

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

Z VƏ U ƏDƏDLƏR ƏSASINDA QƏRAR QƏBULETMƏ ÜSULLARI

İxtisas: 3338.01 – “Sistemli analiz, idarəetmə və informasiyanın işlənməsi (idarəetmə və qərar qəbuletmə)”

Elm sahəsi: Texnika elmləri

İddiaçı: **Könül İmran qızı Cabbarova**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim edilmiş
dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2025

Dissertasiya işi Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin “Sənayədə və iqtisadiyyatda intellektual idarəetmə və qərar qəbulətmə sistemləri” elmi-tədqiqat laboratoriyasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçi: AMEA-nın müxbir üzvü,
Texnika elmləri doktoru, professor
Rafiq Əziz oğlu Əliyev

Rəsmi opponentlər: AMEA-nın akademiki,
Texnika elmləri doktoru, professor
Əli Məmməd oğlu Abbasov

AMEA-nın müxbir üzvü,
Texnika elmləri doktoru, professor
İsmayıl Mahmud oğlu İsmayılov

Texnika elmləri doktoru, professor
Məhəmməd Nurməhəmməd oğlu Nuriyev

Texnika elmləri doktoru, professor
Ələkbər Əli Ağa oğlu Əliyev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.48 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri: AMEA-nın müxbir üzvü,
Texnika elmləri doktoru, professor
Rafiq Əziz oğlu Əliyev

Dissertasiya şurasının elmi katibi: Texnika elmləri namizədi, dosent
Əlif Vəli oğlu Əlizadə

Elmi seminarın sədri: Texnika üzrə elmlər doktoru, professor
Kəmalə Rafiq qızı Əliyeva



İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Dövrümüzdə Süni İntellekt (Sİ) həyatımızın bütün sahələrində geniş tətbiq olunmağa başlamışdır. Sİ nəzəriyyəsinin fundamental əsaslarının, o cümlədən onun müxtəlif mürəkkəbələrinin araşdırılması müasir elmin qarşısında duran əsas məsələlərdən biridir. Sİ nəzəriyyəsinin əsasında dayanan və demək olar ki, dominantlıq təşkil edən mürəkkəbələrdən biri qeyri-müəyyən mühitdə qərar qəbuletmə və belə mühitdə öyrənmə elmi problemlərinin önə çıxmasıdır. Dissertasiyada əsasən bu iki problemlərin elmi araşdırılması və müasir yanaşmalardan Z və U -ədədlər əsasında çoxməqsədli və coxatributlu qərar qəbuletmə üsullarının, eyni zamanda bimodal mühitdə öyrənmə prinsipləri araşdırılır. Bu baxımdan təqdim olunan dissertasiya işinin müasir elmi aktual problemlərə həsr olunması ortaya çıxır.

İşdə Z -ədədli müvafiq informasiya ilə xarakterizə olunan meyarlar və məhdudiyətlər olan qərar qəbuletmə məsələləri üçün üsullar təklif olunur. Ekspert biliklərin təsviri üçün istifadə olunan Əgər-Onda qaydalarında Z -ədədli antedent və konsekvant halı üçün hesablama üsulu işlənilir. Z -ədədli informasiya mühiti üçün öyrənmə yanaşması təklif olunur. Təklif olunan üsullar həm qeyri-səlis, həm də ehtimal tipli informasiyanı nəzərə alaraq (yəni bimodal informasiyanı yalnız dəqiq və ya qeyri-səlis halına çevirmədən) müxtəlif tətbiq məsələlərdə istifadə oluna bilər.

Tədqiqatın obyektı və predmeti. Dissertasiyanın tədqiqat obyektı Sİ problemləri, predmeti isə bimodal informasiya şəraitində qərar qəbuletmə və öyrənmə məsələləridir.

Dissertasiya işinin məqsəd və vəzifələri. Dissertasiya işinin məqsədi Süni İntellektin əsas sahələrindən biri olan qərarların analizinin və öyrənmə prinsipinin yeni müstəvidə araşdırılmasıdır. Bununla yanaşı Z və U -ədədlər nəzəriyyələrini tətbiq etməklə qərar qəbuletmə üsullarının yaradılması, Z -informasiya şəraitində öyrənmə prinsipinin təklif olunmasıdır.

Tədqiqat metodları. Tədqiqat metodları kimi qeyri-səlis məntiq nəzəriyyəsi, onun genişləndirilməsi olan Z və U ədədlər

konsepsiyaları, Sİ-in əsası olan öyrənmə nəzəriyyəsi, xətti proqramlaşdırma nəzəriyyəsi istifadə olunmuşdur.

Müdafiyyə çıxarılan əsas müddəalar. Dissertasiya işində aşağıdakı müddəalar müdafiyyə təqdim olunur:

- Bimodal mühitdə xətti proqramlaşdırma metodunun yaradılması və qərar qəbuletməyə tətbiqi;

- Z və U informasiya şəraitində çoxmeyarlı qərar qəbuletmə nəzəriyyəsinin genişləndirilməsi;

- Z-informasiya mühitində iyerarxik sistemlərdə qərar qəbuletmə konsepsiyasının təklifi və işlənməsi;

- Qeyri-səlis və ehtimal qeyri-müəyyənliyi şəraitində öyrənmə konsepsiyasının yaradılması.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. İşin nəticələrinin elmi yeniliyi aşağıdakılardır:

- Məqsəd funksiyası və məhdudiyətləri Z-ədədlərlə verilmiş xətti proqramlaşdırma üsulu təklif olunmuşdur. Elmi ədəbiyyatlarda ən çox istinad olunan və istifadə olunan üsul kimi qiymətləndirilir;

- Z-ədədli “Əgər-Onda” qaydalar bazasına əsaslanan qərar qəbuletmə məsələsinin həllində interpolyasiya üsulu istifadə olunmuş və yeni yanaşma təklif edilmişdir;

- Qeyri-müəyyənliklə xarakterizə olunan iyerarxik sistemlərdə Z-informasiya əsaslı qərar qəbuletmə üsulu təklif olunmuşdur;

- Z və U ədədlər əsasında əlverişli qərar qəbuletmə üsulları işlənməmişdir;

- Bimodal informasiya şəraitində təsdiqləmə ilə öyrənmə üsulu işlənməmişdir.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Tədqiqatın nəzəri əhəmiyyəti Sİ-in əsas mürəkkəbələri olan qərar qəbuletmə və öyrənmə problemlərinin dərin qeyri-səlis mühit üçün, yəni Z və U mühit üçün genişləndirilməsidir. Praktiki əhəmiyyəti isə dərin qeyri-müəyyənlik şəraiti üçün faydalı üsullar kimi istifadə olunmasıdır.

