırasında T.Seidmanın¹ işini qeyd etmək olar, hansında ki, məhdud $\Omega \subset R^n$ oblastında

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + a(x, t)u^q, \quad (x, t) \in \Omega \times (0, +\infty), \quad u|_{\partial\Omega} = 0,$$

məsələsinin, $q > 1$ və $a(x, t)$ t -yə nəzərən periodik olduqda, qeyri-trivial periodik həllinin varlığı öyrənilmişdir. Sonra bu məsələ $q > 0$ olduqda bir çox müəlliflər tərəfindən tədqiq edilmişdir. A. Beltramo və P. Hessin² işində göstərilmişdir ki, $q = 1$ olduqda və $a(x, t)$

xüsusi seçildikdə baxılan məsələnin periodik həlli var. M.J. Estebanın³ işlərində müəyyən edilmişdir ki, $n \leq 2$ olduqda ixtiyari

$q > 1$, $n > 2$ olduqda isə ixtiyari $q \in \left(1, \frac{n}{n-2}\right)$ üçün baxılan

məsələnin, istənilən müsbət $a(x, t)$ funksiyası üçün, müsbət periodik

həlli var. Bundan əlavə isbat olunmuşdur ki, əgər $n > 2$ və $q \geq \frac{n+2}{n-2}$

¹ Seidman, T. I. Periodic solutions of a non-linear parabolic equation, Journal of Differential Equations, vol. 19, no. 2, pp. 242-257, 1975.

² Beltramo, A. and Hess P. On the principal eigenvalue of a periodic-parabolic operator, Communications in Partial Differential Equations, vol. 9, no. 9, pp. 919-941, 1984.

³ Esteban, M. J. A remark on the existence of positive periodic solutions of superlinear parabolic problems, Proceedings of the American Mathematical Society, vol. 102, no. 1, pp. 131-136, 1988.

olarsa, onda müsbət periodik həll yoxdur. P. Quittnerin¹ işində isə göstərilmişdir ki, $a(x, t)$ üzərinə müəyyən məhdudiyyət qoyduqda

ixtiyari $q \in \left(1, \frac{n+2}{n-2}\right)$ üçün məsələnin müsbət periodik həlli var.

Öncə aşağıdakı işarəmələr daxil edilir:

$$x = (x_1, \dots, x_n) \in R^n, \quad n \geq 1, \quad r = |x| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}, \quad B_R = \{x : |x| < R\},$$

$$B_{R_1, R_2} = \{x : R_1 < |x| < R_2\}, \quad B'_R = \{x : |x| > R\}, \quad Q_T^R = B_R \times (0, T),$$

$$Q_T^{R_1, R_2} = B_{R_1, R_2} \times (0, T), \quad Q_T^{R, \infty} = B'_R \times (0, T), \quad Q'_R = B'_R \times (-\infty, +\infty),$$

$$S_R = \{x : |x| = R\} \times (-\infty, +\infty), \quad S_T^R = \{x : |x| = R\} \times (0, T), \quad \Omega \subset R^n,$$

$$Q_T = \Omega \times (0, T), \quad Q = \Omega \times (-\infty, +\infty).$$

$W_2^{1,1/2}(Q_T)$ olaraq elə $u(x, t)$ funksiyalar fəzası başa düşülür

ki, $u(x, t+T) = u(x, t)$, $u(x, t) \in W_2^{1,0}(Q_T)$ və $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| k \int_{\Omega} |u_k(x)|^2 dx \right| < \infty$,

harada ki,

$$u_k(x) = \frac{1}{T} \int_0^T u(x, t) \exp \left\{ -ik \frac{2\pi}{T} t \right\} dt.$$

Bu fəzada norma

$$\|u\|_{W_2^{1,1/2}(Q_T)}^2 = \|u\|_{L_2(Q_T)}^2 + \|\nabla u\|_{L_2(Q_T)}^2 + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| k \int_{\Omega} |u_k(x)|^2 dx \right|.$$

bərabərliyi ilə verilir.

$C^{0,\infty}(Q_T)$ -nin $\|\cdot\|_{W_2^{1,1/2}(Q_T)}$ norması ilə qapanmasından alınan fəza

$W_2^{0,1,1/2}(Q_T)$ ilə işarə edilir, harada ki, $C^{0,\infty}(Q_T) \cap \partial\Omega$ -nin ətrafında

¹ Quittner P. Multiple equilibria, periodic solutions and a priori bounds for solutions in superlinear parabolic problems, Nonlinear Differential Equations and Applications, vol. 11, no. 2, pp. 237-258, 2004.

sıfıra bərabər olan, sonsuz diferensiallanan, $t - yə$ nəzərən periodik funksiyalar çoxluğu.

1.1 yarımfəslə $Q = \Omega \times (-\infty; +\infty)$ silindrində

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(A(x, t) \nabla u) + a_0(x, t) |u|^{p-1} u \quad (3)$$

tənliyinin müsbət qlobal həllərinin varlığı məsələsinin öyrənilməsindən başlayır, harada ki, $\Omega \subset R^n$ –də koordinat başlanğıcını daxilində saxlayan kompaktın xaricidir, $p > 1$, $A(x, t) = (a_{ij}(x, t))_{i,j=1}^n$ simmetrik matrisdir, $a_{ij}(x, t)$, $a_0(x, t)$ – məhdud, ölçülən funksiyalardır, $a_{ij}(x, t + T) = a_{ij}(x, t)$, $a_0(x, t + T) = a_0(x, t)$ və ixtiyari $(x, t) \in Q$, $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n) \in R^n$ üçün

$$\lambda_1 |\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \xi_i \xi_j \leq \lambda_2 |\xi|^2, \quad \lambda_1, \lambda_2 = \text{const} > 0. \quad (4)$$

Burada

$$\nabla u = \left(\frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n} \right), \quad A \nabla u = \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_j} \right)_{i=1}^n, \quad (A \xi, \eta) = \sum_{i,j=1}^n a_{ij} \xi_i \eta_j,$$

$$\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n), \quad \eta = (\eta_1, \dots, \eta_n), \quad \operatorname{div}(A \nabla u) = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (a_{ij}(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_j}).$$

$$(3) \text{ tənliyinin həlli elə } u(x, t) \in W_{2, \text{loc}}^{1, 1/2}(Q_T) \cap L_{\infty, \text{loc}}(Q_T)$$

funksiyası başa düşülür ki, ixtiyari $\varphi(x, t) \in W_2^{1, 1/2}(Q_T)$ üçün

$$\begin{aligned} 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} (ik) \int_{\Omega} u_k(x) \varphi_{-k}(x) dx + \int_{Q_T} \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} dx dt = \\ = \int_{Q_T} a_0(x, t) |u|^{p-1} u \varphi dx dt \end{aligned}$$

integral eyniliyi ödənilsin.

$$L_0 u := \operatorname{div}(A(x, t) \nabla u) - \frac{\partial u}{\partial t}$$

işarə edək.

Əsas teoremlərin isbatında aşağıdakı iki mühüm lemmadan istifadə olunur.

Lemma 1.1. *Tutaq ki, $n \geq 3$, $u(x, t) \in W_{2,loc}^{1,\frac{1}{2}}(Q_T^{R,\infty})$, $\overline{Q}_T^{R,\infty} = Q_T^{R,\infty} \cup S_T^R$ –də kəsilməz, mənfə olmayan elə funksiyadır ki, $Q_T^{R,\infty}$ –də $L_0 u \leq 0$ və S_T^R –də $u(x, t) > 0$. Onda elə $\alpha_0 = \text{const} > 0$ var ki, $u(x, t) \geq \alpha_0 |x|^{2-n}$, $(x, t) \in Q_T^{R,\infty}$.*

Belə bir

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(A(x, t) \nabla u) + Q(x, t)u, \quad (x, t) \in Q_T^{R,\infty}, \quad (5)$$

xətti tənliyə baxaq, harada ki, $a_{ij}(x, t)$ –lər (4) şərtini ödəyirlər və

$$Q(x, t+T) = Q(x, t), \quad Q(x, t) \in L_{\infty,loc}(Q_T^{R,\infty}).$$

Lemma 1.2. *n , λ_1 və λ_2 –dən asılı elə $C_0 > 0$ sabiti var ki,*

$Q(x, t) \geq \frac{C_0}{|x|^2}$ olduqda, (5) tənliyinin $Q_T^{R,\infty}$ –də müsbət superhəlli yoxdur.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 1.1. *Tutaq ki, $n \geq 3$, $a_0(x, t) \geq C|x|^\sigma$, $C = \text{const} > 0$, $\sigma > -2$ və $2 + \sigma + (2-n)(p-1) \geq 0$. Onda (3) tənliyinin Q_T –də müsbət həlli yoxdur.*

Əvvəlcə göstərilir ki, alınan qiymətləndirmə dəqiqdir, belə ki, $2 + \sigma + (2-n)(p-1) < 0$ olduqda, elə (3) şəklində tənlik var ki, onun müsbət qlobal həlli var. Bunun üçün $Q_T^{R,\infty}$ –də

$$Lu \equiv -\frac{\partial u}{\partial t} + \Delta u + a_0 |x|^\sigma |u|^{p-1} u = 0, \quad (6)$$

tənliyinə baxılır, harada ki, $a_0 = \text{const} > 0$, $p > 1$, $\sigma > -2$, $n \geq 3$. Birbaşa hesablama ilə yoxlanılır ki,

$$u(x, t) = a_0^{-\frac{1}{p-1}} \left[\frac{(n-2)(\sigma+2)}{p-1} - \frac{(\sigma+2)^2}{(p-1)^2} \right]^{\frac{1}{p-1}} |x|^{-\frac{\sigma+2}{p-1}} > 0$$

funksiyası $2 + \sigma + (2 - n)(p - 1) < 0$ olduqda (6) tənliyinin müsbət qlobal həllidir.

