AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

ƏMSALLARI İNTERVALLAR OLAN QİSMƏN TAMƏDƏDLİ PROQRAMLAŞDIRMA MƏSƏLƏSİNİN TƏDQİQİ VƏ HƏLL ÜSULLARININ İŞLƏNİLMƏSİ

İxtisas:	1203.01- Kompüter elmləri
Elm sahəsi:	Riyaziyyat
İddiaçı:	**Nigar Oqtay qızı Şükürova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi

almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı-2021

Dissertasiya işi Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının İdarəetmə Sistemləri İnstitutunda yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Knyaz Şiraslan oğlu Məmmədov

Rəsmi opponentlər:

fizika riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Məmməd Haqverdi oğlu Yaqubov

fizika riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Fikrət Güləli oğlu Feyziyev

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
Rəşad Oqtay oğlu Məstəliyev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.19 Dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri: f.-r.e.d., professor
Qalina Yuriyevna Mehdiyeva

Dissertasiya şurasının elmi katibi: f.-r.e.n., dosent
Elxan Nəriman oğlu Səbziyev

Elmi seminarın sədri: AMEA-nın müxbir üzvi,
f.-r.e.d., professor
Vaqif Rza oğlu İbrahimov

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Məlum olduğu kimi, optimal qərarlar qəbul etməklə bağlı iqtisadiyyatın və texnikanın çoxlu sayda tətbiqi məsələlərin riyazi modelləri müxtəlif sinifdən olan qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələləri şəklində alınır. Keçən əsrin ortalarından başlayaraq müxtəlif müəlliflər tərəfindən bu məsələlər intensiv olaraq araşdırılmış və müəyyən həll üsulları işlənmişdir.

Qeyd edək ki, tamədədli proqramlaşdırma məsələlərinin müxtəlif sinifləri, o cümlədən əmsalları intervallar[1] şəklində olan məsələlər Babayev C.F, Vəliyev H.P., Hüseynov S.Y., Devyaterikova M.V., Yemeliçev V.A., Ferxa U., Kolokolov A.A., Kovalyov M.M., Kravçov M.K., Məmmədov K.Ş., Məmmədova A.H., Li W., Li W., Liu X., Li H., Martello S., Pisinger D., Hladik M.[2] və s. kimi alimlər tərəfindən araşdırılmışdır. Lakin bütün məlum üsullar eksponensial mürəkkəbliyə malikdir. Bu məsələlər ədəbiyyatda çətin həll olunan adlanır və NP-tam sinfə daxildir. Ona görə də, qismən tamədədli proqramlaşdırma məsəslələrinin müxtəlif sinifləri üçün təqribi (suboptimal) həll üsulları işlənmişdir.

Qeyd etmək lazımdır ki, iqtisadiyyatda elə riyazi modellər qarşıya çıxır ki, orada dəyişənlərin bir hissəsi tam, yerdə qalan hissəsi isə istənilən qiymətlər ala bilər. Belə modellərdə (məsələlərdə) məqsəd funksiyasının əmsallarının, məhdudiyyət şərtlərinin və bu şərtlərin sağ tərəflərinin iqtisadi mənası uyğun olaraq gəlirləri, xərcləri və ayrılmış resursları göstərir. Xüsusilə qeyd etmək lazımdır ki, müasir bazar iqtisadiyyatı şəraitində gəlirləri, xərcləri və ayrılmış resursları konkret ədədlərlə verdikdə alınan model baxılan prosesi adekvat (ekvivalent) təsvir edə bilməz. Çünki real vəziyyətdə əldə olunan gəlirlərə, çəkilmiş xərclərə və ayrılmış

---

[1]Li, W. Generalized solutions to interval linear programmes and related necessary and sufficient optimality conditions / W. Li, X. Liu, H. Li // Optimization Methods Software, – 2015. 30(3), – p.516-530.

[2]Hladik M. On strong optimality of interval linear programming // Optimization Letters,–2017. 11(7),–p.1459-1468.

resurslara müəyyən intervallarda dəyişmək imkanı verilməlidir. Aydındır ki, belə modellər prosesləri daha düzgün təsvir edəcəkdir.

Belə məsələlərdən birini aşağıdakı kimi təsvir edə bilərik:

$$\sum_{j=1}^{n}\left[\underline{c}_j,\overline{c}_j\right]x_j+\sum_{j=n+1}^{N}\left[\underline{c}_j,\overline{c}_j\right]x_j\to \max, \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}\right]x_j+\sum_{j=n+1}^{N}\left[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}\right]x_j\le\left[\underline{b}_i,\overline{b}_i\right],\quad \left(i=\overline{1,m}\right), \qquad (2)$$

$$0\le x_j\le d_j,\ \left(j=\overline{1,N}\right), \qquad (3)$$

$$x_j \text{ tamdır}, \left(j=\overline{1,n}\right),\ (n\le N) \qquad (4)$$

Burada qəbul olunur ki, $0<\underline{c}_j\le\ \overline{c}_j, 0\le\underline{a}_{ij}\le\ \overline{a}_{ij}$, $0<\underline{b}_i\le\overline{b}_i,\ d_j>0,\left(i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,N}\right)$ – verilmiş tam ədədlərdir. Bundan əlavə $\left[\underline{c}_j,\overline{c}_j\right]$, $\left[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}\right]$ və $\left[\underline{b}_i,\overline{b}_i\right]$, $\left(i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,N}\right)$ uyğun olaraq gəlirlərin, xərclərin və resursların dəyişmək intervalını göstərir. Qeyd edək ki, (1)-(4) məsələsi verilənləri intervallar olan qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsi, yaxud intervallı qismən tamədədli proqramlaşdırma məsəsləsi adlanır.

Qeyd etmək yerinə düşər ki, (1)-(4) məsələsi aşağıdakı məlum məsələlərin ümumiləşməsidir: 1) Bul proqramlaşdırma məsələsi; 2) tamədədli proqramlaşdırma məsələsi; 3) intervallı Bul proqramlaşdırma məsələsi; 4) intervallı tamədədli proqramlaşdırma məsələsi; 5) intervallı qismən Bul proqramlaşdırma məsələsi; 6) xətti proqramlaşdırma məsələsi; 7) intervallı xətti proqramlaşdırma məsələsi, və s. Çünki: 1) intervalların ucları üst-üstə düşərsə, $n=N$ və $d_j=1,\ \left(j=\overline{1,N}\right)$, Bul proqramlaşdırma məsələsi alınar; 2) əgər $n=N$ və intervalların ucları üst-üstə düşərsə, tamədədli proqramlaşdırma məsələsi alınar; 3) əgər $d_j=1,\ \left(j=\overline{1,N}\right)$ və $n=N$ olarsa, intervallı Bul proqramlaşdırma məsələsi alınar; 4) $n=N$ olarsa, intervallı tamədədli proqramlaşdırma məsələsi alınar; 5) əgər $d_j=1,\ \left(j=\overline{1,N}\right)$ və $n<N$ olarsa, intervallı qismən Bul proqramlaşdırma məsələsi alınar; 6) intervalların ucları üst-üstə

düşərsə və $n = 0$ olarsa, xətti proqramlaşdırma məsələsi alınar; 7) əgər $n = 0$ olarsa, intervallı xətti proqramlaşdırma məsələsi alınar.