Dissertasiya işinin aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyanın əsas elmi və praktiki nəticələri Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin “Sənayedə və iqtisadiyyatda intellektual idarəetmə və qərar qəbuletmə sistemləri” elmi-tədqiqat laboratoriyasında, eləcə də

beynəlxalq konfranslarda təşkil olunmuş elmi seminarlarda müzakirə edilmişdir:

– Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control. 3-4 September, 2015 Antalya, Turkey;

– Ninth World Conference “Intelligent Systems for Industrial Automation”, WCIS-2016, 25-27 October 2016, Tashkent, Uzbekistan;

– Tenth World Conference “Intelligent Systems for Industrial Automation”, WCIS-2018, 25-26 October 2018, Tashkent, Uzbekistan;

– 11th World Conference on Intelligent systems for industrial automation – WCIS-2020, 26-28 November, Tashkent, Uzbekistan;

– 12th World Conference on Intelligent systems for industrial automation – WCIS-2022, 25-26 November, Tashkent, Uzbekistan;

– Sumqayıt Dövlət Universiteti, Beynəlxalq Konfrans - 2023, 25-26 Aprel;

– 13th World Conference on Intelligent systems for industrial automation – WCIS-2024, 24-25 October, Tashkent, Uzbekistan.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti, “Sənayedə və iqtisadiyyatda intellektual idarəetmə və qərar qəbuletmə sistemləri” elmi-tədqiqat laboratoriyası.

Dissertasiya işinin tərkibi. Dissertasiya işi girişdən, 7 fəsildən, nəticədən və istifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Nəşrlər. Dissertasiya mövzusu ilə əlaqədar 34 elmi iş (9 məqalə WOS və 7 məqalə SCOPUS), habelə Ali Attestasiya Komissiyası tərəfindən tövsiyə olunan jurnallarda dərc edilmişdir.

İŞİN ƏSAS MƏZMUNU

Giriş hissəsində mövzunun aktuallığı, tədqiqatın məqsəd və vəzifələri, müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar, istifadə edilmiş tədqiqat metodları, eləcə də işin nəzəri, həm də praktiki əhəmiyyəti ətraflı şəkildə təqdim olunmuşdur.

Birinci fəsil qeyri-müəyyənlik şəraitində qərar qəbuletmə üsullarının təhlilinə həsr olunmuşdur. Mövcud tədqiqatların araşdırılması nəticəsində bir sıra çatışmazlıqlar müəyyən edilmişdir. Bu çatışmazlıqlar aşağıdakılardan ibarətdir:

1. İyerarxik çoxmeyarlı qərar qəbuletmə məsələlərinin yetərinə araşdırılmaması;

2. Optimallaşdırma məsələlərinin, xüsusilə dəyişənlərin, məqsəd funksiyalarının və məhdudiyətlərin Z -ədədlərlə təsvir edildiyi halların yetərinə işlənməməsi;

3. Z -məlumat şəraitində maşın öyrənməsi məsələlərinin elmi ədəbiyyatda kifayət qədər yer almaması;

4. Qərar qəbuletmə məsələlərinin kompleks şəkildə, yuxarıda qeyd olunan aspektləri nəzərə almaqla araşdırılmaması.

Bu fəsildə həmçinin Z -ədədlər və U -ədədlər nəzəriyyəsinin müxtəlif sahələrdə qərar qəbuletmə problemlərinə tətbiqi araşdırılmışdır.

İkinci fəsildə qeyri-səlis ədədlər haqqında ilkin informasiya və qeyri-səlis ədədlər üzərində hesabi əməllər öz əksini tapır. Eləcə də Nisbi Məsafə Ölçüsü interval cəbrinin müxtəlif riyazi əməliyyatları, intervalların üstünlüyü, intervalların spesifiklik ölçüsü araşdırılmışdır. Z -ədədlər haqqında informasiya, diskret Z -ədəd və onlar üzərində riyazi əməliyyatlar, Z -ədədlər arasında məsafə, Z -ədədlərin müqayisəsi də bu fəsildə təhlil olunmuşdur. Z -ədədlərin xüsusi halı olan U -ədədlər haqqında məlumatlar və U -ədədlər üzərində hesablama üsulları da bu fəsildə verilib.

Tərif 1. Diskret Z -ədəd¹²³. Diskret Z -ədəd $Z = (A, B)$ şəklində nizamlanmış cütlük kimi təsvir edilir. Burada A komponenti X təsadüfi dəyişəninin ala biləcəyi qiymətlərə qeyri-

¹ Aliev, R. A., Alizadeh A. V., Huseynov O. H. The arithmetic of discrete Z -numbers // Information Sciences, - 2015. 290(1), - p. 134-155.

² Aliev, R.A., Huseynov O.H. Decision theory with imperfect information. Singapoure: World Scientific, - 2014, 444 p.

³ Aliev, R. A. The Arithmetic of Z -numbers / R.A. Aliev, O.H. Huseynov, R.R. Aliyev [et al.]. Theory and Applications. New York, London, Singapore: World Scientific, - 2015.

səlis məhdudiyət rolunu oynayan diskret qeyri-səlis ədəddir: yəni X A -dır şəklində müləhizə ilə ifadə olunur. B komponenti isə A -nın ehtimal ölçüsünə qoyulan qeyri-səlis məhdudiyət rolunu oynayır və mənsubiyyət funksiyası $\mu_B : \{b_1, \dots, b_n\} \rightarrow [0, 1]$, $\{b_1, \dots, b_n\} \subset [0, 1]$ diskret qeyri-səlis ədəddir:

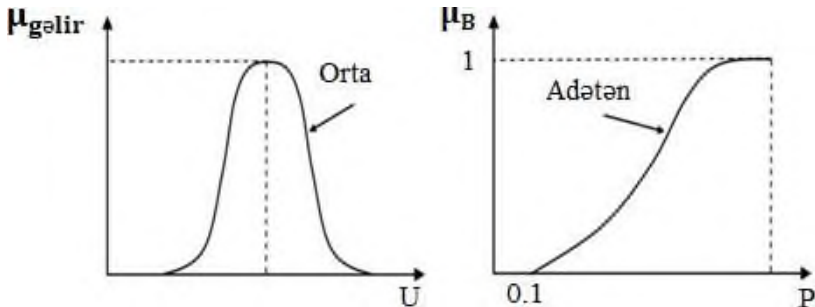
$$P(A) = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i) p(x_i) \text{ is } B. \quad (1)$$

Tərif 2. U-ədədlər⁴⁵. Fərz edək ki, X təsadüfi dəyişəndir və A X təsadüfi dəyişəninə qoyulan qeyri-səlis məhdudiyətlə ifadə olunur: X A -dır. X -in $p(x_i)$ ehtimal paylanmalarından alınan A -in adətən (usual) qiyməti aşağıdakı kimi ifadə oluna bilər:

$$\text{usually}(X \text{ is } A) = \mu_{\text{most}}(\sum_i p(x_i) \mu_A(x_i)) \quad (2)$$

Burada, adətənlik ölçüsü *adətən (usually)* və əksərən (*most*) termləri vasitəsi ilə verilib.