Teorem 1.2. *Tutaq ki, $n \geq 3$, $a_0(x, t) \geq C|x|^\sigma \ln^s|x|$, $C = \text{const} > 0$. Əgər $2 + \sigma + (2 - n)(p - 1) > 0$, $s \in (-\infty, +\infty)$, və yaxud $2 + \sigma + (2 - n)(p - 1) = 0$, $s \geq -1$ olarsa, onda (3) tənliyinin $Q_T^{R, \infty} - da$, $R > 1$, müsbət həlli yoxdur.*

Bu halda da isbat olunur ki, teorem 1.2 - nin şərtləri dəqiqdir, belə ki, $2 + \sigma + (2 - n)(p - 1) < 0$, $s \in (-\infty, +\infty)$ və yaxud $2 + \sigma + (2 - n)(p - 1) = 0$, $s < -1$ olduqda elə (3) şəklində tənlik var ki, onun müsbət qlobal həlli var. Bunun üçün $Q_T^{R, \infty} - da$

$$-\frac{\partial u}{\partial t} + \Delta u + a_0|x|^\sigma (\ln^s|x|)|u|^{p-1}u = 0, \quad (7)$$

şəklində tənliyə baxılır, harada ki, $a_0 = \text{const} > 0$, $p > 1$, $\sigma > -2$, $n \geq 3$, və göstərilir ki, baxılan şərtlər daxilində (7) tənliyinin müsbət həlli var. Bu həll $u(x) = u(r)$ radial şəkildə axtarılır. Onda bəzi əvəzetmələrdən sonra (7) tənliyi

$$\omega_{rr} + a_0(n-2)^{-(s+2)} \tau^{-2+(\sigma+2(2-n)(p-1))/(n-2)} (\ln^s \tau) |\omega|^{p-1} \omega = 0 \quad (8)$$

şəklində adi diferensial tənliyə gətirilir.

Məlumdur ki,

$$\omega_{\tau\tau} + q(\tau) |\omega|^{p-1} \omega = 0, \quad p > 1, \quad q(\tau) > 0$$

tənliyinin

$$\int_0^\infty \tau |q(\tau)| d\tau < \infty. \quad (9)$$

olduqda işarəsini dəyişməyən həlli var.

Aydındır ki, $2 + \sigma + (2 - n)(p - 1) < 0$, $s \in (-\infty, +\infty)$ və ya $2 + \sigma + (2 - n)(p - 1) = 0$, $s < -1$ olduqda (8) tənliyi üçün (9) şərti ödənilir. Deməli (8)-in müsbət həlli var və geri qayıdaraq (7) tənliyinin də müsbət həlli olduğu alınır.

1.1. yarımfəslinin sonunda $Q = \Omega \times (-\infty; +\infty)$ silindrində

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x,t) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) + a_0(x,t) \ln^{p-1}(1+|u|)u \quad (10)$$

tənliyinə baxılır, harada ki, $p > 1$, $a_{ij}(x,t)$, $a_0(x,t)$ əmsalları məhdud, ölçülən, t -yə nəzərən T - periodik funksiyalardır və (4) şərti ödənilir..

Bu tənlik üçün növbəti teorem isbat olunur.

Teorem 1.3. *Tutaq ki, $n \geq 3$, $a_0(x,t) \geq C|x|^\sigma$, $C = \text{const} > 0$ və $2 + \sigma + (2-n)(p-1) \geq 0$. Onda (10) tənliyinin Q - də müsbət həlli yoxdur.*

Alınan qiymətləndirmənin dəqiqliyi yoxlanılır. Bunun üçün $Q_T^{R,\infty}$ -də

$$Lu \equiv -\frac{\partial u}{\partial t} + \Delta u + a_0|x|^\sigma \ln^{p-1}(1+|u|)u = 0, \quad (11)$$

tənliyinə baxılır, harada ki, $a_0 = \text{const} > 0$, $p > 1$, $\sigma > -2$, $n \geq 3$.

Yuxarı və aşağı funksiyalar üsulu ilə isbat olunur ki, $2 + \sigma + (2-n)(p-1) < 0$ olduqda (11) tənliyinin müsbət həlli var.

Teorem 1.4. *Tutaq ki, $n = 1$, yaxud $n = 2$ və $a_0(x,t) \geq C|x|^\sigma$, $\sigma > -2$, $C = \text{const} > 0$. Onda ixtiyari $p > 1$ üçün (10) tənliyinin Q - də müsbət həlli yoxdur.*

Yarımfəsil 1.2-də $Q = \Omega \times (-\infty; +\infty)$ silindrinde

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(A(x,t)\nabla u) + h(x,t,u), \quad (12)$$

tənliyinin müsbət həllərinin olmaması məsələsi öyrənilir. Burada $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ - də koordinat başlanğıcını daxilində saxlayan kompaktın xaricidir, $n \geq 3$, $A(x,t) = (a_{ij}(x,t))_{i,j=1}^n$, $a_{ij}(x,t)$ -lər məhdud, ölçülən, t -yə nəzərən T - periodik funksiyalardır və (4) şərti ödənilir, $h(x,t,u) : Q \times [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ isə ölçülən funksiyadır və $h(x,t,u(x,t)) \in L_{\infty,loc}(Q_T)$.

$$(12) \text{ tənliyinin həlli elə } u(x, t) \in W_{2, \text{loc}}^{1, 1/2}(Q_T) \cap L_{\infty, \text{loc}}(Q_T)$$

funksiyası başa düşülür ki, ixtiyari $\varphi(x, t) \in W_2^{0, 1, \frac{1}{2}}(Q_T)$ üçün

$$2\pi \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} ik \int_{\Omega} u_k(x) \varphi_{-k}(x) dx + \int_{Q_T} (A(x, t) \nabla u, \nabla \varphi) dx dt = \int_{Q_T} h(x, t, u) \varphi dx dt$$

integral eyniliyi ödənilsin.

Göründüyü kimi, burada qeyri-xəttilik daha ümumi formadadır. Fərz edirik ki, ixtiyari $(x, t) \in Q$ üçün $h(x, t, u) \geq \tilde{h}(x, u) \geq 0$ və $\tilde{h} : \Omega \times [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ aşağıdakı (H) şərtlərini ödəyən funksiyadır:

a) ixtiyari $x \in B'_e$, $s_1 \geq s_2 > 0$ üçün

$$\frac{\tilde{h}(x, s_1)}{s_1} \geq \frac{\tilde{h}(x, s_2)}{s_2},$$

b) ixtiyari $\tau > 0$ üçün

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \inf \tilde{h}(x, \tau |x|^{2-n}) |x|^n > C_0,$$

əgər b) ödənmirsə, onda fərz olunur ki,

b1) elə $\sigma_1 \in (0, 1)$ var ki, ixtiyari $\tau > 0$ üçün

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \inf \tilde{h}(x, \tau |x|^{2-n}) |x|^n (\ln |x|)^{\sigma_1} > 0,$$

yaxud

b2) elə $\gamma > 1$ var ki, ixtiyari $\tau > 0, \beta \geq 0$ üçün

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \inf \tilde{h}(x, \tau |x|^{2-n} (\ln |x|)^{\beta}) |x|^n (\ln |x|)^{-\beta\gamma+1} > 0,$$

və

b3) elə $\sigma_2 > 0$ var ki, ixtiyari $\tau > 0$ üçün

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \inf \frac{\tilde{h}(x, \tau |x|^{2-n} (\ln |x|)^{\sigma_2})}{\tau |x|^{-n} (\ln |x|)^{\sigma_2}} > C_0.$$

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 1.5. *Tutaq ki, $n \geq 3$, $A(x, t)$ (4) şərtini ödəyir. Əgər (H) şərtləri ödənilirsə, onda (12) tənliyinin Q - də müsbət həlli*

yoxdur.

1.3 yarım fəslində Q'_R oblastında

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(|x|^\alpha A \nabla u) + a_0(x, t)|u|^{q-1}u, \quad (13)$$

tənliyinə baxılır, harada ki, $q > 1$, $\alpha < 2$, $A = A(x, t) = (a_{ij}(x, t))_{i,j=1}^n$,

$a_{ij}(x, t), a_0(x, t)$ - məhdud, ölçülən, t -yə nəzərən T - periodik funksiyalardır və (4) şərti ödənilir.

$u(x, t)$ funksiyasına o zaman (13) tənliyinin $Q_T^{R,\infty}$ oblastında həlli deyilir ki, $u(x, t) \in W_2^{1, \frac{1}{2}}(Q_T^{R,\infty}) \cap L_{\infty, loc}(Q_T^{R,\infty})$ və ixtiyari

$\varphi(x, t) \in W_2^{0, \frac{1}{2}}(Q_T^{R,\infty})$ üçün

$$\begin{aligned} 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (ik) \int_{\Omega} u_k(x) \varphi_{-k}(x) dx + \iint_{Q_T^{R,\infty}} |x|^\alpha (A \nabla u, \nabla \varphi) dx dt = \\ = \iint_{Q_T^{R,\infty}} a_0(x, t) |u|^{q-1} u \varphi dx dt \end{aligned}$$

integral eyniliyi ödənilsin.

$$Lu \equiv \operatorname{div}(|x|^\alpha A \nabla u) - \frac{\partial u}{\partial t}$$

işarə edək.

Aşağıdakı köməkçi faktlar isbat olunur.