Qeyd edək ki, (1)-(4) məsələsi NP-tam sinfə daxildir, çünki onun bütün xüsusi halları (xətti proqramlaşdırma məsələsindən başqa) NP-tam sinifdədir, başqa sözlə çətin həll olunandır[3]. Bu məsələnin müxtəlif sinifləri tədqiq olunmuş və müxtəlif həll üsulları işlənmişdir.

Lakin qeyd edək ki, bizə məlum oluğuna görə intervallı qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələləri hələ tədqiq olunmayıb. Bu onunla bağlı ola bilər ki, bu məsələlər NP-tam sinifdədir, yaxud onların dəqiq və ya təqribi həll üsullarının işlənməsi ciddi çətinliklərlə bağlıdır.

Yuxarıda deyilənlərə əsasən (1) -(4) məsələsinin tədqiqi və həll üsullarının işlənməsi zərurəti meydana çıxır.

Ona görədə dissertasiya üçün seçilmiş mövzunun aktuallığı heç bir şübhə doğurmur.

Tədqiqatın obyekti və predmeti. Dissertasiya işinin tədqiqat obyekti və mövzunun predmeti əmsalları intervallar olan müxtəlif sinif qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələlərinin təqribi (suboptimist və subpessimist) həllərinin tapılması üsullarının işlənməsidir. Belə məsələlər optimal qərarlar qəbul edilməsi lazım gələn iqtisadi obyektlərdə qarşıya çıxırlar.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri.

− Qismən Bul dəyişənli intervallı çanta məsələsi və intervallı qismən Bul proqramlaşdırma məsələsi üçün optimist, pessimist, suboptimist və subpessimist həll anlayışları vermək və bu məsələlər üçün suboptimitst və subpessimist həllərin tapılması üsullarını işləmək.

− Qismən tamədəli intervallı çanta məsələsi və intervallı qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsi üçün uyğun optimist, pessimist, suboptimist və subpessimist həll anlayışları vermək, suboptimist və subpessimist həllərin tapılması üsullarını işləmək.

[3] Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. − Москва: Мир, −1982. − с.416.

– İntervallı qismən Bul dəyişənli çanta məsələsi və intervallı qismən Bul proqramlaşdırma məsələsi üçün suboptimist və subpessimist həllərin xətalarının qiymətləndirilməsi məqsədilə optimal qiymətin yuxarı sərhəddini tapan alqoritmlərin işlənməsi.

– İntervallı qismən Bul proqramlaşdırma məsələsinin məqsəd funksiyasına nəzərən majorant funksiya qurmaq və onun əsas xassələrini isbat etmək.

– İntervallı qismən Bul proqramlaşdırma məsələsinin optimist və pessimist qiymətlərinin yuxarı sərhədlərini tapmaq üçün qurulmuş majorant funksiyanın minimallaşdırma alqoritmini işləmək.

– Təklif olunmuş üsulların proqram təminatlarını yaratmaq və müqayisəli eksperimentlər aparmaq.

Tədqiqat üsulları. Dissertasiya işinin yerinə yetirilməsində müasir optimallaşdırma nəzəriyyəsi prinsiplərindən, riyazi və diskret proqramlaşdırma üsullarından və s. istifadə olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

1. Əmsalları intervallar olan qismən Bul dəyişənli çanta məsələsinin və qismən tamədədli çanta məsələlərinin suboptimist və subpessimist həllərinin tapılması üsulları.
2. İntervallı qismən Bul proqramlaşdırması və qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələlərinin suboptimist və subpessimist həllərinin tapılması üsulları.
3. Veriənləri intervallar olan qismən Bul proqramlaşdırması və qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələlərinin suboptimist və subpessimist həllərinin tapılması üçün "qeyri-xətti artan cərimə" adlı üsulun işlənmsi
4. İşdə təklif olunmuş üsulların tətbiqi ilə böyük ölçülü məsələlər üzərində çoxsaylı hesablama eksperimentlərinin aparılması.
5. Əmsalları intervallar olan qismən Bul dəyişənli çanta məsələsinin məqsəd funksiyasının maksimal qiymətinin yuxarı sərhəddinin tapılması.
6. İntervallı qismən Bul proqramlaşdırma məsələsinin məqsəd funksiyasına nəzərən majorant funksiyanın qurulması və onun əsas xassələri.
7. Optimist və pessimist məsələlər üçün qurulmuş majorant funksiyaların minimallaşdırma alqoritmləri.

Tədqiqatın elmi yeniliyi.

– Əmsalları intervallar olan qismən Bul dəyişənli çanta məsələsi və qismən Bul proqramlaşdırması məsələləri üçün optimist, pessimist, suboptimist və subpessimist həll anlayışları verilmiş və həmin məsələləsin suboptimist və subpessimist həllərinin tapılması alqoritmləri işlənmişdir.

– Əmsalları intervallar olan qismən tamədədli çanta məsələsi və qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsi üçün analoji həll anlayışları verilmiş və bunların əsasında həmin məsələlərin suboptimist və subpessimist həllərinin tapılması üsulları təklif olunmuşdur

– Tapılmış həllərin optimal həlldən olan xətalarını qiymətləndirmək üçün intervallı qismən Bul proqramlaşdırma məsələsinin məqsəd funksiyanın maksimal qiymətinə nəzərən majorant funksiya qurulmuşdur. Bu funksiyanın müəyyən xassələri isbat olunmuş və onun minimallaşması üçün koordinata görə sürətli enmə tipli alqoritm işlənmişdir.

– Təklif olunmuş üsulların əsasında proqramlar kompleksi yaradılmış və çoxsaylı hesablama eksperimentləri aparılmışdır.

İşin nəzəri və praktik dəyəri. Dissertasiya işində təklif olunmuş üsullar, alqoritmlər və proqram kompleksləri müxtəlif iqtisadi və texniki xarakterli tətbiqi məsələlərin həllində istifadə oluna bilər. Müxtəlif istehsal sahələrində, xüsusi halda, bir hissəsi sayla ifadə olunan məhsullar üçün dissertasiya işində alınmış modellərdən və üsullardan istifadə etmək olar.

Bundan əlavə, dissertasiya işində Əlavə kimi verilmiş proqram kompleksi vasitəsilə bu tip müxtəlif məsələlər həll oluna bilər. Bu zaman qeyd edək ki, proqram kompleksinin tətbiqi nəticəsində nəinki uyğun məsələlərin təqribi həllərini müəyyən etmək, eyni zamanda onların optimal həllə yaxınlığını qiymətləndirə bilərik.