U-ədədlərlə verilmiş “adətən professorun gəliri ortadır” ifadəsi Şəkil 1-də göstərilib.

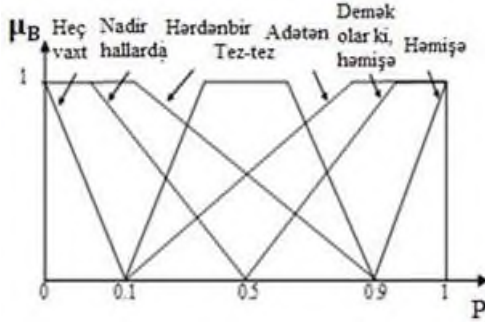


Şəkil 1. U-ədədə aid misal

“Adətənlik” həmişə (always), adətən (usually), tez-tez (often), hərdənbir (seldom) demək olar ki, həmişə (almost always), heç vaxt (never), nadir hallarda (rarely) linqvistik termləri ilə xarakterizə olunur.

⁴Aliev, R.A. Approximate arithmetic operations of U-numbers // Procedia Computer Science, - 2016. 102, - p. 378 – 384.

⁵ Aliev, R. A., Introduction To U-Number Calculus // Intelligent Automation and Soft Computing. – 2017. – p. 1-6.



Şəkil 2. “Adətənlik” (usuality) qeyri-səlis kəmiyyətləri üçün codebook

Tərif 3. Z-ədədlərin Qeyri-səlis Pareto optimalıq (FPO) prinsipi əsasında müqayisəsi⁶. Qeyri-səlis Pareto optimalıq (FPO) prinsipi çoxmeyarlı alternativlərin Pareto optimalıq dərəcəsinə qiymətləndirməyə imkan verir. Bu məqsədlə Z-ədədlərin müqayisəsi aparılır və $do(Z_1)$, $do(Z_2)$ göstəriciləri onların optimallığının ümumi dərəcəsinə əks etdirir. Bu dərəcələr 0–1 intervalında dəyişir və nəticədə bir Z-ədəd digərindən üstün ola bilər; əgər $do(Z_1) > do(Z_2)$ şərti ödənərsə, Z_1 üstün hesab olunur.

Tərif 4. Z-ədədlər arasındakı məsafə⁷. Z-ədəd qeyri-səlis A-ədədi və qeyri-səlis B-ədədi və G ehtimal paylanmaları çoxluqları ilə xarakterizə olunduğu üçün Z-ədədləri arasındakı $D(Z_1, Z_2)$ məsafəni aşağıdakı kimi təyin etmək olar.

A_1 və A_2 arasındakı məsafə

$$D(A_1, A_2) = \sup_{\alpha \in (0,1]} D(A_1^\alpha, A_2^\alpha), \quad (3)$$

$$D(A_1^\alpha, A_2^\alpha) = \left| \frac{A_{11}^\alpha + A_{12}^\alpha}{2} - \frac{A_{21}^\alpha + A_{22}^\alpha}{2} \right|. \quad (4)$$

⁶ Aliev, R.A.; Huseynov, O.H.; Serdaroglu, R. Ranking of Z-Numbers and Its Application in Decision Making // International Journal of Information Technology & Decision Making, - 2019. 15(6), - p. 1503-1519.

⁷ Aliev, R.A. Z-relation equation-based decision making / Guirimov, B. G. , Huseynov, O. H. Aliyev, R. R. // Expert System with Applications, - 2021. 184, - p. 115387.

kimi təyin olunur. A_1^α və A_2^α uyğun olaraq A_1 və A_2 -nin müvafiq α - kəsikləridir, Z_1 və Z_2 -yə uyğun p_1 və p_2 ehtimal paylanmalarına müvafiq G_1 və G_2 çoxluqları arasında məsafə təyin olunur. p_1 və p_2 arasındakı məsafə aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$D(G_1, G_2) = \inf_{p_1 \in G_1, p_2 \in G_2} \left\{ (1 - \int_R (p_1 p_2)^{\frac{1}{2}} dx)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (5)$$

$D(A_1, A_2)$, $D(B_1, B_2)$ və $D(G_1, G_2)$ məlum olsa, Z_1, Z_2 Z-ədədlər arasındakı məsafə

$$D(Z_1, Z_2) = \beta D(A_1, A_2) + (1 - \beta) D_{\text{ümumi}}(B_1, B_2). \quad (6)$$

kimi müəyyən edilir.

$$D_{\text{ümumi}}(B_1, B_2) = w D(B_1, B_2) + (1 - w) D(G_1, G_2), \quad (7)$$

kimi müəyyən edilir.

Üçüncü fəsilə xətti proqramlaşdırmada alınan həllərin etibarlılığını nəzərə alan Z-ədəd əsaslı xətti proqramlaşdırma məsələsinin qoyuluşu, eləcə də qlobal həllin tapılmasına imkan verən Diferensial təkamül (DT) optimallaşdırma üsulu vasitəsilə həll alqoritmi verilmişdir.