Lemma 1.3. Tutaq ki, $W(x, t) \in L_{\infty, loc}(Q_T^{R,\infty})$, $W(x, t+T) = W(x, t)$. Əgər $0 < u(x, t)$ funksiyası $Lu + Wu \leq 0$ bərabərsizliyinin həllidirsə, onda ixtiyari $f(x) \in C_0^\infty(B'_R)$ üçün

$$\iint_{Q_T^{R,\infty}} W(x, t) f^2(x) dx dt \leq C \int_{B'_R} |x|^\alpha (\nabla f)^2 dx$$

bərabərsizliyi doğrudur.

Lemma 1.4. Tutaq ki, $n \geq 3$, $2 - n \leq \alpha < 2$, $\overline{Q}_T^{R,\infty}$ -da mənfi olmayan, kəsilməz $u(x, t) \in W_{2, loc}^{1, \frac{1}{2}}(Q_T^{R,\infty})$ funksiyası $Q_T^{R,\infty}$ -da $Lu \leq 0$

bərabərsizliyini ödəyir və S_R -də $u(x,t) > 0$. Onda elə $\beta_0 = \text{const} > 0$, var ki, ixtiyari $(x,t) \in Q_T^{R,\infty}$ üçün $u(x,t) \geq \beta_0 |x|^{2-n-\alpha}$.

Lemma 1.5. Tutaq ki, $\alpha < 2$ və $v(x,t)$ funksiyası $Q_T^{R,\infty}$ -də $Lv + \beta^2 |x|^{\alpha-2} v = 0$ tənliyinin mənfi olmayan həllidir. Onda ixtiyari $\rho > 2R$ üçün

$$\iint_{Q_T^{\rho,2\rho}} |x|^\alpha |\nabla v|^2 dxdt \leq C \int_{Q_T^{\rho/2,5\rho/2}} |x|^{\alpha-2} v^2 dxdt$$

bərabərsizliyi doğrudur.

Lemma 1.6. Tutaq ki, $\alpha < 2$, $0 \leq W(x,t) \in L_{\infty,loc}(Q_T^{R,\infty})$, $W(x,t+T) = W(x,t)$ və $x \rightarrow \infty$ olduqda $|x|^{2-\alpha} W(x,t) \rightarrow \infty$. Onda $Lu + W(x,t)u \leq 0$ bərabərsizliyinin $Q_T^{R,\infty}$ -də müsbət həlli yoxdur.

Lemma 1.7. Tutaq ki, $\alpha = 2 - n$, $0 \leq W(x,t) \in L_{\infty,loc}(Q_T^{R,\infty})$, $W(x,t+T) = W(x,t)$ və $x \rightarrow \infty$ olduqda $|x|^n \ln|x| W(x,t) \rightarrow \infty$. Onda $Lu + W(x,t)u \leq 0$ bərabərsizliyinin $Q_T^{R,\infty}$ -də müsbət həlli yoxdur.

Bu lemmalardan istifadə etməklə aşağıdakı teoremlər isbat olunur.

Teorem 1.6. Tutaq ki, $n \geq 3$, $q > 1$, $2 - n \leq \alpha < 2$, $a_0(x,t) \geq C|x|^\sigma$, $\sigma \in R$, $C = \text{const} > 0$. Əgər $\sigma + 2 - \alpha + (2 - n - \alpha)(q - 1) \geq 0$ olarsa, onda (13) tənliyinin $Q_T^{R,\infty}$ -də müsbət həlli yoxdur.

Teorem 1.7. Tutaq ki, $n \geq 3$, $q > 1$, $\alpha < 2 - n$, $a_0(x,t) \geq C|x|^\sigma$, $\sigma \in R$, $C = \text{const} > 0$. Onda ixtiyari $\sigma \in (-\infty, +\infty)$, $q > 1$ üçün (13) tənliyinin $Q_T^{R,\infty}$ -də müsbət həlli yoxdur.

Yoxlanılır ki, müsbət həllin yoxluğunu təmin edən qiymətləndirmə dəqiqdir. Bunun üçün

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(|x|^\alpha \nabla u) + |x|^\sigma |u|^{q-1} u \quad (14)$$

tənliyinə baxılır və göstərilir ki, $\sigma + 2 - \alpha + (2 - n - \alpha)(q - 1) < 0$ olduqda,

$$u(x, t) = \left[-\frac{\sigma + 1 - \alpha}{q - 1} \frac{\sigma + 1 - \alpha + (2 - n - \alpha)(q - 1)}{q - 1} \right]^{\frac{1}{q-1}} |x|^{-\frac{\sigma + 2 - \alpha}{q-1}}.$$

funksiyası (14) tənliyinin müsbət həllidir.

Birinci fəslin 1.4-cü yarım fəslində $Q = \Omega \times (-\infty, +\infty)$ silindrində aşağıdakı tənliyə baxılır:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Lu + C|x|^\sigma |u|^{p-1} u, \quad (15)$$

harada ki,

$$L \equiv \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) + \sum_{i=1}^n b_i(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_i} \equiv \operatorname{div}(A \nabla u)(x, t) + B(x, t) \nabla u(x, t),$$

$$A = A(x, t) = (a_{ij}(x, t))_{i,j=1}^n, \quad B(x, t) = (b_1(x, t), \dots, b_n(x, t)).$$

Fərz olunur ki, $n \geq 3$, $p > 1$, $\sigma > -2$, $a_{ij}(x, t)$, $b_i(x, t)$

əmsalları $R^n \times (-\infty, +\infty)$ - da məhdud, ölçülən, t -yə nəzərən T - periodik funksiyalardır və $a_{ij}(x, t)$ -lər aşağıdakı şərtləri ödəyirlər:

I) $A(x, t)$ simmetrik matrisdir, $a_{ij}(x, t)$ -lər $R^n \times (-\infty, +\infty)$ - da Hölder mənaada kəsilməzdirilər və elə $\lambda > 1$ sabiti var ki, ixtiyari $(x, t) \in R^n \times [0, T]$ üçün $\lambda^{-1} I \leq A(x, t) \leq \lambda I$.

Aşağı tərtib törəmələr iştirak edən yarımxətti tənliklər C. Budd, V. Qalaktionovun; V. Kondratiyev, V. Liskeviç, Z. Sobolun; V. Kondratiyev, V. Liskeviç, V. Moroz və Z. Sobolun; D. Smets və A. Tesein; Qi S. Zhangın işlərində baxılmışdır.

(15) tənliyinin həlli ümumiləşmiş mənaada başa düşülür.

$u(x, t)$ funksiyasına o zaman (15) tənliyinin ümumiləşmiş həll

deyilir ki, $u(x, t) \in W_{2,loc}^{1,\frac{1}{2}}(Q_T) \cap L_{\infty,loc}(Q_T)$, $B \nabla u \in L_{1,loc}(Q_T)$ olsun və

ixtiyari $\varphi(x, t) \in W_2^{0, \frac{1}{2}}(Q_T)$ üçün

$$2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (ik) \int_{\Omega} u_k \varphi_{-k}(x) dx + \int_{Q_T} \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} dx dt - \\ - \int_{Q_T} \sum_{i=1}^n b_i(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_i} \varphi dx dt = C \int_{Q_T} |x|^\sigma |u|^{p-1} u \varphi dx dt.$$

integral eyniliyi ödənilsin.

Tərif. Tutaq ki, $H(x) \in L_{1,loc}(R^n)$. Əgər

$$M_{n+1}(H) \equiv \sup_{x \in R^n} \int_{R^n} \frac{|H(y)|}{|x - y|^{n-1}} dy < \infty$$

olarsa, onda deyilir ki, $H(x)$ funksiyası $\hat{K}_{n+1, \infty}$ sinfinə daxildir.

Fərz olunur ki, $B(x, t)$ aşağıdakı şərtləri ödəyir:

II) $|B(x, t)| \leq C_3 |V(x)|$, harada ki, $V(x) \in \hat{K}_{n+1, \infty}$ və elə $\varepsilon > 0$

var ki, $M_{n+1}(V) < \varepsilon$.

III) Elə $C_4 > 0$, $\beta \in (0, 1)$ sabitləri var ki, ixtiyari

$\varphi(x, t) \in W_2^{0, \frac{1}{2}}(Q_T^{R, \infty})$ üçün

$$\int_{Q_T^{R, \infty}} |\bar{B}|^2 \varphi^2 dx dt \leq C_4 \int_{Q_T^{R, \infty}} |\nabla \varphi|^2 dx dt,$$

$$(1 - \beta) \int_{Q_T^{R, \infty}} \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} dx dt - \int_{Q_T^{R, \infty}} \sum_{i,j=1}^n \bar{b}_i(x, t) \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \varphi dx dt \geq 0,$$

harada ki, $\bar{B} := BX_{Q_T^{R, \infty}}$, $X_{Q_T^{R, \infty}}$ isə $Q_T^{R, \infty}$ -un xarakteristik funksiyasıdır.

Aşağıdakı köməkçi lemmalar isbat olunur.

Lemma 1.8. Tutaq ki, $A(x, t)$, $B(x, t)$ I), II), III) şərtlərini

ödəyirlər və $u(x, t)$ $Lu - \frac{\partial u}{\partial t} \leq 0$ bərabərsizliyinin $\bar{Q}_T^{R_0, \infty}$ -da mənfə

olmayan elə həllidir ki, $u|_{|x|=R_0} > 0$. Onda elə $C_0, R > R_0$ sabitləri var ki, $Q_T^{R,\infty}$ - da $u(x,t) \geq C_0|x|^{2-n}$.