İşin aprobasiyası. Dissertasiya işində alınan əsas nəticələr aşağıdakı respublika, beynəlxalq konfrans və seminarlarda məruzə edilmişdir:

“Funksional Analiz və Onun Tətbiqləri” adlı konfransı (Bakı, 2016);

“Riyaziyyatın Tətbiqi Məsələləri və Yeni İnformasiya Texnologiyları” adlı III Respublika Elmi Konfransı (Bakı, Azərbaycan, 15-16 dekabr, 2016);

“Riyaziyyatın Nəzəri və Tətbiqi Problemləri” Beynəlxalq Elmi Konfransı (Sumqayıt, Azərbaycan, 25-26 may, 2017);

“COIA-2018” the 6-th International Confrence on Control and Optimization with Industrial Applications (Baku, Azerbaijan, 11-13 July, 2018) **(məruzəyə sertifikat verilmişdir)**;

“Актуальные Направления Научных Исследований XXI века: Теория и Практика” Международная открытая конференция (Voronej, Rusiya, 21-23 may, 2019);

“Riyaziyyatin Fundamental Problemləri və Intellektual Texnologiyalarin Təhsildə Tətbiqi” Respublika Elmi Konfransının (Sumqayıt, Azərbaycan, 3-4 iyul, 2020);

“COIA-2020” the 7-th International Confrence on Control and Optimization with Industrial Applications (Baku, Azerbaijan, 26-28 avqust, 2020);

AMEA-nın İdarəetmə Sistemləri İnstitunun “Diskret optimallaşdırma modelləri və üsulları” laboratoriyasının elmi seminarları.

Çap olunmuş elmi əsərlər. Dissertasiya işi üzrə 16 elmi iş, onıardan 9-u məqalə, o cümlədən 5-i xarici ölkələrdə, 7 iş isə Beynəlxalq və Respublika konfransların materiallarında və tezislərində nəşr olunmuşdur.

Dissertasiyanın həcmi və strukturu. Dissertasiya işi girişdən, 3 fəsildən, işin əsas nəticələrindən, 198 adda istifadə olunmuş ədədbiyyat siyahısından və Əlavədən ibarətdir. İşin ümumi həcmi 36 cədvəl daxil olmaqla, 164 səhifə (214190 işarə), təşkil edir. Xüsusilə, 1-ci fəsil 55438, 2-ci fəsil-42615, 3-cü fəsil-34120 işarələrdən ibarətdir.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Girişdə dissertasiyada baxılan məsələnin müasir vəziyyəti analiz olunmuş və seçilmiş mövzunun aktuallığı göstərilmişdir.

Birinci fəsil intervallı qismən Bul proqramlaşdırılması məsəsləsinin tədqiqinə və həll üsullarının işlənməsinə həsr olunub.

Bu məqsədlə intervallı qismən Bul dəyişənli çanta məsələsi və qismən Bul proqramlaşdırması məsələləri üçün optimist, pessimist, suboptimist və subpessimist anlayışları verilmişdir.

Birinci fəslin 1.1 paraqrafında aşağıdakı məsələyə baxılmışdır:

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{c}_j,\overline{c}_j]x_j + \sum_{j=n+1}^{N}[\underline{c}_j,\overline{c}_j]x_j \to max \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{a}_j,\overline{a}_j]x_j + \sum_{j=\mathrm{n}+1}^{N}[\underline{a}_j,\overline{a}_j]x_j \le [\underline{b},\overline{b}]\,, \tag{6}$$

$$0 \le x_j \le 1, \left(j = \overline{1,N}\right), \tag{7}$$

$$x_j = 1 \vee 0, \left(j = \overline{1,n}\right)\ (n \le N). \tag{8}$$

Burada fərz olunur ki, $0 < \underline{c}_j \le \overline{c}_j$, $0 < \underline{a}_j \le \overline{a}_j$, $\left(j = \overline{1,N}\right)$,

$0 < \underline{b} \le \overline{b}$ verilmiş tam ədədlərdir.

Suboptimist və subpessimist həllərin qurulması üçün aşağıdakı anlayışlar verilmişdir:

Tərif 1. (5)-(8) məsələsinin hər hansı $X^{op} = \left(x_1^{op}, x_2^{op}, \dots, x_N^{op}\right)$ mümkün həllinə o zaman optimist həll deyəcəyik ki, $\forall b \in \left[\underline{b},\overline{b}\right]$ üçün

$$\sum_{j=1}^{N}\underline{a}_j x_j^{op} \le b,$$

ödənilsin və eyni zamanda

$$f^{op} = \sum_{j=1}^{N}\overline{c}_j x_j^{op}$$

maksimal olsun.

Tərif 2. (5)-(8) məsələsinin hər hansı $X^p = \left(x_1^p,\ x_2^p, \dots, x_N^p\right)$ mümkün həllinə o zaman pessimist həll deyəcəyik ki, $\forall b \in \left[\underline{b}, \overline{b}\right]$ üçün

$$\sum_{j=1}^{N} \overline{a}_j x_j^p \leq b,$$

ödənilsin və eyni zamanda

$$f^p = \sum_{j=1}^{N} \underline{c}_j x_j^p$$

maksimal olsun.

Tərif 3. (5)-(8) məsələsinin hər hansı $X^{so} = (x_1^{so},\ x_2^{so}, \dots, x_N^{so})$ mümkün həllinə o zaman suboptimist həll deyəcəyik ki, $\forall b \in \left[\underline{b}, \overline{b}\right]$ üçün

$$\sum_{j=1}^{N} \underline{a}_j x_j^{so} \leq b,$$

ödənilsin və eyni zamanda

$$f^{so} = \sum_{j=1}^{N} \overline{c}_j x_j^{so}$$

böyük qiymət alsın.

Tərif 4. (5)-(8) məsələsinin hər hansı $X^{sp} = \left(x_1^{sp},\ x_2^{sp}, \dots, x_N^{sp}\right)$ mümkün həllinə o zaman subpessimist həll deyəcəyik ki, $\forall b \in \left[\underline{b}, \overline{b}\right]$ üçün

$$\sum_{j=1}^{N} \overline{a}_j x_j^{sp} \leq b$$

ödənilsin və eyni zamanda

$$f^{sp} = \sum_{j=1}^{N} \underline{c}_j x_j^{sp}$$

böyük qiymət alsın.