Z-informasiya əsasında xətti proqramlaşdırma məsələsinin ümumi qoyuluşu aşağıdakı kimi ifadə olunur⁸:

$$Z_f(Z_{x_1}, Z_{x_2}, \dots, Z_{x_n}) = Z_{c_1} Z_{x_1} + Z_{c_2} Z_{x_2} + \dots + Z_{c_n} Z_{x_n} \rightarrow \min \quad (8)$$

Məhdudiyət şərtləri

$$\begin{aligned} Z_{a_{11}} Z_{x_1} + Z_{a_{12}} Z_{x_2} + \dots + Z_{a_{1n}} Z_{x_n} &\leq Z_{b_1}, \\ Z_{a_{21}} Z_{x_1} + Z_{a_{22}} Z_{x_2} + \dots + Z_{a_{2n}} Z_{x_n} &\leq Z_{b_2}, \\ \dots & \end{aligned} \quad (9)$$

$$Z_{a_{m1}} Z_{x_1} + Z_{a_{m2}} Z_{x_2} + \dots + Z_{a_{mn}} Z_{x_n} \leq Z_{b_m},$$

$$Z_{x_1}, Z_{x_2}, \dots, Z_{x_n} \geq 0^Z \quad (10)$$

Z-bərabərsizlikləri (8)-(10) ifadələrinə əsasən aşağıdakı məsələyə gətirilə bilər:

⁸ Aliev, R. A. Z-number based Linear Programming / R.A.Aliev, Alizadeh, A. V., Jabbarova, K.I. [et al.] // International Journal Of Intelligent Systems, - 2015. 30, - p. 563–589.

$$Z_f(Z_{x_1}, Z_{x_2}, \dots, Z_{x_n}) = Z_{c_1}Z_{x_1} + Z_{c_2}Z_{x_2} + \dots + Z_{c_n}Z_{x_n} \rightarrow \max \quad (11)$$

Məhdudiyət şərtləri

$$\begin{aligned} Z_{a_{11}}Z_{x_1} + Z_{a_{12}}Z_{x_2} + \dots + Z_{a_{1n}}Z_{x_n} &\leq Z_{b_1}, \\ Z_{a_{21}}Z_{x_1} + Z_{a_{22}}Z_{x_2} + \dots + Z_{a_{2n}}Z_{x_n} &\leq Z_{b_2}, \\ \dots & \\ Z_{a_{m1}}Z_{x_1} + Z_{a_{m2}}Z_{x_2} + \dots + Z_{a_{mn}}Z_{x_n} &\leq Z_{b_m}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Z_{x_1}, Z_{x_2}, \dots, Z_{x_n} &\geq 0^Z. \end{aligned} \quad (13)$$

Burada qərar dəyişənləri və parametrləri Z -ədədlərlə ifadə olunur:

$$\begin{aligned} Z_{x_i} &= (\tilde{A}_{x_i}, \tilde{B}_{x_i}), Z_{c_i} = (\tilde{A}_{c_i}, \tilde{B}_{c_i}), Z_{a_{ij}} = (\tilde{A}_{a_{ij}}, \tilde{B}_{a_{ij}}), \\ Z_{b_j} &= (\tilde{A}_{b_j}, \tilde{B}_{b_j}), i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m. \end{aligned}$$

Bu optimallaşdırma məsələsini həll etmək üçün Diferensial Təkamül Optimallaşdırma alqoritmindən istifadə edirik.

Optimallaşdırma məsələsini həll etməyə başlamazdan əvvəl bütün qərar dəyişənləri $Z_X [-1, 1]$ intervalından təsadüfi qiymətlər seçilərək ilkin qiymətləndirilmişdir. Optimallaşdırmaya başlamazdan əvvəl Diferensial Təkamül Optimallaşdırmanın (DTO) parametrləri təyin edilir, Z_f məqsəd funksiyası (11) olan DTO yararlılıq funksiyası təyin edilir və populyasiya ölçüsü seçilir (bir qayda olaraq optimallaşdırma parametrlərindən 10 dəfə artıq olur, yəni $10N_{par}$). Sonra Diferensial Təkamül Optimallaşdırma prosesi başlayır.

Əvvəlcə qərar dəyişənlərini (Z_x) bilmək üçün ölçmənin (N_{par}) şablon parametrlərini (Z_x) təyin edilir.

Sonra alqoritmin parametrlərini təyin edirik: mutasiya normasını (F), calama normasını (CR) və populyasiya ölçüsünü (PN). Yararlılıq funksiyasını məqsəd funksiyası kimi hesablayırıq.

Təsadüfi olaraq PN parametr vektorları generasiya edilir (məsələn, uyğun parametrlər fəzasından $[-1, 1]$) və populyasiya yaradılır : $P = \{Z_{X_1}, Z_{X_2}, \dots, Z_{X_{ps}}\}$.

Sonda nəticə (ya təyin olunmuş generasiyaların sayı alınmalı ya da tələb olunan xəta səviyyəsi əldə olunmalıdır) gözlədiyimiz kimi

olmasa yeni parametrlər çoxluğu generasiya olunmalıdır. Növbəti vektor seçilir: Z_{X_i} ($i=1, \dots, PopSize$). Sonra $P: Z_{X_{r1}}, Z_{X_{r2}}, Z_{X_{r3}}$ -dən 3 fərqli sınaq vektoru götürülür ki, onların hər biri cari Z_{X_i} vektorundan fərqli olsun. Sınaq vektorunu generasiya edilir: $Z_{X_t} = Z_{X_{r1}} + F \cdot (Z_{X_{r2}} - Z_{X_{r3}}) \cdot Z_{X_t}$. Sınaq vektorundan yeni vektor generasiya edilir. Z_{X_t} -nin fərdi vektor parametrləri calama normasının ehtimalı ilə birgə Z_{X_i} yeni vektora çevrilir. Əgər $Z_{X_{new}}$ -nun qiymət yararlılıq funksiyası Z_{X_i} -in minimallaşdırma meyarından daha yaxşı (və ya daha aşağı) olarsa, cari Z_{X_i} , funksiyası $Z_{X_{new}}$ -nin P populyasiya ilə əvəz olunur. Sonra P populyasiyadan ən yaxşı $Z_{X_{best}}$ yararlılıq funksiyası (məqsəd funksiyası) olan parametr vektoru seçilir. Sonra $Z_{X_{best}}$ -dən qərar dəyişənlərinin vektorlarını ayırırıq.

Sonra Z_t sınaq vektorundan yeni vektor generasiya edilir. Z_t -nin fərdi vektor parametrləri calama normasının ehtimalı ilə birgə varis olur və Z_{new} vektoruna aid edilir. Z_{new} -nun yararlılıq funksiyası Z_i -nin yararlılıq funksiyasından daha yaxşı (və ya daha aşağı) olarsa, cari Z_i yeni Z_{new} -nin P populyasiyası ilə əvəz olunur. Sonra P populyasiyadan yüksək yararlılıq funksiyası (Z_f) olan Z_{best} parametr vektoru (ən yaxşı qərar dəyişənlərini) seçilir. İndi isə Z_{best} -dən bütün qərar dəyişənlərini ayırırıq.