Lemma 1.9. Tutaq ki, лемма 1.8-in şərtləri ödənilir, $0 \leq W(x,t) \in L_{loc}^\infty(Q_T^{R_0,\infty})$, $W(x,t+T) = W(x,t)$ və $x \rightarrow \infty$ olduqda $|x|^2 W(x,t) \rightarrow \infty$. Onda $Lu + W(x,t)u - \frac{\partial u}{\partial t} \leq 0$ bərabərsizliyinin $Q_T^{R,\infty}$ -da müsbət həlli yoxdur.

$Q_T^{R_0,\infty}$ silindrində

$$-\frac{\partial v}{\partial t} + L^*v = 0 \quad (16)$$

tənliyi üçün aşağıdakı lemma doğrudur, harada ki,

$$L^*v \equiv \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x,t) \frac{\partial v}{\partial x_j} \right) - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (b_i(x,t)v).$$

Lemma 1.10. Tutaq ki, I), II), III) şərtləri ödənilir. Elə $\varepsilon > 0$ var ki, II) şərti bu ε ilə ödənildikdə (16) tənliyinin $Q_T^{R_0,\infty}$ - da $C_9 \leq v(x,t) \leq C_{10}$, $0 < C_9 < C_{10} < \infty$ münasibətini ödəyən $v(x,t)$ həlli var.

İndi isə $Q_T^{R,\infty}$ -da

$$-\frac{\partial v}{\partial t} + Lv + \alpha_1|x|^{-2}v = 0, \quad (17)$$

tənliyinə baxaq, harada ki, α_1 kifayət qədər kiçik müsbət ədəddir.

Lemma 1.11. Tutaq ki, лемма 1.10-nun şərtləri ödənilir və $v(x,t) \in Q_T^{R,\infty}$ - da (17) tənliyinin mənfə olmayan elə həllidir ki, $v|_{|x|=R_0} > 0$. Onda elə $C_{11} > 0, R_1 > R$ sabitləri var ki, $|x| \geq R_1$ olduqda $v(x,t) \geq C_{11}|x|^{2-n} \log|x|$.

Bu lemmalardan istifadə edərək aşağıdakı teorem isbat edilir.

Teorem 1.8. Tutaq ki, $n \geq 3, p > 1, \sigma > -2$ və I), II), III) şərtləri ödənilir. Əgər $2 + \sigma + (2-n)(p-1) \geq 0$ olarsa, onda elə

$\varepsilon > 0$ var ki, II) şərti bu ε ilə ödənildikdə (15) tənliyinin Q_T - də müsbət həlli yoxdur.

I fəslin son yarım fəslində Q'_R oblastında u və v naməlum funksiyaları üçün aşağıdakı zəif əlaqəli tənliklər sisteminə baxılır:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(A \nabla u) + |x|^{\sigma_1} |v|^{q_1}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \operatorname{div}(A \nabla v) + |x|^{\sigma_2} |u|^{q_2}, \quad (18)$$

harada ki, $q_1, q_2 > 1$ - sabitlərdir, $A = (a_{ij}(x, t))_{i,j=1}^n$ - simmetrik matrisdir ($a_{ij} = a_{ji}$), $a_{ij}(x, t)$ -lər məhdud, ölçülən, t -yə nəzərən T - periodik funksiyalardır və (4) şərti ödənilir.

(18) sisteminin həlli olaraq elə $(u(x, t), v(x, t))$ cütlüyü başa düşülür ki, $u, v \in W_{2,loc}^{1,1/2}(Q_T^{R,\infty}) \cap L_{\infty,loc}(Q_T^{R,\infty})$ və ixtiyari

$\varphi(x, t) \in W_2^{1,1/2}(Q_T^{R,\infty})$ üçün

$$2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (ik) \int_{B'_R} u_k(x) \varphi_{-k}(x) dx + \iint_{Q_T^{R,\infty}} (A \nabla u, \nabla \varphi) dx dt = \iint_{Q_T^{R,\infty}} |x|^{\sigma_1} |v|^{q_1} \varphi dx dt,$$

$$2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (ik) \int_{B'_R} v_k(x) \varphi_{-k}(x) dx + \iint_{Q_T^{R,\infty}} (A \nabla v, \nabla \varphi) dx dt = \iint_{Q_T^{R,\infty}} |x|^{\sigma_2} |u|^{q_2} \varphi dx dt$$

integral eynilikləri ödənilsin.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 1.9. Tutaq ki, $n \geq 3$, $q_1 > 1$, $q_2 > 1$, $\sigma_1 \in R$, $\sigma_2 \in R$.

Əgər m $\left\{ \frac{q_1(\sigma_2 + 2) + \sigma_1 + 2}{q_1 q_2 - 1}, \frac{q_2(\sigma_1 + 2) + \sigma_2 + 2}{q_1 q_2 - 1} \right\} \geq n - 2$

bərabərsizliyi ödənilərsə, onda (15) tənliyinin Q'_R oblastında müsbət həlli yoxdur.

Göstərilir ki,

$$\theta_1 = \frac{q_1(\sigma_2 + 2) + \sigma_1 + 2}{q_1 q_2 - 1} < n - 2 \quad \text{və} \quad \theta_2 = \frac{q_2(\sigma_1 + 2) + \sigma_2 + 2}{q_1 q_2 - 1} < n - 2,$$

bərabərsizlikləri ödənildikdə,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + |x|^{\sigma_1} |v|^{q_1}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \Delta v + |x|^{\sigma_2} |u|^{q_2}$$

sisteminin $u = A|x|^{-\theta_1}$, $v = B|x|^{-\theta_2}$ şəklində müsbət (u, v) həlli var, harada ki, A və B sabitləri

$$A\theta_1(\theta_1 + 2 - n) + B^{q_1} = 0, \quad B\theta_2(\theta_2 + 2 - n) + A^{q_2} = 0.$$

bərabərliklərini ödəyirlər.

İkinci fəsilə sinqulyar potensiallı yarım xətti parabolik tənliklər və belə tənliklər sistemi üçün Fujita tipli məsələlər araşdırılır.

Birinci yarım fəsilə, oturacağı koordinat başlanğıcını daxilində saxlayan kompaktın xarici olan silindrdə, çəki funksiyası daxil olan sinqulyar potensiallı yarım xətti parabolik tənliyə, ikinci yarım fəsilə isə sinqulyar potensiallı ikitərtibli yarım xətti parabolik tənliklər sisteminə baxılır. Fəzanın ölçüsündən, sinqulyarlıq əmsalından, çəkidən, qeyri-xəttiliyin dərəcəsiindən asılı olaraq qlobal həllin yoxluğunu təmin edən kafi şərt tapılır. Qeyri-xətti elliptik və parabolik tənliklər sistemləri üçün Fujita tipli nəticələr əvvəllər aşağıdakı müəlliflərin işlərində tədqiq olunmuşdur: Gabriella Caristi; H. Chen, R. Peng and F. Zhou; M. Escobedo, M.A. Herrero; M. Escobedo and H. A. Levine; Wei Guo, Wenjie Gao, Bin Guo; K. Mochizuki and Q. Huang; A. Quaas, B. Sirakov; J. Serrin, H. Zou; Faten Toumi; Y. Uda.

Növbəti işarələmələrdən istifadə olunur:

$Q_R = B_R \times (0, +\infty)$, $Q'_R = B'_R \times (0, +\infty)$, $C_{x,t}^{2,1}(Q'_R)$ - Q'_R oblastında x -ə nəzərən iki dəfə kəsilməz diferensiallanan, t -yə nəzərən isə kəsilməz diferensiallanan funksiyalar sinfidir.

2.1 yarım fəsilə Q'_R oblastında

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}(|x|^\alpha \nabla u) + C_0 |x|^{\alpha-2} u + |x|^\sigma |u|^q, \quad (19)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, \quad (20)$$

məsələsinə baxılır, harada ki, $q > 1$, $\alpha < 2$, $\sigma + 2 - \alpha > 0$,

$$0 \leq C_0 \leq \left(\frac{\alpha + n - 2}{2} \right)^2, \quad u_0(x) \in C(B'_R).$$

Bu məsələnin mənfi olmayan qlobal həllinin yoxluğu məsələsi araşdırılır. Həll klassik mənada başa düşülür.

$$C_0^* = \left(\frac{\alpha + n - 2}{2} \right)^2, \quad D = \sqrt{C_0^* - C_0}, \quad \lambda_{\pm} = -\frac{\alpha + n - 2}{2} \pm D$$

işarə edək.

Teorem 1.10. *Tutaq ki, $n \geq 3, q > 1, \alpha < 2, \sigma + 2 - \alpha > 0$ və $0 \leq C_0 < C_0^*$ olduqda $q \leq 1 + \frac{\sigma + 2 - \alpha}{\lambda_+ + n}$, $C_0 = C_0^*$ olduqda isə $q < 1 + \frac{\sigma + 2 - \alpha}{\lambda_+ + n}$. Onda (19), (20) məsələsinin mənfi olmayan qlobal həlli yoxdur.*

2.2. yarımfəslində Q'_R oblastında

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \alpha_1 \Delta u + \frac{C_1}{|x|^2} u + |x|^{\sigma_1} v^{q_1} \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \alpha_2 \Delta v + \frac{C_2}{|x|^2} v + |x|^{\sigma_2} u^{q_2} \end{cases} \quad (21)$$

tənliklər sisteminin

$$u|_{t=0} = u_0(x), v|_{t=0} = v_0(x) \quad (22)$$

başlanğıc şərtini ödəyən həllərinin varlığı məsələsi tədqiq olunur, harada ki, $u_0(x), v_0(x) \in C(B'_R)$, $u_0(x) \geq 0$, $v_0(x) \geq 0$, $\alpha_i > 0, \sigma_i > -2$,

$$0 \leq C_i < \alpha_i \left(\frac{n-2}{2} \right)^2, \quad q_i > 1, \quad i = 1, 2.$$

(21), (22) sisteminin həlli elə $(u(x, t), v(x, t))$ cütülyü başa düşülür ki, $u, v \in C_{x,t}^{2,1}(Q'_R) \cap C(B'_R \times [0, +\infty))$ və u, v (21) sistemini Q'_R - in hər bir nöqtəsində, (22) şərtini isə $t = 0$ olduqda ödəyirlər.