Aşağıdakı (9), (10) kriteriyalarından istifadə edərək (5)-(8) məsələsində suboptimist və subpessimist həllərin tapılması alqoritmləri işlənmişdir.

$$j_* = arg \max_j \left(\overline{c}_j \,/\, \underline{a}_j\right) \quad , \tag{9}$$

$$j_* = arg \max_j \left(\underline{c}_j \,/\, \overline{a}_j\right) \quad . \tag{10}$$

Qeyd edək ki, (9) və (10) formullarına suboptimist və subpessimist həllərin qurulması zamanı x_j məchullarının seçilməsi kriteriyası kimi baxa bilərik. Bu zaman seçilmiş j_* nömrəsinin $j_* \in [1, \dots, n]$ və ya $j_* \in [n+1, n+2, \dots, N]$ olmasını nəzərə almalıyıq.

Aşağıdakı teoremlər isbat olunmuşdur:

Teorem 1. Tutaq ki, $A = [a_1, a_2]$ və $B = [b_1, b_2]$ intervalları verilmişdir. Əgər $0 < a_1 \le a_2$, $0 < b_1 \le b_2$, olarsa, onda $\min(a_1 b_1, a_1 b_2, a_2 b_1, a_2 b_2) = a_1 \cdot b_1$, $\max(a_1 b_1, a_1 b_2, a_2 b_1, a_2 b_2) = a_2 \cdot b_2$ olar.

Teorem 2. Tutaq ki, $A = [a_1, a_2]$ və $B = [b_1, b_2]$ intervalları verilmişdir. Əgər $0 < a_1 \le a_2$, $0 < b_1 \le b_2$, onda $\min(a_1/b_2,\ a_1/b_1,\ a_2/b_2,\ a_2/b_1) = a_1/b_2$, $\max(a_1/b_2,\ a_1/b_1,\ a_2/b_2,\ a_2/b_1) = a_2 / b_1$. Beləliklə, $A \times B = [a_1 \cdot b_1,\ a_2 \cdot b_2]$ və $A \div B = [a_1/b_2, a_2/b_1]$ olar.

Bu teoremlərin kitabda[4] verilmiş teoremlərdən üstünlüyü ondan ibarətdir ki , eyni nəticəni yuxarıda verdiyimiz optimist və pessimist strategiyalardan istifadə etməklə, daha az sayda əməliyyatlar nəticəsində ala bilərik.

1.2 paraqrafında aşağıdakı məsələyə baxılır:

$$\sum_{j=1}^{n} [\underline{c}_j, \overline{c}_j] x_j + \sum_{j=n+1}^{N} [\underline{c}_j, \overline{c}_j] x_j \to max \tag{11}$$

---

[4] Алефельд, Г. Введение в интервальные вычисления / Г. Алефельд, Ю. Херцбергер – Пер. с англ. Москва: Мир, – 1987. – 360 с.

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}]x_j+\sum_{j=\mathrm{n}+1}^{N}[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}]x_j\le[\underline{b}_i,\overline{b}_i],\qquad (i=\overline{1,m}\,). \quad (12)$$

$$0\le x_j\le 1,\left(j=\overline{1,N}\right), \qquad (13)$$

$$x_j=1\vee 0,\left(j=\overline{1,n}\right),(n\le N). \qquad (14)$$

Burada fərz edirik ki, $0<\underline{c}_j\le\overline{c}_j$, $0\le\underline{a}_{ij}\le\overline{a}_{ij}$, $0<\underline{b}_i\le\overline{b}_i$, $(i=\overline{1,m}\,,\ j=\overline{1,N})$ verilmiş tam ədədlərdir. Bu məsələnin suboptimist və subpessimist həllərinin tapılması üçün 1.1. paraqrafında olan təriflərə analoji olan və daha ümumi xarakter daşıyan[5] uyğun anlayışlar verilmişdir.

(11), (14) məsələsinin suboptimst və subpessimist həllərinin qurulması üçün aşağıdakı uyğun (15), (16) kriteriyaları çıxarılmışdır

$$j_*=arg\max_j\left(\overline{c}_j\ /\max_i\underline{a}_{ij}\right), \qquad (15)$$

$$j_*=arg\max_j\left(\underline{c}_j\ /\max_i\overline{a}_{ij}\right). \qquad (16)$$

Bu zaman nəzərə alınmalıdır ki, tapılmış j_*, nömrəsi üçün $j_*\in[1,\dots,n]\equiv I$ və ya $j_*\in[n+1,n+2,\dots,N]\equiv R$ ödənilir.

Bu vəziyyətləri nəzərə alaraq təqribi həllərin qurulması üçün iki üsul işlənmişdir.

Birinci üsulda ilk dəfə $x_{j_*},(j_*\in R)$ dəyişəninə vahid qiymət vermək mümkün olmadıqda, bu dəyişən üçün mümkün maksimal kəsr qiymət qəbul edib, yerdə qalan dəyişənlərə sıfır qiymətini veriririk.

İkinci üsulda isə seçilmiş $x_{j_*},(j_*\in R)$ məchuluna vahid qiymət vermək mümkün olmadıqda, bu vaxta qədər tapılmış koordinatların qiymətləri qeyd edirik və yerdə qalan $j,j\in I$ nömrələri üçün $x_j:=0$ qəbul edib, x_j, $(j\in R)$ məchulları üçün xətii proqramlaşdırma məsələsi qururuq. Alınmış məsələni həll edərək, tapılmış yeni

[5] Мамедов, К.Ш., Мамедова, А.Г. Понятия субоптимистического и субпессимистического решений и построения их в интервальной задаче Булевого программирования //−Украина: «Радиоэлектроника, Информатика, Управление», − 2016. № 3(38), − с. 99-108.

koordinatları əvvəlcə qeyd etdiyimiz koordinatlarla birləşdiririk. Suboptimist və subpessimist həllərin qurulma prosesi $X^{so} = (0,0,\dots,0)$ və $X^{sp} = (0,0,\dots,0)$ həllərindən başlayır.

Birinci fəslin **1.3 paraqrafında** qeyd olunmuş b_i, ($b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$, $(i = \overline{1,m})$) ədədləri üçün (11)-(14) məsələsinə aşağıdakı ekvivalent formada baxılır:

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{c}_j, \overline{c}_j]x_j + \sum_{j=n+1}^{N}[\underline{c}_j, \overline{c}_j]x_j \to max, \qquad (17)$$

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{\alpha}_{ij}, \overline{\alpha}_{ij}]x_j + \sum_{j=\mathrm{n}+1}^{N}[\underline{\alpha}_{ij}, \overline{\alpha}_{ij}]x_j \le 1\ , \ (i = \overline{1,m}) \qquad (18)$$

$$0 \le x_j \le 1, \ \left(j = \overline{1,N}\right), \qquad (19)$$

$$x_j = 1 \vee 0, \ \left(j = \overline{1,n}\right), \ (n \le N). \qquad (20)$$

Burada $\underline{\alpha}_{ij} = \underline{a}_{ij}/b_i, \ \overline{\alpha}_{ij} = \overline{a}_{ij}/b_i, \ b_i \coloneqq 1, \ (i = \overline{1,m}; j = \overline{1,N})$. Aydındır ki, $0 \le \underline{\alpha}_{ij} \le 1, \ 0 \le \overline{\alpha}_{ij} \le 1, (i = \overline{1,m}; j = \overline{1,N})$.