Ədədi misal

İki qərar dəyişəni olan xətti proqramlaşdırma məsələsinə baxaq:
Məqsəd funksiyası

$$Z_{c_1} Z_{x_1} + Z_{c_2} Z_{x_2} \rightarrow \min$$

Məhdudiyət şərtləri

$$Z_{a_{11}} Z_{x_1} + Z_{a_{12}} Z_{x_2} \leq Z_{b_1},$$

$$Z_{a_{21}} Z_{x_1} + Z_{a_{22}} Z_{x_2} \leq Z_{b_2},$$

$$Z_{x_1}, Z_{x_2} \geq 0^Z,$$

burada $Z_{x_1} = (\tilde{A}_{x_1}, \tilde{B}_{x_1}), Z_{x_2} = (\tilde{A}_{x_2}, \tilde{B}_{x_2})$ və $Z_{c_1} = (\tilde{A}_{c_1}, \tilde{B}_{c_1}), Z_{c_2} = (\tilde{A}_{c_2}, \tilde{B}_{c_2}), Z_{a_{11}} = (\tilde{A}_{a_{11}}, \tilde{B}_{a_{11}}), Z_{a_{12}} = (\tilde{A}_{a_{12}}, \tilde{B}_{a_{12}}), Z_{a_{21}} = (\tilde{A}_{a_{21}}, \tilde{B}_{a_{21}}), Z_{a_{22}} = (\tilde{A}_{a_{22}}, \tilde{B}_{a_{22}}),$

$$Z_{b_1} = (\tilde{A}_{b_1}, \tilde{B}_{b_1}), Z_{b_2} = (\tilde{A}_{b_2}, \tilde{B}_{b_2}).$$

Parametrlərin qiymətləri aşağıda verilmişdir.

Z-ədəd $Z_{c_1} = (\tilde{A}_{c_1}, \tilde{B}_{c_1})$:

$$\tilde{A}_{c_1} = \frac{0.01}{0} + \frac{0.13}{0.1} + \frac{0.61}{0.2} + \frac{1}{0.3} + \frac{0.61}{0.4} + \frac{0.14}{0.5} + \frac{0.01}{0.6} + \frac{0}{0.7} + \frac{0}{0.8} + \frac{0.9}{0.9} + \frac{1}{1},$$

$$\tilde{B}_{c_1} = \frac{0}{0} + \frac{0}{0.1} + \frac{0}{0.2} + \frac{0.01}{0.3} + \frac{0.14}{0.4} + \frac{0.60}{0.5} + \frac{1}{0.6} + \frac{0.61}{0.7} + \frac{0.14}{0.8} + \frac{0.01}{0.9} + \frac{0}{1}.$$

Z-ədəd $Z_{c_2} = (\tilde{A}_{c_2}, \tilde{B}_{c_2})$:

$$\tilde{A}_{c_2} = \frac{0}{0} + \frac{0.01}{0.1} + \frac{0.14}{0.2} + \frac{0.61}{0.3} + \frac{1}{0.4} + \frac{0.61}{0.5} + \frac{0.14}{0.6} + \frac{0.01}{0.7} + \frac{0}{0.8} + \frac{0}{0.9} + \frac{0}{1},$$

$$\tilde{B}_{c_2} = \frac{0}{0} + \frac{0}{0.1} + \frac{0.01}{0.2} + \frac{0.14}{0.3} + \frac{0.61}{0.4} + \frac{1}{0.5} + \frac{0.61}{0.6} + \frac{0.14}{0.7} + \frac{0.01}{0.8} + \frac{0}{0.9} + \frac{0}{1}.$$

Z-ədəd $Z_{a_{11}} = (\tilde{A}_{a_{11}}, \tilde{B}_{a_{11}})$:

$$\tilde{A}_{a_{11}} = \frac{0.14}{0} + \frac{0.61}{0.1} + \frac{1}{0.2} + \frac{0.61}{0.3} + \frac{0.14}{0.4} + \frac{0.01}{0.5} + \frac{0}{0.6} + \frac{0}{0.7} + \frac{0}{0.8} + \frac{0}{0.9} + \frac{1}{1},$$

$$\tilde{B}_{a_{11}} = \frac{0}{0} + \frac{0}{0.1} + \frac{0}{0.2} + \frac{0}{0.3} + \frac{0}{0.4} + \frac{0}{0.5} + \frac{0.01}{0.6} + \frac{0.14}{0.7} + \frac{0.61}{0.8} + \frac{1}{0.9} + \frac{0.61}{1}.$$

Z-ədəd $Z_{a_{12}} = (\tilde{A}_{a_{12}}, \tilde{B}_{a_{12}})$:

$$\tilde{A}_{a_{12}} = \frac{0.61}{0} + \frac{1}{0.1} + \frac{0.61}{0.2} + \frac{0.14}{0.3} + \frac{0.01}{0.4} + \frac{0}{0.5} + \frac{0}{0.6} + \frac{0}{0.7} + \frac{0}{0.8} + \frac{0}{0.9} + \frac{1}{1},$$

$$\tilde{B}_{a_{12}} = \frac{0}{0} + \frac{0}{0.1} + \frac{0}{0.2} + \frac{0}{0.3} + \frac{0}{0.4} + \frac{0}{0.5} + \frac{0.01}{0.6} + \frac{0.14}{0.7} + \frac{0.61}{0.8} + \frac{0}{0.9} + \frac{0.61}{1}.$$

$$+ \frac{1}{0.9} + \frac{0.61}{1}.$$

Sadəlik üçün, $Z_{a_{21}} = (\tilde{A}_{a_{21}}, \tilde{B}_{a_{21}})$ və $Z_{a_{22}} = (\tilde{A}_{a_{22}}, \tilde{B}_{a_{22}})$ sinqltonlar kimi seçilib:

$$\tilde{A}_{a_{12}} = 1, \tilde{B}_{a_{12}} = 1;$$

$$\tilde{A}_{a_{22}} = 1, \tilde{B}_{a_{22}} = 1.$$

Z-ədəd $Z_{b_1} = (\tilde{A}_{b_1}, \tilde{B}_{b_1})$:

$$\tilde{A}_{b_1} = \frac{0.14}{0} + \frac{0.61}{0.1} + \frac{1}{0.2} + \frac{0.61}{0.3} + \frac{0.14}{0.4} + \frac{0.01}{0.5} + \frac{0}{0.6} + \frac{0}{0.7} + \frac{0}{0.8} + \frac{0}{0.9} + \frac{0}{1},$$

$$\tilde{B}_{b_1} = \frac{0}{0} + \frac{0}{0.1} + \frac{0}{0.2} + \frac{0}{0.3} + \frac{0}{0.4} + \frac{0}{0.5} + \frac{0.01}{0.6} + \frac{0.14}{0.7} + \frac{0.61}{0.8} + \frac{1}{0.9} + \frac{0.61}{1}.$$