Aşağıdakı işarələmələr daxil olunur:

$$\begin{aligned}
D_1 &= \sqrt{\left(\frac{n-2}{2}\right)^2 - \frac{C_1}{\alpha_1}}, \quad D_2 = \sqrt{\left(\frac{n-2}{2}\right)^2 - \frac{C_2}{\alpha_2}}, \\
\lambda_1^+ &= -\frac{n-2}{2} + D_1, \quad \lambda_1^- = -\frac{n-2}{2} - D_1, \\
\lambda_2^+ &= -\frac{n-2}{2} + D_2, \quad \lambda_2^- = -\frac{n-2}{2} - D_2, \\
\theta_1 &= \frac{\sigma_1 + 2 + q_1(\sigma_2 + 2)}{q_1 q_2 - 1} - \lambda_1^+ - n, \\
\theta_2 &= \frac{\sigma_2 + 2 + q_2(\sigma_1 + 2)}{q_1 q_2 - 1} - \lambda_2^+ - n.
\end{aligned}$$

Teorem 1.11. *Tutaq ki, $n > 2$, $\alpha_i > 0$, $\sigma_i > -2$,*

$$0 \leq C_i < \alpha_i \left(\frac{n-2}{2}\right)^2 \quad \text{və} \quad \max(\theta_1, \theta_2) \geq 0, \quad i=1,2. \quad \text{Əgər}$$

$u(x,t) \geq 0$, $v(x,t) \geq 0$ (21), (22) məsələsinin həllidirsə, onda $u(x,t) \equiv 0$, $v(x,t) \equiv 0$.

Üç yarımfəsildən ibarət 3-cü fəsil baş hissədə biharmonik operator olan yarım xətti elliptik və parabolik tənliklərin və bu cür tənliklər sisteminin mənfi olmayan qlobal həllərinin yoxluğu məsələsinə həsr edilmişdir.

Bu fəslin ilk iki yarım fəslində sinqulyar potensiallı dördtərtibli yarım xətti elliptik, parabolik tənliklərin qlobal həllərinin olmaması məsələsi öyrənilir və qeyri-xəttiliyin dərəcəsindən, sinqulyarlıq əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq qlobal həllin yoxluğunun dəqiq kritik göstərici tapılır. İkinci yarım fəsildə qeyri-xəttilik dərəcəsindən, sinqulyarlıq əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq, sinqulyar potensiallı dördtərtibli yarım xətti parabolik tənliklər sisteminin qlobal həllərinin yoxluğunun dəqiq kritik göstərici tapılır.

Baş hissədə biharmonik operator olan yarım xətti elliptik, parabolik tənliklər və tənliklər sistemi üçün oxşar məsələlərə aşağıdakı müəlliflər tərəfindən baxılmışdır: Q.Q. Laptev, Y.V.

Volodin, X.Xu, V. Ghergu, S.D. Taliaferro, H. Xiong, Y.T. She, P.C. Carriao, R. Demarque, O.H. Miyagaki, Y. Yao, R. Wang, Y. Shen.

Əvvəlcə 3.1 yarımfaslində B'_R oblastında belə bir tənliyə baxılır:

$$\Delta^2 u - \frac{C}{|x|^4} u - |x|^\sigma |u|^q = 0, \quad (23)$$

harada ki, $q > 1$, $0 \leq C \leq (n(n-4)/4)^2$, $\sigma > -4$, $\Delta^2 u = \Delta(\Delta u)$.

(23) tənliyinin

$$\int_{\partial B_R} u dx \geq 0, \quad \int_{\partial B_R} \Delta u dx \leq 0 \quad (24)$$

şərtlərini ödəyən qlobal həllərinin olmaması məsələsi araşdırılır. (23),(24) məsələsinin qlobal həlli elə $u(x) \in C^4(\overline{B'_R})$ funksiyası başa düşülür ki, sərhəddə (24) şərtlərini, B'_R -in hər bir nöqtəsində isə (23) tənliyini ödəsin.

$$\sqrt{(n-2)^2 + C} = D, \quad \sqrt{\left(\frac{n-2}{2}\right)^2 + 1} \pm D = \alpha_{\pm}$$

işarə edək.

Teorem 1.12. *Tutaq ki, $n > 4$, $\sigma > -4$, $0 \leq C < (n(n-4)/4)^2$ və $1 < q \leq 1 + \frac{\sigma + 4}{(n-4)/2 + \alpha_-}$. Əgər $u(x) \in B'_R$ -də (23) tənliyinin (24) şərtlərini ödəyən həllidirsə, onda $u \equiv 0$.*

Sonra 3.1 yarımfaslində Q'_R oblastında aşağıdakı məsələyə baxılır:

$$\begin{cases} |x|^\lambda \frac{\partial u}{\partial t} = -\Delta^2 u^p + \frac{C_0}{|x|^4} u^p + |x|^\sigma |u|^q \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{cases} u|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} \int_0^T \int_{\partial B_R} u dx dt \geq 0, \int_0^T \int_{\partial B_R} \Delta u^p dx dt \leq 0, \quad \forall T > 0, \end{cases} \quad (27)$$

harada ki, $n > 4, q > 1, 0 \leq C_0 < \left(\frac{n(n-4)}{4}\right)^2, \sigma > -4, u_0(x) \in C(\overline{B'_R})$.

$u(x, t) \in C_{x,t}^{4,1}(Q'_R) \cap C_{x,t}^{2,0}(\overline{B'_R} \times [0, +\infty))$ funksiyası o zaman (25)-

(27) məsələsinin həlli adlanır ki, $u(x, t)$ Q'_R - in hər bir nöqtəsində (25) tənliyini, $t = 0$ olduqda (26), $|x| = R$ olduqda isə (27) şərtini ödəsin. Burada $C_{x,t}^{4,1}(Q'_R)$ - Q'_R oblastında x -ə nəzərən dörd dəfə kəsilməz diferensiallanan, t -yə nəzərən isə kəsilməz diferensiallanan funksiyalar sinfidir.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 1.13. *Tutaq ki $n > 4, \sigma > -4, 1 \leq p < q,$*

$$0 \leq C_0 < \left(\frac{n(n-4)}{4}\right)^2 \text{ və } q \leq p + \frac{\sigma + 4}{\frac{n+4}{2} + \lambda + \alpha_-}. \text{ Əgər } u(x, t) \text{ (25)-}$$

(27) məsələsinin həllidirsə, onda $u(x, t) \equiv 0$.

3.2. yarımfəslində baş hissədə biharmonik operator olan Bauendi-Qruşin tipli tənliklərin mənfi olmayan həllərinin yoxluğu məsələsi öyrənilir. Bauendi-Qruşin tipli tənliklər aşağıdakı müəlliflərin işlərində nəzərdən keçirilmişdir: M.S.Baouendi, Lorenzo D'Ambrosio, Sandra Lucente, V.A. Grushin, I. Kombe, Fərman Məmmədov və s.

Aşağıdakı işarələmələr daxil olunur:

$$x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n, y = (y_1, \dots, y_m) \in \mathbb{R}^m, |x| = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}, |y| = \sqrt{\sum_{i=1}^m y_i^2},$$

$$B_x(r) = \{x \in \mathbb{R}^n : |x| < r\}, B_y(r) = \{y \in \mathbb{R}^m : |y| < r\},$$

$$S_x(r) = \{x \in \mathbb{R}^n : |x| = r\}, S_y(r) = \{y \in \mathbb{R}^m : |y| = r\},$$

$$B(r) = B_x(r) \times B_y(r), B_x(r_1, r_2) = \{x \in \mathbb{R}^n : r_1 < |x| < r_2\},$$

$$B_y(r_1, r_2) = \{y \in \mathbb{R}^m : r_1 < |y| < r_2\}, B(r_1, r_2) = B_x(r_1, r_2) \times B_y(r_1, r_2),$$

$$B'_x(R) = \mathbb{R}^n \setminus B_x(R), B'_y(R) = \mathbb{R}^m \setminus B_y(R), B'(R) = B'_x(R) \times B'_y(R),$$

$$\partial B'(R) = S_x(R) \times B'_y(R) \cup B'_x(R) \times S_y(R), B'_x(1) = B'_x, B'_y(1) = B'_y.$$

$B'(R)$ oblastında növbəti tənliyə baxılır:

$$\Delta_x(|x|^\alpha \Delta_x u) + \Delta_y^2 u - \frac{C_1}{|x|^{4-\alpha}} u - \frac{C_2}{|y|^4} u - |x|^{\sigma_1} |y|^{\sigma_2} |u|^q = 0, \quad (28)$$

harada ki, $\alpha < 4$, $\sigma_1, \sigma_2 \in R$, $q > 1$, $0 \leq C_1 < \left(\frac{(n-\alpha)(n+\alpha-4)}{4} \right)^2$,

$$0 \leq C_2 < \left(\frac{m(m-4)}{4} \right)^2, \quad \Delta_x = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}, \quad \Delta_y^2 = \Delta_y(\Delta_y), \quad \Delta_y = \sum_{i=1}^m \frac{\partial^2}{\partial y_i^2}.$$

(28) tənliyinin $\partial B'(R)$ -də

$$u \geq 0, \quad \Delta u \leq 0 \quad (29)$$

şərtlərini ödəyən qlobal həllinin olmaması məsələsi araşdırılır.