Suboptimist həllin qurulması üçün aşağıdakı (21) kriteriyasından istifadə olunur:

$$j_* = arg \max_j \overline{Q}_j. \qquad (21)$$

Burada $\overline{Q}_j = \overline{c}_j / \underline{q}_j, \ \left(j = \overline{1,N}\ \right),$

$$\underline{q}_j = \sum_{i=1}^{m} \underline{\alpha}_{ij}\, \underline{t}_i, \qquad \left(j = \overline{1,N}\ \right),$$

$$\underline{t}_i = 1 \ / \ (1 - \underline{r}_i), \ (i = \overline{1,m}), \qquad (22)$$

$$\underline{r}_i = \sum_{j \in \omega} \underline{\alpha}_{ij}\ , \qquad \left(i = \overline{1,m}\right), \qquad \omega = \left\{j \middle| x_j^{so} = 1\right\}.$$

Həll qurma prosesin başlanğıcında $\omega = \emptyset$ qəbul etməliyik. Analoji qaydada, subpessimist həlli qurmaq olar.

Göründüyü kimi, burada mühüm yeri cərimə adlandırdığımız (22) düsturu tutur.Həllin qurulması prosesində bu cərimə qeyri xətti artığına görə bu üsulu biz “qeyri-xətti artan cərimə” üsulu adlandırmışıq.

1.4 paraqrafında böyük ölçülü müxtəlif məsələləri üzərində aparılmış hesablama eksperimentlərinin nəticələri verilmişdir.

İkinci fəsildə intervallı qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin həll üsulları işlənmişdir.

2.1 paraqrafında aşağıdakı məsələyə baxılır:

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{c}_j, \overline{c}_j]\, x_j + \sum_{j=n+1}^{N}[\underline{c}_j, \overline{c}_j]\, x_j \rightarrow \max, \qquad (23)$$

$$\sum_{j=1}^{n}[\underline{a}_j, \overline{a}_j]\, x_j + \sum_{j=n+1}^{N}[\underline{a}_j, \overline{a}_j]\, x_j \leq [\underline{b}, \overline{b}], \qquad (24)$$

$$0 \leq x_j \leq d_j \quad \left(j = \overline{1, N}\right), \qquad (25)$$

$$x_j, \text{ tam}, \ \left(j = \overline{1, n}\right), (n \leq N). \qquad (26)$$

Burada fərz olunur ki, $0 < \underline{c}_j \leq \overline{c}_j$, $0 \leq \underline{a}_j \leq \overline{a}_j$,,

$d_j > 0, \left(j = \overline{1, N}\right)$, $0 < \underline{b} \leq \overline{b}$ verilmiş tam ədədlərdir.

Bu məsələ üçün optimist, pessimist, suboptimist və subpessimist həll anlayışları verilmişdir[6].

Müəyyən iqtisadi interpretasiyaya əsaslanaraq, (23)-(26) məsələsində suboptimist və subpessimist həllərin qurulması üçün məchul nömrəsi seçmək kriteriyası kimi, uyğun olaraq aşağıdakılar seçilmişdir:

$$j_* = arg \max_j (\overline{c}_j / \underline{a}_j), \qquad j_* = arg \max_j (\underline{c}_j / \overline{a}_j).$$

Burada j_* nömrəsinin $j_* \in [1, \dots, n]$ və ya $j_* \in [n+1, n+2, \dots, N]$ çoxluqlarına daxil olduğu nəzərə alınmalıdır.

---

[6] **Mammadli N.O.** An algorithm for the construction of suboptimistic and subpessimistic solutions of a mixed integer knapsack problem with interval data // ‒Baku: Transactions of Azerbaijan National Academy of Sciences Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences, Informatics and Control Problems, ‒ 2019. vol. 39, No.6, Issue 2, №.6, ‒ p.74-80.

Yuxarıda göstərilən kriteriyalara əsaslanaraq, (23)-(26) məsələsinin suboptimist və subpessimist həllərinin qurulması alqoritmləri işlənmişdir.

$I = \{1, \ldots, n\}$ və $R = \{n+1, n+2, \ldots, N\}$ işarəmələrini qəbul edək. Bundan əlavə, S çoxluğu olaraq sıfır qiymətlər almayan məchulların nömrələrini işarə edək. Aydındır ki, başlanğıcda $S = \emptyset$.

(27) kriteriyasına görə suboptimist həllin qurulması üçün 2 hala baxılır:

$$j_* = arg \max_{j \in I \cup R} (\overline{c}_j / \underline{a}_j). \tag{27}$$

1. Əgər $j_* \in I$, onda

$$x_{j_*} = \min\left\{d_{j_*}, \left[(b - \sum_{i \in S} \underline{a}_i x_i)/\underline{a}_{j_*}\right]\right\}, \qquad S \coloneqq S \cup \{j_*\},$$

$I \coloneqq I \backslash \{j_*\}$ qəbul edirik. Burada $[z]$ işarəsi z ədədinin tam hissəsini bildirir. Sonra (27) düsturu ilə növbəti j_* nömrəsi tapılır.

2. Əgər $j_* \in R$, onda

$$x_{j_*} = \min\left\{d_{j_*}, (b - \sum_{i \in S} \underline{a}_i x_i)/\underline{a}_{j_*}\right\},$$

$S \coloneqq S \cup \{j_*\}$, $R \coloneqq R \backslash \{j_*\}$ qəbul edirik.

Burada aşağıdakı variantları nəzərə alamalıyıq. Əgər

$$\min\left\{d_{j_*}, (b - \sum_{i \in S} \underline{a}_i x_i)/\underline{a}_{j_*}\right\} = d_{j_*},$$

onda yuxarıdakı (27) kriteriyasına görə hesablama prosesi davam edir.

Əgər

$$\min\left\{d_{j_*}, (b - \sum_{i \in S} \underline{a}_i x_i)/\underline{a}_{j_*}\right\} = (b - \sum_{i \in S} \underline{a}_i x_i)/\underline{a}_{j_*},$$

olsa, onda bütün $j \notin S$ $x_j^{so} \coloneqq 0$ qəbul edilir və suboptimist həllin qurulma prosesi tamamlanır. Proses həmçinin $I \cup R = \emptyset$ olduqda bitir.