Z-ədəd $Z_{b_2} = (\tilde{A}_{b_2}, \tilde{B}_{b_2})$:

$$\tilde{A}_{b_2} = \frac{0.14}{0} + \frac{0.61}{0.1} + \frac{1}{0.2} + \frac{0.61}{0.3} + \frac{0.14}{0.4} + \frac{0.01}{0.5} + \frac{0}{0.6} + \frac{0}{0.7} + \frac{0}{0.8} + \frac{0}{0.9} + \frac{0}{1},$$

$$\tilde{B}_{b_2} = \frac{0}{0} + \frac{0}{0.1} + \frac{0}{0.2} + \frac{0}{0.3} + \frac{0}{0.4} + \frac{0}{0.5} + \frac{0.01}{0.6} + \frac{0.14}{0.7} + \frac{0.61}{0.8} + \frac{1}{0.9} + \frac{0.61}{1}.$$

Z-qiymətli fiktiv (köməkçi dəyişənlər-slack) dəyişənləri əlavə etməklə biz aşağıdakını alırıq:

$$\begin{aligned} Z_{c_1} Z_{x_1} + Z_{c_2} Z_{x_2} &\rightarrow \min \\ Z_{a_{11}} Z_{x_1} + Z_{a_{12}} Z_{x_2} + Z_{x_3} &= Z_{b_1}, \\ Z_{a_{21}} Z_{x_1} + Z_{a_{22}} Z_{x_2} + Z_{x_4} &= Z_{b_2}, \\ Z_{x_1}, Z_{x_2}, Z_{x_3}, Z_{x_4} &\geq Z_0. \end{aligned}$$

Sonra biz ekvivalent formanı əldə edirik:

$$\begin{aligned} Z_{c_1} Z_{x_1} + Z_{c_2} Z_{x_2} + (Z_{b_1} - (Z_{a_{11}} Z_{x_1} + Z_{a_{12}} Z_{x_2} + Z_{x_3} + Z_{x_4})) + \\ + (Z_{b_2} - (Z_{a_{21}} Z_{x_1} + Z_{a_{22}} Z_{x_2} + Z_{x_3} + Z_{x_4})) &\rightarrow \min \end{aligned}$$

$$Z_{x_1}, Z_{x_2}, Z_{x_3}, Z_{x_4} \geq^Z Z_0.$$

Bu məsələni həll etmək üçün biz Diferensial Təkamül Optimallaşdırma alqoritmini tətbiq etdik. Diferensial Təkamül Optimallaşdırma alqoritminin bu parametrlərinin qiymətlərindən istifadə olundu: calama ehtimalı CR=0.7, Diferensial Təkamülün (DT) addım ölçüsü 0.8 və populyasiya sayı isə NP=20. Məsələnin optimal həlli və məqsəd funksiyasının optimal qiyməti aşağıda verilmişdir.

Birinci qərar dəyişəni $Z_{x_1} = (\tilde{A}_{x_1}, \tilde{B}_{x_1})$:

$$\tilde{A}_{x_1} = \frac{0.01}{0} + \frac{0.14}{0.1} + \frac{0.61}{0.2} + \frac{1}{0.3} + \frac{0.61}{0.4} + \frac{0.14}{0.5} + \frac{0.01}{0.6} + \frac{0}{0.7} + \frac{0}{0.8} + \frac{0}{0.9} + \frac{1}{1},$$

$$\tilde{B}_{x_1} = \frac{0}{0} + \frac{0}{0.1} + \frac{0}{0.2} + \frac{0}{0.3} + \frac{0.01}{0.4} + \frac{0.14}{0.5} + \frac{0.61}{0.6} + \frac{1}{0.7} + \frac{0.61}{0.8} + \frac{0.14}{0.9} + \frac{0.01}{1}.$$

İkinci qərar dəyişən $Z_{x_2} = (\tilde{A}_{x_2}, \tilde{B}_{x_2})$:

$$\tilde{A}_{x_2} = \frac{1}{0} + \frac{0.61}{0.1} + \frac{0.14}{0.2} + \frac{0.01}{0.3} + \frac{0}{0.4} + \frac{0}{0.5} + \frac{0}{0.6} + \frac{0}{0.7} + \frac{0}{0.8} + \frac{0}{0.9} + \frac{1}{1},$$

$$\tilde{B}_{x_2} = \frac{0}{0} + \frac{0.01}{0.1} + \frac{0.14}{0.2} + \frac{0.61}{0.3} + \frac{1}{0.4} + \frac{0.61}{0.5} + \frac{0.14}{0.6} + \frac{0.01}{0.7} + \frac{0}{0.8} + \frac{0}{0.9} + \frac{1}{1}.$$

Üçüncü köməkçi qərar dəyişəni $Z_{x_3} = (\tilde{A}_{x_3}, \tilde{B}_{x_3})$:

$$\tilde{A}_{x_3} = \frac{0}{0} + \frac{0}{0.1} + \frac{0}{0.2} + \frac{0}{0.3} + \frac{0}{0.4} + \frac{0.01}{0.5} + \frac{0.14}{0.6} + \frac{0.61}{0.7} + \frac{1}{0.8} + \frac{0.61}{0.9} + \frac{0.14}{1},$$

$$\tilde{B}_{x_3} = \frac{0}{0} + \frac{0}{0.1} + \frac{0}{0.2} + \frac{0}{0.3} + \frac{0}{0.4} + \frac{0}{0.5} + \frac{0}{0.6} + \frac{0.01}{0.7} + \frac{0.14}{0.8} + \frac{0.61}{0.9} + \frac{1}{1}.$$