(28),(29) məsələsinin həlli klassik mənada başa düşülür. Belə ki, hər bir nöqtədə (28) tənliyini, $\partial B'_R$ -də (29) şərtini ödəyən $u(x, y) \in C^4(B'_R) \cap C^3(\overline{B'_R})$ funksiyasına (28),(29) məsələsinin həlli deyilir.

$$D_1 = \sqrt{\left(\frac{(n-2)(\alpha-2)}{2} \right)^2 + C_1}, \quad D_2 = \sqrt{(m-2)^2 + C_2},$$

$$\alpha_{\pm} = \sqrt{\left(\frac{n-2}{2} \right)^2 + \left(\frac{\alpha-2}{2} \right)^2} \mp D_1, \quad 2 \leq \alpha < 4, \text{ olduqda}$$

$$\alpha_{\pm} = \sqrt{\left(\frac{n-2}{2} \right)^2 + \left(\frac{\alpha-2}{2} \right)^2} \pm D_1, \quad \alpha < 2, \text{ olduqda}$$

$$\beta_{\pm} = \sqrt{\left(\frac{m-2}{2} \right)^2 + 1 \pm \sqrt{D_2}}, \quad \gamma = \frac{2\sqrt{D_1} - \alpha_+}{\alpha_-},$$

$$a = \frac{m+4}{2} + \beta_- - \sigma_2 \frac{1}{q-1} = \frac{m+4}{2} + \beta_- - \sigma_2(q'-1),$$

$$b = \frac{n+4-\alpha}{2} + \alpha_- - \sigma_1(q'-1),$$

işarə edək, harada ki, $\frac{1}{q} + \frac{1}{q'} = 1$.

Bu yarımfəslin əsas nəticəsi aşağıdakı teoremdir:

Teorem 1.14. *Tutaq ki, $\alpha < 4$, $n > 4 - \alpha$, $m > 4$,*

$$0 \leq C_1 < \left(\frac{(n-\alpha)(n+\alpha-4)}{4} \right)^2, \quad 0 \leq C_2 < \left(\frac{m(m-4)}{4} \right)^2 \quad \text{və}$$

$$a) \sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0, 1 < q \leq \min \left\{ 1 + \frac{\sigma_1}{\frac{n-\alpha+4}{2} + \alpha_-}, 1 + \frac{\sigma_2}{\frac{m+4}{2} + \beta_-} \right\},$$

$$b) \sigma_1 > 0, \sigma_2 > -4, q > \max \left\{ 1, 1 + \frac{\sigma_2}{\frac{m+4}{2} + \beta_-} \right\} \quad \text{və}$$

$$q < 1 + \frac{\sigma_1}{\frac{n-\alpha+4}{2} + \alpha_-}, q \leq 1 + \frac{\sigma_2+4}{\frac{m+4}{2} + \beta_- - 4} \quad \text{yaxud}$$

$$q = 1 + \frac{\sigma_1}{\frac{n-\alpha+4}{2} + \alpha_-}, q < 1 + \frac{\sigma_2+4}{\frac{m+4}{2} + \beta_- - 4},$$

$$c) \sigma_1 > \alpha - 4, \sigma_2 > 0, q > \max \left\{ 1, 1 + \frac{\sigma_1}{\frac{n-\alpha+4}{2} + \alpha_-} \right\} \quad \text{və}$$

$$q < 1 + \frac{\sigma_2}{\frac{m+4}{2} + \beta_-}, q \leq 1 + \frac{\sigma_2+4-\alpha}{\frac{n+\alpha-4}{2} + \alpha_- - 4} \quad \text{və} \quad q = 1 + \frac{\sigma_2}{\frac{m+4}{2} + \beta_-},$$

$$q < 1 + \frac{\sigma_1+4-\alpha}{\frac{n+\alpha-4}{2} + \alpha_-},$$

d)

$$4 - \alpha + \sigma_1 + \frac{4 - \alpha}{4} \sigma_2 > 0, \max \left\{ 1, 1 + \frac{\sigma_1}{\frac{n - \alpha + 4}{2} + \alpha_-}, 1 + \frac{\sigma_2}{\frac{m + 4}{2} + \beta_-} \right\} < \\ < q \leq 1 + \frac{4 - \alpha + \sigma_1 + \frac{4 - \alpha}{4} \sigma_2}{\frac{n - \alpha + 4}{2} + \alpha_- + \frac{4 - \alpha}{4} \left(\frac{m - 4}{2} + \beta_- \right)}.$$

Əgər $u(x, y)$ (28), (29) məsələsinin həllidirsə, onda $u \equiv 0$.

3.3 yarımfəslində Q'_R oblastında

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \Delta^2 u_1 - \frac{C_1}{|x|^4} u_1 &= |x|^{\sigma_1} |u_2|^{q_1} \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} + \Delta^2 u_2 - \frac{C_2}{|x|^4} u_2 &= |x|^{\sigma_2} |u_1|^{q_2} \end{aligned} \quad (30)$$

tənliklər sisteminin

$$u_i|_{t=0} = u_{i0}(x) \geq 0 \quad (31)$$

başlangıç və

$$\int_0^T \int_{\partial B_R} u_i dx dt \geq 0, \quad \int_0^T \int_{\partial B_R} \Delta u_i dx dt \leq 0, \quad \forall T > 0, \quad (32)$$

sərhəd şərtlərini ödəyən həllərinin varlığı məsələsi öyrənilir, harada

ki, $n > 4$, $q_i > 1$, $\sigma_i \in \mathbb{R}$, $0 \leq C_i < \left(\frac{n(n-4)}{4} \right)^2$, $u_{i0}(x) \in C(B'_R)$,

$$\Delta^2 u = \Delta(\Delta u).$$

(30)-(32) məsələsinin həlli elə (u_1, u_2) cütünü başa düşülür ki, $u_1(x, t), u_2(x, t) \in C_{x,t}^{4,1}(Q'_R) \cap C_{x,t}^{3,0}(\overline{B'_R} \times (0, +\infty)) \cap C(\overline{B'_1} \times [0, +\infty))$ olsun, (30) sistemi hər bir nöqtədə, (31) başlangıç şərti $t = 0$ olduqda və (32) şərtləri ödənilsin.

$$\begin{aligned}
D_i &= \sqrt{(n-2)^2 + C_i}, \quad \lambda_i^\pm = \sqrt{\left(\frac{n-2}{2}\right)^2 + 1 \pm D_i}, \\
\mu_i &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{D_i - \lambda_i^+}{\lambda_i^-}\right), \quad \bar{\mu}_i = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{D_i - \lambda_i^+}{\lambda_i^-}\right), \\
\alpha_1 &= \frac{\lambda_1^- + \sigma_1 + \frac{n+4}{2}}{\lambda_2^- + \frac{n+4}{2}}, \quad \alpha_2 = \frac{\lambda_2^- + \sigma_2 + \frac{n+4}{2}}{\lambda_1^- + \frac{n+4}{2}}, \\
\beta_1 &= \frac{\lambda_1^- + \sigma_1 + 4 + \frac{n+4}{2}}{\lambda_2^- + \frac{n-4}{2}}, \quad \beta_2 = \frac{\lambda_2^- + \sigma_2 + 4 + \frac{n+4}{2}}{\lambda_1^- + \frac{n-4}{2}}, \\
\theta_1 &= \frac{\sigma_1 + 4 + q_1(\sigma_2 + 4)}{q_1 q_2 - 1} - \lambda_1^- - \frac{n+4}{2}, \\
\theta_2 &= \frac{\sigma_2 + 4 + q_2(\sigma_1 + 4)}{q_1 q_2 - 1} - \lambda_2^- - \frac{n+4}{2}, \quad i=1,2.
\end{aligned}$$

işarə edək.

Teorem 1.15. *Tutaq ki, $n > 4$, $\beta_i > 1$, $0 \leq C_i < \left(\frac{n(n-4)}{4}\right)^2$,*

$1 < q_i \leq \beta_i$, $\max(\theta_1, \theta_2) \geq 0$ və $\alpha_1 > 1$ olduqda $(q_1, q_2) \neq (\alpha_1, \beta_2)$, $\alpha_2 > 1$ olduqda isə $(q_1, q_2) \neq (\beta_1, \alpha_2)$, $i=1,2$. Onda (30)-(32) məsələsinin qeyri-trivial həlli yoxdur.

4-cü fəsil ikitərtibli yarımxətti elliptik tənliklərin yan səthdə bircins Neyman şərtini ödəyən həllərinin sonsuzluqda asimptotik davranışlarının öyrənilməsinə həsr edilmişdir.

4.1 yarımfəslində baş hissədə Laplas operatoru olan ikinci tərtib yarımxətti elliptik tənliyin, yan səthdə bircins Neyman şərtini ödəyən, həllərinin sonsuzluğun yaxın ətrafında asimptotik davranışları öyrənilir.

$|u|^{\sigma-1}u$ qeyri-xəttiliyi ilə oxşar məsələlər aşağıdakı

müəlliflərin işlərində baxılmışdır: Wei Guo, Xinyue Wang and Mingjun Zhou; T.S. Khachlayev; V.A. Kondratiev, Yu.V Egorov, O.A Oleinik; V.A. Kondratiev, L. Veron; A. Pazy; Y. Pinchover.

Tutaq ki, $G \subset \mathbb{R}^n$ -də Lipşiç şərtini ödəyən məhdud oblastdır.