2.2 paraqrafında aşağıdakı məsələyə baxılır:

$$\sum_{j=1}^{n}\left[\underline{c}_j,\overline{c}_j\right]x_j+\sum_{j=n+1}^{N}\left[\underline{c}_j,\overline{c}_j\right]x_j\rightarrow \max, \qquad (28)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}\right]x_j+\sum_{j=n+1}^{N}\left[\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}\right]x_j\leq\left[\underline{b}_i,\overline{b}_i\right],(i=\overline{1,m}), \qquad (29)$$

$$0\leq x_j\leq d_j,\ \left(j=\overline{1,N}\right), \qquad (30)$$

x_j, tamdır, $\left(j=\overline{1,n}\right),\ (n\leq N)$ (31)

Burada (28)-(31) məsələsinin əmsalları tamdır və aşağıdakı şərtləri ödəyirlər: $0<\underline{c}_j\leq\ \overline{c}_j$, $0\leq\underline{a}_{ij}\leq\ \overline{a}_{ij}$, $0<\underline{b}_i\leq\overline{b}_i,\ d_j>0,\left(i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,N}\right)$.

Bu məsələdə də anoloji qaydada optimist və pessimist strategiyalarından istifadə edərək, suboptimist və subpessimist adlandırdığımız təqribi həllərin qurulması üçün 2 üsul işlənmişdir.

Suboptimist və subpessimist həllərin qurulması zamanı uyğun j_* məchullarının seçilməsi üçün aşağıdakı kriteriyalar çıxarılıb[7].

$$j_*=arg\left(\max_j\left(\overline{c}_j/\max_i\underline{a}_{ij}\right)\right) \qquad (32)$$

$$j_*=arg\left(\max_j\left(\underline{c}_j\ /\ \max_i\overline{a}_{ij}\right)\right) \qquad (33)$$

2.3 paraqrafında da (28)-(31) məsələsinə baxılır**.** Bu məsələ üçün 1-4 təriflərindən daha geniş olan analoji təriflər verilmişdir. Bu məqsədlə (28)-(31) məsələsində suboptimist və subpessimist həlli qurmaq üçün istənilən $b_i\in\left[\underline{b}_i,\overline{b}_i\right]$, $(i=\overline{1,m})$ ədədlərini qeyd edirik

[7] **Мамедов К.Ш., Мамедли Н.О.** Метод построения приближённого решения интервальной задачи частично-целочисленого программирования //– Москва: Евразийский Союз Ученых (ЕСУ), –2019. №4(61), – с. 29-36.

və (29) bərabərsizliyinin hər tərəfini uyğun $b_i \in [\underline{b}_i, \overline{b}_i]$, $(i = \overline{1,m})$ ədədlərinə bölürük. Nəticədə aşağıdakı ekvivalent məsələni alarıq:

$$\sum_{j=1}^{n} [\underline{c}_j, \overline{c}_j]\, x_j + \sum_{j=n+1}^{N} [\underline{c}_j, \overline{c}_j]\, x_j \to \max, \tag{34}$$

$$\sum_{j=1}^{n} [\underline{\alpha}_{ij}, \overline{\alpha}_{ij}]\, x_j + \sum_{j=n+1}^{N} [\underline{\alpha}_{ij}, \overline{\alpha}_{ij}]\, x_j \le 1\,,\ (i = \overline{1,m}), \tag{35}$$

$$0 \le x_j \le d_j,\ \left(j = \overline{1,N}\right), \tag{36}$$

$$x_j, \text{ tamdır}, \left(j = \overline{1,n}\right), (n \le N). \tag{37}$$

Burada $\underline{\alpha}_{ij} = \underline{a}_{ij}/b_i$, $\overline{\alpha}_{ij} = \overline{a}_{ij}/b_i$, $0 \le \underline{\alpha}_{ij} \le 1, 0 \le \overline{\alpha}_{ij} \le 1$, $(i = \overline{1,m}), \left(j = \overline{1,N}\right)$.

Daha sonra müxtəlif j_* nömrəsi üçün ardıcıl olaraq müsbət $x_{j_*}^{so}$ qiyməti təyin olunur. j_* nömrəsinin tapılması aşağıdakı tərifə əsaslanıb:

Tərif 5. Növbəti x_j^{so}, $\left(j = \overline{1,N}\right)$, dəyişəninə müsbət qiymət vermək üçün $\underline{t}_i = 1/(1 - \underline{r}_i)$, $(i = \overline{1,m})$ ədədinə (35) sisteminin yerdə qalan sağ tərəflərindən istifadəyə görə cərimə deyəcəyik, belə ki,

$$\underline{r}_i = \sum_{j \in \omega} \underline{\alpha}_{ij}\, x_j^{so}, \qquad (i = \overline{1,m}), \qquad \omega = \{j, \left| x_j^{so} > 0 \right.\}.$$

Suboptimist həllin qurulması üçün aşağıdakı j_* nömrəsinin seçilməsi kriteriyası istifadə olunur:

$$j_* = arg \max_{j \in I \cup R} \{\overline{c}_j / \underline{q}_j\}$$

$$\underline{q}_j = \sum_{j=1}^{N} \underline{\alpha}_{ij}\, \underline{t}_i, \qquad \left(j = \overline{1,N}\right),$$

Üçüncü fəsil suboptimist və subpessimist həllərin uyğun olaraq optimist və pessimist həllərdən olan xətalarının qiymətləndirilməsinə həsr olunub. Bu məqsədlə məqsəd funksiyasının maksimal qiymətinin yuxarı sərhəddi tapılır.

3.1 paraqrafında (9)-(12) kimi qismən Bul dəyişənli çanta məsələsinə baxılır:

Bu məsələ üçün aşağıdakı funksiyalar qurulmuşdur.

$$L^{op}(\lambda) = \sum_{j\in\omega_1^{op}} \overline{c}_j + \sum_{j\in\omega_2^{op}} \overline{c}_j + \left(b - \sum_{j\in\omega_1^{op}} \underline{a}_j - \sum_{j\in\omega_2^{op}} \underline{a}_j \right) \cdot \lambda,$$

$$L^{p}(\lambda) = \sum_{j\in\omega_1^{p}} \underline{c}_j + \sum_{j\in\omega_2^{p}} \underline{c}_j + \left(b - \sum_{j\in\omega_1^{p}} \overline{a}_j - \sum_{j\in\omega_2^{o}} \overline{a}_j \right) \cdot \lambda.$$

Buradab $b \in \left[\underline{b}, \overline{b}\right]$ ədədi qeyd olunub,

$$\omega_1^{op} = \left\{1 \le j \le n \middle| \overline{c}_j - \underline{a}_j \cdot \lambda > 0\right\},$$
$$\omega_2^{op} = \left\{n+1 \le j \le N \middle| \overline{c}_j - \underline{a}_j \cdot \lambda > 0\right\},$$
$$\omega_1^{p} = \left\{1 \le j \le n \middle| \underline{c}_j - \overline{a}_j \cdot \lambda > 0\right\},$$

$$\omega_2^{p} = \left\{n+1 \le j \le N \middle| \underline{c}_j - \overline{a}_j \cdot \lambda > 0\right\}$$

qəbul olunub və aşağıdakı teoremlər isbat olunub:

Teorem 1. Məqsəd funksiyasının f_*^{op} −optimist və f_*^{p} − pessimist qiymətləri üçün, uyğun olaraq aşağıdakı bərabərsizliklər doğrudur:

$$f_*^{op} \le \min_{\lambda\ge 0} L^{op}(\lambda), \qquad f_*^{p} \le \min_{\lambda\ge 0} L^{p}(\lambda),.$$

Teorem 2. $L^{op}(\lambda)$ və $L^{p}(\lambda)$ funksiyaları kəsilməz, hissə-hissə xətti, differensiallanmayan və qabarıq funksiyalardır.