Dördüncü köməkçi qərar dəyişəni $Z_{x_4} = (\tilde{A}_{x_4}, \tilde{B}_{x_4})$:

$$\tilde{A}_{x_4} = \frac{0.01}{0} + \frac{0.14}{0.1} + \frac{0.61}{0.2} + \frac{1}{0.3} + \frac{0.61}{0.4} + \frac{0.14}{0.5} + \frac{0.01}{0.6} + \frac{0}{0.7} + \frac{0}{0.8} + \frac{0}{0.9} + \frac{0}{1}$$

$$\tilde{B}_{x_4} = \frac{0}{0} + \frac{0}{0.1} + \frac{0}{0.2} + \frac{0.01}{0.3} + \frac{0.14}{0.4} + \frac{0.61}{0.5} + \frac{1}{0.6} + \frac{0.61}{0.7} + \frac{0.14}{0.8} + \frac{0.01}{0.9} + \frac{0}{1}$$

Məqsəd funksiyasının optimal qiyməti $Z_f(Z_{x_1}, Z_{x_2}) = (\tilde{A}_{Z_f(Z_{x_1}, Z_{x_2})}, \tilde{B}_{Z_f(Z_{x_1}, Z_{x_2})})$:

$$\tilde{A}_{Z_f(Z_{x_1}, Z_{x_2})} = \frac{0}{0} + \frac{0}{0.14} + \frac{0.01}{0.04} + \frac{0.14}{0.21} + \frac{0.61}{0.44} + \frac{1}{0.60} + \frac{0.61}{0.71} + \frac{0}{1.09} + \frac{0}{1.55} + \frac{0}{2.12} + \frac{0}{2.80}$$

$$\tilde{B}_{Z_f(Z_{x_1}, Z_{x_2})} = \frac{0.015}{0.14} + \frac{0.02}{0.61} + \frac{0.025}{1} + \frac{0.030}{0.61} + \frac{0.035}{0.14} + \frac{0.040}{0.040} + \frac{0.045}{0.045} + \frac{0.051}{0.051} + \frac{0.055}{0.055} + \frac{0.17}{0.17} + \frac{0.32}{0.32}$$

Nəticələrin müqayisəli analiz edilməsi üçün istifadə olunan Z-qiymətləndirməyə əsaslanan xətti proqramlaşdırma məsələsi⁹ verilmiş ümumiləşdirilmiş qeyri-səlis ədəd üzrə baxılan xətti proqramlaşdırma problemi ilə eynidir.

Dördüncü fəsildə qeyri-səlis qaydalar üçün ümumi interpolyasiya üsulunun Z-ədədli qaydalara genişləndirilməsinə baxılmışdır¹⁰¹¹.

⁹ Kumar, A., Singh, P., Kaur, J. Generalized Simplex Algorithm to Solve Fuzzy Linear Programming Problems with Ranking of Generalized Fuzzy Numbers // An Official Journal of Turkish Fuzzy Systems Association, - 2010. 1(2), - p. 80-103.

¹⁰ Huang, Z. Rule Model Simplification / Doctor of Philosophy thesis / - University of Edinburgh, UK, - 2006. - 221 p.

¹¹ Jabbarova K.İ, Rzayeva U., Jabbarova A.İ. Development of the method of general interpolation for Z-number-valued if-then rules // Mathematics and Cybernetics, 2023. 4(124), - p.10-26.

Təklif olunan yanaşma cari müşahidə vektoru ilə əvvəlki qaydaların vektorları arasındakı məsafənin müəyyənləşdirilməsinə əsaslanır. Nəticə qaydaların nəticələrinin çəkili cəmi kimi hesablanır. İnterpolyasiya çəkiliəri göstərilən məsafə dqiymətlərinə əsasən müəyyən edilir.

Məsələnin qoyuluşu

Z-qaydalarının interpolyasiyası problemi aşağıdakı kimi tərtib edilmişdir.

Aşağıdakı Z qaydaları nəzərə alınmaqla:

Qayda 1: ƏGƏR $X_1 Z_{X_1,1} = (A_{X_1,1}, B_{X_1,1})$ -dirsə v_1, \dots, v_m $X_m Z_{X_m,1} = (A_{X_m,1}, B_{X_m,1})$ -dirsə ONDA $Y Z_Y = (A_{Y,1}, B_{Y,1})$ -dir

Qayda 2: ƏGƏR $X_1 Z_{X_1,2} = (A_{X_1,2}, B_{X_1,2})$ -dirsə v_1, \dots, v_m $X_m Z_{X_m,2} = (A_{X_m,2}, B_{X_m,2})$ -dirsə ONDA $Y Z_Y = (A_{Y,2}, B_{Y,2})$ -dir

⋮
⋮
⋮

Qayda n: ƏGƏR $X_1 Z_{X_1,n} = (A_{X_1,n}, B_{X_1,n})$ -dirsə v_1, \dots, v_m $X_m Z_{X_m,n} = (A_{X_m,n}, B_{X_m,n})$ -dirsə ONDA $Y Z_Y = (A_{Y,n}, B_{Y,n})$ -dir

və cari girişlər

$X_1 Z'_{X_1} = (A'_{X_1}, B'_{X_1})$ -dir v_1, \dots, v_m $X_m Z'_{X_m} = (A'_{X_m}, B'_{X_m})$ -dir,
Y -in Z-qiymətini tapın.

Əsas ideya eyni olaraq qalır: əgər cari $Z' = (Z'_{X_1}, \dots, Z'_{X_m})$ müşahidə vektorunun komponentləri əvvəlki $Z_1 = (Z_{X_1,1}, \dots, Z_{X_m,1})$, $Z_2 = (Z_{X_1,2}, \dots, Z_{X_m,2})$ iki qaydanın vektorlarının komponentləri “arasındadırsa”, onda müvafiq nəticə ardıcılığın xətti kombinasiyası kimi hesablanır. Bu birləşmənin əmsalları hər bir sonrakı qaydanın nəticəyə təsirini əks etdirir.

Z-ədədli qaydalar üçün təklif olunan ümumi interpolyasiya üsulu aşağıda təsvir olunan addımları əhatə edir:

Mərhələ 1. $Z' = (Z'_{X_1}, \dots, Z'_{X_m})$ cari müşahidə və əvvəlki qaydaların $Z_1 = (Z_{X_1,1}, \dots, Z_{X_m,1})$, $Z_2 = (Z_{X_1,2}, \dots, Z_{X_m,2})$ vektorları üçün şərtlərin yerinə yetirildiyi yoxlanılır:

$Z_{X_1,1} \leq Z'_{X_1} \leq Z_{X_1,2}$ (və ya $Z_{X_1,2} \leq Z'_{X_1} \leq Z_{X_1,1}$), ..., $Z_{X_m,1} \leq Z'_{X_m} \leq Z_{X_m,2}$ (və ya $Z_{X_m,2} \leq Z'_{X_m} \leq Z_{X_m,1}$).