$\Pi_{a,b} = G \times (a,b)$, $\Pi_{a,\infty} = \Pi_a$, $\Gamma_{a,b} = \partial G \times (a,b)$, $\Gamma_{a,\infty} = \Gamma_a$ işarə edək.

4.1 yarımfəslində Π_0 oblastında

$$u_{tt} + \Delta u - |u|^\sigma = 0 \quad (33)$$

tənliyinin Γ_0 yan səthində

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad (34)$$

şərtini ödəyən həllinin asimptotik davranışı öyrənilir, harada ki, $\sigma > 1$, $n \geq 2$ -yə ∂G -yə çəkilməmiş xarici normalın vahid vektorudur.

(33),(34) məsələsinin həlli ümumiləşmiş mənada başa düşülür. $u(x,t)$ funksiyasına o zaman (33), (34) məsələsinin həlli deyilir ki, ixtiyari $0 < a, b < \infty$ ədədləri üçün $u(x,t) \in W_2^1(\Pi_{a,b}) \cap L_\infty(\Pi_{a,b})$ və ixtiyari $\varphi(x,t) \in W_2^1(\Pi_{a,b})$, $\varphi(x,a) = \varphi(x,b) = 0$ funksiyası üçün

$$\int_{\Pi_{a,b}} u_t \varphi_t dx dt + \sum_{i=1}^n \int_{\Pi_{a,b}} u_{x_i} \varphi_{x_i} dx dt + \int_{\Pi_{a,b}} |u|^\sigma \varphi dx dt = 0$$

integral eyniliyi ödənilsin.

Bu yarımfəslin əsas nəticəsi aşağıdakı teoremdir.

Teorem 1.16. a) Əgər $u(x,t) > 0$ (33) tənliyinin (34) şərtini

ödəyən həllidirsə, onda $u(x,t) = O(t^{-\frac{2}{\sigma-1}})$;

b) Əgər $u(x,t)$ (33) tənliyinin (34) şərtini ödəyən, ixtiyari Π_a , $a > 0$ oblastında işarəsini dəyişən həllidirsə, onda

$$u(x,t) = O(e^{-ht}),$$

harada ki, h $u(x,t)$ -dən asılı deyil.

4.2 yarımfəslində Π_0 oblastında

$$u_{tt} + Lu - (t+1)^\mu |u|^\sigma = 0 \quad (35)$$

tənliyinin Γ_0 yan səthində

$$\frac{\partial u}{\partial \nu} = \sum_{i,j=1}^n a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_j} \cos(x_i, n) \quad (36)$$

şərtini ödəyən həllinin sonsuzluqda asimptotik davranışı öyrənilir, harada ki, $\sigma > 1$, $\mu > -2$, n - ∂G -yə çəkilməmiş xarici normalın vahid vektorudur. L isə

$$L \equiv \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial}{\partial x_j} \right) + \sum_{i=1}^n a_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i},$$

şəklində operatorudur, $a_{ij}(x), a_i(x)$ məhdud, ölçülən funksiyalardır,

$a_{ij} = a_{ji}$ və müntəzəm elliptiklik şərti ödənilir.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem 1.17. *a) Əgər $u(x,t) > 0$ (35) tənliyinin (36) şərtini*

ödəyən həllidirsə, onda $u(x,t) = O(t^{-\frac{\mu+2}{\sigma-1}})$;

b) Əgər $u(x,t)$ (35) tənliyinin (36) şərtini ödəyən, ixtiyari Π_a , $a > 0$ oblastında işarəsini dəyişən həllidirsə, onda

$$u(x,t) = O(e^{-ht}).$$

harada ki, h $u(x,t)$ -dən asılı deyil.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi sonsuz oblastlarda yarımxətti elliptik, parabolik tip tənliklərin və tənliklər sisteminin qlobal həllərinin varlığı və sonsuzluğun ətrafında asimptotik davranışlarının öyrənilməsi məsələlərinə həsr edilmişdir. Öncə zaman arqumentinə nəzərən periodik əmsallı yarımxətti parabolik tənliklər və tənliklər sisteminin, sonra singulyar potensiallı ikinci və dördüncü tərtib yarımxətti elliptik, parabolik tənliklər və tənliklər sistemlərinin qlobal həllərinin yoxluğu məsələsi tədqiq olunmuşdur. Sonda isə

silindrik oblastda yarım xətti elliptik tənliklərin həllərinin sonsuzluğun ətrafında asimptotik davranışı öyrənilmişdir.

Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

1. Qüvvət və loqarifmik formada yarım-xəttiliyə malik periodik əmsallı yarım xətti parabolik tənliklərin sonsuz oblastda müsbət qlobal həllərinin yoxluğunu təmin edən kafi şərtlər tapılmış və bütün hallarda alınan şərtlərin dəqiqliyi yoxlanılmışdır;
2. Oturacağı kürənin xarici olan silindrik oblastda kiçik törəmələr daxil olan periodik əmsallı yarım xətti parabolik tənliyin müsbət qlobal həllərinin olmamasının kritik göstəricisi tapılmışdır;
3. Oturacağı kürənin xarici olan silindrik oblastda baş hissədə çəki funksiyası iştirak edən periodik əmsallı yarım xətti parabolik tənliyin müsbət qlobal həllərinin olmamasını təmin edən kafi şərt tapılmışdır;
4. Oturacağı kürənin xarici olan sonsuz silindrə periodik əmsallı zəif əlaqəli yarım xətti parabolik tənliklər sisteminin müsbət qlobal həllərinin yoxluğunu təmin edən kafi şərt tapılmışdır;
5. Sonsuz oblastda çəki funksiyası və sinqulyar potensial iştirak edən ikitərtibli yarım xətti parabolik tənlik üçün çəkiddən, qeyri-xəttilik dərəcəsiindən, sinqulyar potensialın əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq Fujita tipli nəticə isbat edilmişdir;
6. Sonsuz oblastda sinqulyar potensiallı ikitərtibli yarım xətti parabolik tənliklər sistemi üçün qeyri-xəttilik dərəcəsiindən, sinqulyar potensialın əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq Fujita tipli nəticə isbat edilmişdir;
7. Sinqulyar potensiallı yarım xətti biharmonik tənliklərin qeyri-xəttiliyin dərəcəsiindən, sinqulyar potensialın əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq kritik göstəricisi tapılmışdır;
8. Baş hissəsi Bauendi-Qruşin tip biharmonik operator olan sinqulyar potensiallı yarım xətti tənliyin qeyri-xəttiliyin dərəcəsiindən, sinqulyar potensialın əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq kritik göstəricisi tapılmışdır;
9. Qeyri-xəttilik dərəcəsiindən, sinqulyarlıq əmsalından və fəzanın ölçüsündən asılı olaraq sinqulyar potensiala malik zəif əlaqəli

yarımxətti biharmonik parabolik tənliklər sisteminin qlobal həllərinin yoxluğu üçün dəqiq kritik göstərici tapılmışdır;

10. Yarımsilindrdə ikitərtibli yarımxətti elliptik tənliklərin yan səthdə bircins Neyman şərtini ödəyən həllərinin sonsuzluğun ətrafında tam asimptotikası tapılmışdır.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə dərc olunmuşdur:

1. Багыров, Ш.Г., О существовании положительного решения нелинейного параболического уравнения второго порядка с периодическими коэффициентами по времени // Тезисы Международной конференции по математике и механике, посвященной 50-летию со дня рождения чл.-корр. НАНА, профессора И.Т. Мамедова, Баку – 2005, с.48.
2. Багиров, Ш.Г., Об асимптотических свойствах решений нелинейного эллиптического уравнения // Тезисы XII Международной конференции по математике и механике, посвященной 70-летию юбилею чл.-корр. НАНА, профессора Б.А. Искендерова, Баку, 2006, стр.48.
3. Багыров, Ш.Г. О существовании положительного решения нелинейного параболического уравнения второго порядка с периодическими коэффициентами по времени // - Москва: Дифференциальные уравнения, - 2007. т.43, № 4, - с. 562–565.
4. Баğırov, Ş.H., Yusifova, P.N., Qeyri-xətti elliptik tənliyin paraboloid tipli oblastda həllinin asimptotikası // Yəhya Məmmədovyn anadan olmasının 80 illik yubileyinə həsr olunmuş Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri adlı Beynəlxalq konfransının materialları, Bakı 27 dekabr, 2010, səh. 14-15.
5. Bagirov, Shirmayil G. On asymptotic properties of solutions to nonlinear elliptic equation // Transactions of NAS of Azerbaijan, 2010, №4, vol.XXX, pp.35-44.
6. Bagirov, Shirmayil G. On asymptotic properties of solutions of nonlinear elliptic equation // Transactions of NAS of Azerbaijan, 2011, №1, vol.XXXI, pp.33-44.

7. Guseynov, Sharif E., Aleksejeva Jekaterina V., Timoshchenko, Julia and Bagirov, Shirmail G. Mathematical of biogas production in the household solid waste landfill // Book of Abstracts of the European Congress of Mathematics (TCM-2012), July 02-07. 2012, Krakow, 1p., (taking as an example the “Kivites” landfill of the Liepaja region in Latvia)
8. Rimshans, J.S., Kobasko, N.I., Guseynov, Sh.E., Bagirov, Sh.G., On direct and inverse initial boundary value problems for intensive quenching processes // Proceedings of the 6th International Quenching ,and Control of Dislortion Conference, September 10-13,2012,Chicago,USA,12p
9. Багыров, Ш.Г. О существовании положительного решения полулинейного параболического уравнения второго порядка с периодическими коэффициентами по времени // - Баку: Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, - 2013. №3, - с. 39-47.
10. Bağırov, Ş.H., Salamova, A.S. Məhdud oblastda qeyri-xətti elliptik tənliyin müsbət həllinin varlığı // Azərbaycanın Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 90 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri” adlı respublika elmi konf.mater., s.80, 07-08 may, 2013.
11. Багыров, Ш.Г., Векилов, М.М. О существовании положительного решения полу-линейного параболического уравнения второго порядка с периодическими коэффициентами по времени // Heydər Əliyevin anadan olmasının 90 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və informatikanın aktual problemləri” Beynəlxalq konf. tezisləri, s.140, 29-31 may, 2013.
12. Багыров, Ш.Г. Отсутствие положительных решений для полулинейного параболического уравнения второго порядка с периодическими 195 коэффициентами по времени // - Москва: Дифференциальные уравнения, - 2014. т. 50, № 4, - с. 551–555.