Teorem 3. $L^{op}(\lambda)$ və $L^{p}(\lambda)$ funksiyalarının minimal qiymətləri, uyğun olaraq (9)-(12) kəsilməz optimist və pessimist məsələlərinin məqsəd funksiyalarının maksimal qiymətləri ilə üst üstə düşür.

Bu funksiyaların minimallaşdırma alqoritmləri işlənmişdir.

3.2 paraqrafında intervallı (15)-(18) qismən Bul proqramlaşdırma məsələsi üçün məqsəd funksiyasına nəzərən aşağıdakı majorant funksiyalar qurulmuşdur:

$$L^{op}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) = \sum_{j\in\omega_1^{op}} \overline{c}_j + \sum_{j\in\omega_2^{op}} \overline{c}_j +$$

$$+\sum_{i=1}^{m}\left(b_i - \sum_{j\in\omega_1^{op}} \underline{a}_{ij} - \sum_{j\in\omega_2^{op}} \underline{a}_{ij}\right)\lambda_i,$$

$$L^{p}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m) = \sum_{j\in\omega_1^{p}} \underline{c}_j + \sum_{j\in\omega_2^{p}} \underline{c}_j +$$

$$+\sum_{i=1}^{m}\left(b_i - \sum_{j\in\omega_1^{p}} \overline{a}_{ij} - \sum_{j\in\omega_2^{p}} \overline{a}_{ij}\right)\lambda_i,$$

Burada

$$\left.\begin{aligned} \omega_1^{op} &= \left\{1 \le j \le n \middle| \overline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \underline{a}_{ij}\lambda_i > 0\right\}, \\ \omega_2^{op} &= \left\{n+1 \le j \le N \middle| \overline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \underline{a}_{ij}\lambda_i > 0\right\} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} \omega_1^{p} &= \left\{1 \le j \le n \middle| \underline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \overline{a}_{ij}\lambda_i > 0\right\}, \\ \omega_2^{p} &= \left\{n+1 \le j \le N \middle| \underline{c}_j - \sum_{i=1}^{m} \overline{a}_{ij}\lambda_i > 0\right\} \end{aligned}\right\}.$$

Göstərilmişdir ki, $L^{op}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ və $L^{p}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ funksiyaları Laqranj tipli funksiyalardır və aşağıdakı teoremlər isbat olunub:

Teorem 4. (15)-(18) məsələsinin məqsəd funksiyasının f_*^{op} - optimist və f_*^{p} – pessimist qiymətləri üçün aşağıdakı bərabərsizliklər doğrudur:

$$f_*^{op} \le \min_{\lambda_i \ge 0} L^{op}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m), \qquad f_*^{p} \le \min_{\lambda_i \ge 0} L^{p}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m).$$

Teorem 4 göstərir ki, $L^{op}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ və ya $L^{p}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ funksiyalarını minimallaşdırdıqda, uyğun olaraq f_*^{op} və ya f_*^{p} ədədlərinin yuxarı sərhədlərini tapmaq olar. Bunun üçün minimallaşdırmanın riyazi əsaslarını yaradan $L^{op}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ və $L^{p}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ funksiyalarının aşağıdakı xassələri teorem 5-də isbat olunub.

Teorem 5. $L^{op}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ və $L^{p}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ funksiyaları hissə-hissə xətti, kəsilməz, differensiallanmayan və qabarıq funsksiyalardır.

Nəticə. Teorem 5 birbaşa göstərir ki, $L^{op}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ və $L^{p}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ funksiyalarının yeganə minimumları var. Beləliklə, bu funksiyaların minimallaşdırma alqoritmlərinin işlənməsinin mənası var.

3.3 paraqrafında bu funksiyaların minimallaşması üçün koordinata görə sürətli enmə tipli alqoritmlər işlənmişdir.

Nəhayət, 3.4 paraqrafında əmsalları təsadüfi olan müxtəlif böyük ölçülü məsələlər üzərində aparılmış çoxsaylı hesablama eksperimentlərinin nəticələri verilmişdir.

Əlavədə intervallı qismən tamədədli çanta məsələsinin suboptimist və subpessimist həllərinin tapılması və bu həllərin uyğun olaraq optimist və pessimist həllərindən olan xətalarının qiymətləndirilməsi proqramı verilmişdir.

Sonda elmi rəhbərim f. -r.e.d., professor K.Ş.Məmmədova işə yetirdiyi daimi diqqətinə görə öz dərin minnətdarlığımı bildirirəm.

İŞİN ƏSAS NƏTİCƏLƏRİ

Dissertasiya işində aşağıdakı əsas nəticələr alınıb.

1. Əmsalları intervallar olan bir məhdudiyyətli və çox məhdudiyyətli qismən Bul proqramlaşdırma məsələsi üçün optimist, pessimist, suboptimist və subpessimist həll anlayışları verilmişdir. Bu məsələlərin suboptimist və subpessimist həllərinin tapılması üsulları işlənmişdir.

2. İntervallı qismən Bul proqramlaşdırma məsələsinin müəyyən iqtisadı interpretasiyasına əsaslanarq, "qeyri-xətti artan cərimə" anlayışı verilib. Bu anlayışın əsasında məslənin suboptimist və subpessimist həllərinin tapılması üçün "qeyri xətti artan cərimə" adlanan üsul təklif olunmuşdur.

3. İntervllı bir və daha çox məhduyyətli qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsi üçün daha ümumi olan mümkün, optimist, pessimist, suboptimist və subpessimist həll anlayışları verilmişdir. Bundan sonra bu məsələlərin suboptimist və subpessimist həllərinin tapılması üsulları işlənmişdir.

4. Əmsalları intervallar olan qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsi üçün təklif olunmuş "qeyri-xətti artan cərimə" anlayışından istifadə edərək, suboptimist və subpessimist həllərin tapılması üsulları işlənmişdir.

5. Suboptimist və subpessimist həllərin optimist və pessimist həllərə yaxınlığını qiymətləndirmək məqsədi ilə intervallı bir və daha çox məhdudiyyətli qismən Bul proqramlaşdırması məsələsinin funksionalının optimist və pessimist qiymətləriinin yuxarı sərhədlərinin tapılması alqoritmləəri işlənmişdir.

6. Dissertasiya işində təklif olunmuş bütün üsulların alqoritmləri yazılmış və bu alqoritmlərin proqramları yaradılmışdır. Bu proqramlardan istifadə edərək, müxtəlif böyük ölçülü təsadüfi məsələlər üzərində çoxsaylı hesablama eksperimentləri aparılmışdır.

7. Dissertasiya işinə əlavə olaraq, intervallı qismən tamədədli çanta məsələsinin suboptimist və subpessimist həllərinin və onların xətalarının tapılması proqramı daxil edilib.

İşin əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə nəşr olunub:

1. **Мамедов К.Ш., Мамедли Н.О.** Построение субоптимистического и субпессимистического решений интервальной частично-Булевой задачи о ранце // Əmir Şamil oğlu Həbibzadənin anadan olmasının 100-cü ildönümünə həsr olunmuş "Funksional Analiz və Onun Tətbiqləri" adlı konfransının Materialları,− Bakı: −, − 2016, − s.160-161.
2. **Мамедов К.Ш., Мамедли Н.О.** Построение субоптимистического и субпессимистического решений в интервальной задаче частично-Булевого программирования // "Riyaziyyatın Tətbiqi Məsələləri və Yeni İnformasiya Texnologiyları" adlı III Respublika Elmi Konfrans Matereriallları, − Bakı: − 15-16 dekabr, − 2016, − s.113-114.
3. **Мамедов К.Ш., Мамедли Н.О.** Методы построения субоптимистического и субпессимистического решений частично-Булевой задачи о ранце с интервальными данными //− Bakı: AMEA-nın xəbərləri:fizika-texnika və riyaziyyat elmləri seriyası, − 2016. vol.XXXVI, №6, − s.6-13.
4. **Мамедов К.Ш., Мамедли Н.О.** Решение частично-целочисленной задачи о ранце с интервальными данными // Riyaziyyatın Nəzəri və Tətbiqi Problemləri Beynəlxalq Elmi Konfransın Materialları, − Bakı: − 25-26 may, − 2017, − s.229-230.
5. **Mammadov K.Sh., Mammadli N.O.** Two methods for construction of suboptimistic and subpessimistic solutions of the interval problem of mixed-Boolean programming // −Ukraine: Journal "Radio Electronics, Computer Science, Control", − 2018. №3(46), − p.57-67.**(Scopus)**

6. **Мамедов К.Ш., Мамедли Н.О.** Методы приближённого решения задач частично-Булевого программирования с интервальными данными //– Bakı: AMEA-nın xəbərləri:fizika-texnika və riyaziyyat elmləri seriyası, – 2018. vol.XXXVIII, №3, – s. 27-35.
7. **Mammadov K. Sh., Mammadli N.O.** Method of finding suboptimistic and subpessimistic solutions of the mixed-Boolean programming problem with interval data // Materials of "The 6-th Int. Conf. on Control and Optimization with Industrial Applications", –Baku: – 11-13 July,– 2018. vol.II, –p.217-219.
8. **Mammadov K. Sh., Mammadli N.O.** Methods for finding suboptimistic and subpessimistic solutions to interval part of the integer programming problem // –Baku: Transactions of Azerbaijan National Academy of Sciences Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences, Informatics and Control Problems, – 2019. vol.39, №.3, –p.56-63.
9. **Mammadli N.O.** An algorithm for the construction of suboptimistic and subpessimistic solutions of a mixed integer knapsack problem with interval data // –Baku: Transactions of Azerbaijan National Academy of Sciences Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences, Informatics and Control Problems, – 2019. vol. 39, No.6, Issue 2, №.6, – p.74-80.
10. **Mammadov K.Sh., Mammadli N.O.** Approximate solutions of the interval problem of mixed-integer programming // – Bakı: AMEA "Məruzələr",– 2019. №1, – p.25-28.
11. **Мамедов К.Ш., Мамедли Н.О.** Построение субоптимистического и субпессимистического решений частично-целочисленной интервальной задачи о ранце // – Воронеж: Актуальные направления научных исследований XXI века: "Теория и практика", – 2019. vol.7, №1(44), – с. 247-251.
12. **Мамедов К.Ш., Мамедли Н.О.** Метод построения приближённого решения интервальной задачи частично-

целочисленого программирования //– Москва: Евразийский Союз Ученых (ЕСУ), –2019. №4(61), – с. 29-36.

13. **Mammadli N.O.** The Determination of an Upper Bound of the Maximum Value of the Objective Function in an Interval Mixed Boolean Knapsack Problem //– Москва: Евразийский Союз Ученых (ЕСУ),– 2019. № 9 (66), – p.49-54.
14. **Мамедов К.Ш., Мамедли Н.О.** Приближённые решения интервальной задачи частично-целочисленного программирования // Riyaziyyatin Fundamental Problemləri və Intellektual Texnologiyalarin Təhsildə Tətbiqi Respublika Elmi Konfransinin Materiallari, –Sumqayıt: 3-4 iyul, –2020, – с.71-75.
15. **Mammadov K .Sh., Mammadli N.O.** A method for finding the upper bound of optimistic and pessimistic values of the functional in the interval Boolean programming problem // Materials of "The 7-th Int. Conf. on Control and Optimization with Industrial Applications", –Baku: 26-28 august, – 2020. vol. I, p.251-253.
16. **Мамедов К.Ш., Мамедли Н.О.** Построение функции типа Лагранжа в интервальной задаче частично-Булевого программирования // Москва: Евразийский Союз Ученых (ЕСУ),–2020. Том 6, №9(78),– с. 46-52.

Müştərək müəlliflərlə yerinə yetirilən işlərdə müəllifin şəxsi rolu:

[1-3]– işlərində modellərin qurulması və hesablama eksperimentlərinin aparılması;

[4]–işində alqoritmlərin işlənməsi və hesablama eksperimentlərinin aparılması;

[5]–işində verilmiş iki üsuldan birinin işlənməsi, bütün alqoritmlərin qurulması və hesablama eksperimentlərin aparılması;

[6-8]– işlərində modelin qurulması, bəzi anlayışların daha ümumi məsələlərə genişləndirilməsi və həll üsullarının işlənməsi;

[10-12]–təklif olunmuş üsulların alqoritmlərinin hazırlanması;

[14,15,16] – işlərində Laqranj tipli majorant funksiyanın minimallaşdırma alqoritminin işlənməsi.

Dissertasiya müdafiəsi 21 yanvar 2022-ci il tarixində saat 16 ^{00}-da Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəznində fəaliyyət göstərən ED 1.19 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: Az1141, Bakı şəhəri, B.Vahabzadə küç., 68.

Dissertasiya ilə Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 20 dekabr 2021-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 03.12.2021

Kağızın formatı: A5

Həcm: 36049

Tiraj: 30