13. Багыров, Ш.Г., Векилов, М.М., Асимптотика решений полулинейного эллиптического уравнения второго порядка в цилиндрических областях // АМЕА Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 55 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri” mövzusunda beynəlxalq elmi konfrans, Bakı, 2014, pp. 98.
14. Bagirov, Sh.G. On behavior at infinity of the solutions of a semilinear elliptic equation of second order // Proc. Inst. Math. Mech. Natl. Acad. Sci. Azerb. 41 (1), 94-103 (2015).
15. Bagirov, Sh.G., Garayev, T.Z. Absence of positive solutions of a semi-linear parabolic equation with lowest derivatives and time periodic coefficients in external domains // Caspian journal of applied mathematics, ecology and economics vol. 3, no2 (2015) pp. 85-95.
16. Bagirov, Sh.H. Absence of positive solutions of a semilinear parabolic equation with lower derivatives and periodic time coefficients in external domains // Azerbaijan-Turkey-Ukrainian international conference “Mathematical analysis, differential equations and their applications, september 08-13, 2015, Baku, pp. 28-29.
17. Bagirov, Shirmail G., Aliyev, Mushfiq J. On behavior at infinity of the solutions of a semilinear elliptic equation of second order // Transactions of NAS of Azerbaijan, Issue Mathematics, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences 36 (4), 63-69 (2016).
18. Bagirov, Sh.H., Vakilov, M.M. On absence of solutions of a semi-linear elliptic equation with biharmonic operator in the exterior of a ball // “Qeyri-harmonik analiz və diferensial operatorlar” adlı beynəlxalq seminarda (Bakı, 25-27 may, 2016), səh.26-27.
19. Багыров, Ш.Г., Кязымзаде Н.Н. Отсутствие глобальных решений полулинейного параболического уравнения с бигармоническим оператором // АМЕА-нын müxbir üzvü, prof. Qoşqar Əhmədovun anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr

- olunmuş respublika elmi konfransı, 02-03 sentyabr 2017, Bakı, səh.165.
20. Bagirov, Sh. G., Absence of positive solution of a second order semilinear parabolic equation with periodic coefficients in time // Proceedings of the International conference devoted to the 80-th anniversary of academician Akif Gadjiev "Modern problems of mathematics and mechanics", 6-8 dekabr, Bakı, 2017, səh 53.
 21. Bagirov, Sh, Aliyev, M. J. The existence of global solutions of a semi linear parabolic equation with a singular potential // Caspian journal of applied mathematics, ecology and economics Vol. 5, No1 (2017) pp. 3-15.
 22. Багыров, Ш.Г. Отсутствие положительных глобальных решений полулинейного параболического уравнения с сингулярным потенциалом // Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, 2017, №1, с. 108-115.
 23. Bagirov, Shirmail G. The absence of global solutions of a system of semilinear parabolic equations with a singular potential, // Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics (PIMM), National Academy of Sciences of Azerbaijan 2017, Volume 43, Issue 2, 296-304.
 24. Багыров, Ш.Г. Об отсутствии неотрицательных глобальных решений полулинейного параболического уравнения второго порядка с сингулярным потенциалом // Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, 2018, №1, с. 70-78.
 25. Bagirov, Sh.G. Nonexistence of Solutions of a Semilinear Biharmonic Equation with Singular Potential // Math. Notes, 103 (1), 23-32 (2018) (in Russian).
 26. Bagirov, Shrmayil G. On non- existence of positive periodic solution for second order semilinear parabolic equation // Azerbaijan Journal of Mathematics, Vol 8, No 2 (2018): July. 163-180.
 27. Bagirov, Sh.G. Nonexistence of global solutions to the system of semilinear parabolic equations with biharmonic operator and

- singular potential // Electron J. Differ. Equ. 2018 (9), 1-13 (2018).
28. Багыров, Ш.Г., Алиев, М. Отсутствие глобальных положительных решений слабо связанных систем полулинейных параболических уравнений с периодическими коэффициентами по времени // Operators, Functions, and Systems of Mathematical Physics Conference, International conference dedicated to Hamlet İsaханlı 70th anniversary, may 21–24, 2018, Khazar University, Baku, Azerbaijan.
 29. Bagirov, Sh.G., Aliyev, M.C., The absence of global solutions to a semilinear parabolic equation with a biharmonic operator in the main part. //AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 60 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın müasir problemləri” mövzusunda beynəlxalq elmi konfrans, Bakı, 2019, pp. 151-152.
 30. Bagirov, Sh.H. Absence of a global solution of a semilinear parabolic equation with a biharmonic operator in the principal part // International Workshop dedicated to the 80th anniversary of an academician Mirabbas Geogja oğlu Gasymov, Spectral Theory and its applications, Baku, june 7-8, 2019, pp. 53-56.
 31. Багыров Ш.Г. Отсутствие глобальных решений полулинейного параболического уравнения с бигармоническим оператором в главной части // Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, 2019, N3, с. 38-49.
 32. Bağırov Ş.H., Qasımova X.Ə., Kürənin xaricində yarım xətti parabolik tənliyin müsbət qlobal həllinin varlığı. // Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı il dönmünə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın aktual problemləri” adlı Respublika Konfransı, Bakı-2019, s. 23-24.
 33. Bağırov, Ş.H., Musayeva, N.Z. Sinqulyar potensiallı yarım xətti parabolik tənliyin müsbət qlobal həllinin yoxluğu // Azərbaycan xalqının ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 97-ci ildönümünə həsr olunmuş «Riyaziyyat, mexanika və onların tətbiqləri» adlı respublika elmi konfransı, Bakı-2020, səh.13-14.

34. Bağırov, Ş.H., Qasımova X.Ə. Zaman arqumentinə nəzərən periodik əmsallı ikitərtibli yarım xətti parabolik tənliyin müsbət qlobal həllinin varlığı, Azərbaycan xalqının ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 97-ci ildönümünə həsr olunmuş «Riyaziyyat, mexanika və onların tətbiqləri» adlı respublika elmi konfransı, Bakı-2020, səh. 15-16.
35. Багыров, Ш.Г. Отсутствие глобальных положительных решений слабо связанных систем полулинейных параболических уравнений второго порядка с периодическими коэффициентами по времени // Дифференциальные уравнения, 2020, том 56, № 6, с. 732-744.
36. Bağırov, Ş.H., Musayeva, N.Z., Sonsuz oblastda yarım xətti elliptik tənliyin müsbət qlobal həllinin varlığı // Azərbaycan xalqının ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 98-ci ildönümünə həsr olunmuş «Riyaziyyat, mexanika və onların tətbiqləri» adlı respublika elmi konfransı, 24-25 may 2021, Bakı, səh. 7.
37. Bagirov, Shirmail G., Guliyev, Abdurrahim F., Absence of global solutions of a semilinear biharmonic equation with a singular potential in exterior domains // Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci. Mathematics, 42 (1), 72-85 (2022).
38. Bağırov, Ş.H., Haşımova, A.R. Baş hissə biharmonik operator olan yarım xətti elliptik tənlik üçün sərhəd məsələsinin müsbət həllinin varlığı // Azərbaycan Xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş «Riyaziyyat və Mexanikanın Aktual Problemləri» adlı Respublika Elmi Konfransı, səh.26, Bakı-2022.
39. Bagyro, Sh.G., Aliyev, M.J., On the absence of global solutions of inhomogeneous evolution semilinear inequalities with a biharmonic operator in the main part // AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu və Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin birgə təşkilatçılığı ilə Akademik İbrahim İbrahimovun 110-illiyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın müasir problemləri” adlı beynəlxalq konfrans 29 iyun-01 iyul 2022-ci il, Bakı, səh. 65.

40. Bağirov, Şirmayıl; Səlimov, Qüdrət, Sinqulyar potensiallı yarım xətti elliptik tənliyin zəif həllinin varlığı // Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr olunmuş Diferensial və integral operatorlar mövzusunda respublika elmi konfransi, Bakı, 7-8 dekabr 2023-cü il Bakı – 2023, səh. 20-21.
41. Bagyrova, Sh.G., Jabrailova, Aynur F., The absence of positive global solution of a second-order semi-linear parabolic equation with time-periodic coefficients, // “Modern problems of mathematics and mechanics” proceedings of the international conference to the 100-th anniversary of the National leader Heydar Aliyev, 26-28 April 2023-Baku, pp 136-138.
42. Bagyrova, Sh.G. The Absence of Positive Global Periodic Solution of a Second-Order Semi Linear Parabolic Equation With Time-Periodic Coefficients // Azerbaijan Journal of Mathematics, Vol 14, No 2 (2024):July

Dissertasiyanın müdafiəsi **30 may 2024**-cü il tarixində saat **14⁰⁰**-da Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.17 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəhəri, Z.Xəlilov küç., 23.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **26 aprel 2023**-cü il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 22.04.2024
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 67891 (səhifə sayı, simvolla)
Tiraj: 30