Bu şərtlər aşağıdakı kimi təsvir edilir:

$$\begin{aligned} D(Z_{X_1,1}, Z_1^*) &\geq D(Z'_{X_1}, Z_1^*) \geq D(Z_{X_1,2}, Z_1^*) \quad (\text{və ya} \\ D(Z_{X_1,1}, Z_1^*) &\leq D(Z'_{X_1}, Z_1^*) \leq D(Z_{X_1,2}, Z_1^*)), \dots, D(Z_{X_m,1}, Z_m^*) \geq \\ D(Z'_{X_m}, Z_m^*) &\geq D(Z_{X_m,2}, Z_m^*) \quad (\text{və ya} D(Z_{X_m,1}, Z_m^*) \leq \\ D(Z'_{X_m}, Z_m^*) &\leq D(Z_{X_m,2}, Z_m^*)) \end{aligned} \quad (14)$$

belə ki, Z_1^*, \dots, Z_m^* ideal Z -ədədlərdir.

Mərhələ 2. Əgər (14)-də verilən şərtlər ödənirsə, onda Z' cari müşahidə vektoru və əvvəlki iki qaydanın vektorları arasındakı $D_v(Z', Z_1)$ və $D_v(Z', Z_2)$ məsafələrinin qiymətləri aşağıdakı kimi hesablanır:

$$\begin{aligned} D_v(Z', Z_1) &= \sqrt{D^2(Z'_{X_1}, Z_{X_1,1}) + \dots + D^2(Z'_{X_m}, Z_{X_m,1})}, \\ D_v(Z', Z_2) &= \sqrt{D^2(Z'_{X_1}, Z_{X_1,2}) + \dots + D^2(Z'_{X_m}, Z_{X_m,2})} \end{aligned} \quad (15)$$

belə ki, D Z -ədədlər arasındakı məsafədir (Tərif 4).

Mərhələ 3. Mərhələ 2-də verilmiş və hesablanmış $D_v(Z', Z_1)$ və $D_v(Z', Z_2)$ $w_j, j = 1, 2$ interpolasiya əmsallarını (çəkirləri) hesablamaq üçün lazımdır. Z' cari müşahidə vektorunun Z_j əvvəlki müşahidə vektoruna olan məsafəsi nə qədər az olarsa, $w_j, j = 1, 2$ çəkisi bir o qədər böyükdür. Eyni zamanda, $w_j, j = 1, 2$ çəkili $w_1, w_2 \in [0, 1]$ və $w_1 + w_2 = 1$ şərtlərini ödəməlidir. Bunu nəzərə alaraq aşağıdakı düsturdan istifadə etmək olar:

$$w_j = 1 - \frac{D_v(Z', Z_j)}{D_v(Z', Z_1) + D_v(Z', Z_2)}, \quad j = 1, 2, \quad (16)$$

Şübhəsiz ki, $w_1, w_2 \in [0, 1]$ və $w_1 + w_2 = 1$.

Mərhələ 4. Yekun çıxış 1-ci və 2-ci qaydaların çıxışlarının (consequence) cəkili cəmi kim hesablanır:

$$Z' = w_1 Z_{Y,1} + w_2 Z_{Y,2}, \quad (17)$$

belə ki, $Z_{Y,j}$ j -cu qaydanın Z -qiymətli çıxışı, $w_j, j = 1, 2$ Mərhələ 3-də hesablanmış xətti interpolyasiyanın çəkileridir.

Təklif olunan yanaşmanı şərh etmək üçün misalları nəzərdən keçirək.

Misal 1. Aşağıdakı Z -qaydalar nəzərdən keçirilir:

Qayda 1: ƏGƏR $X_1 Z_{X_{1,1}} = (A, T)$ -dirsə və $X_2 Z_{X_{2,1}} = (A, A)$ -dirsə və $X_3 Z_{X_{3,1}} = (Y, T)$ -dirsə ONDA $Y Z_{Y,1} = (A, A)$ -dir;

Qayda 2: ƏGƏR $X_1 Z_{X_{1,2}} = (O, A)$ -dirsə və $X_2 Z_{X_{2,2}} = (Y, H)$ -dirsə və $X_3 Z_{X_{3,2}} = (A, A)$ -dirsə ONDA $Y Z_{Y,2} = (ÇY, T)$ -dir.

Üçbucaqşəkilli qeyri-səlis ədədlər (TFN) ilə təsvir edilən linqvistik termlərin codebook-u (məmnunluğun səviyyəsi – linqvistik qiymətlər) aşağıda verilmişdir:

Z -ədədin A hissəsi üçün linqvistik termlər:

Çox Aşağı (ÇA) - (1,1,2),

Aşağı (A) - (1,2,3),

Orta (O)- (2,3,4),

Yüksək (Y)- (3,4,5),

Çox Yüksək (ÇY)- (4,5,5).

Z -ədədin B hissəsi üçün linqvistik termlər (Etibarlılıq):

Hərdənbir (H) – (0.05, 0.25, 0.5),

Tez-tez (T) – (0.25, 0.5, 0.85),

Adətən (A) – (0.5, 0.85, 1).

Cari girişlər üçbucaqşəkilli qeyri-səlis ədədlərə (TFN) əsaslanan hissələrdən ibarət olan Z -ədədlər ilə təsvir olunur:

$$X_1 - Z'_{X_1} = ((1.5, 2.5, 3.5)(0.35, 0.65, 0.95)),$$

$$X_2 - Z'_{X_2} = ((2.5, 3.5, 4.5)(0.2, 0.4, 0.6)),$$

$$X_3 - Z'_{X_3} = ((2.5, 3.5, 4.5)(0.35, 0.65, 0.95)) \text{ -dir.}$$

Hər bir qaydada olan girişlər vektoru aşağıda verilmişdir:

$$Z_1 = (Z_{X_{1,1}} = (A, T), Z_{X_{2,1}} = (A, A), Z_{X_{3,1}} = (Y, H)),$$

$$Z_2 = (Z_{X_{1,2}} = (O, A), Z_{X_{2,2}} = (Y, H), Z_{X_{3,2}} = (A, A)).$$

Y -in Z -qiymətini tapın.

Mərhələ 1-ə əsasən, şərtlər ardıcılığının yerinə yetirilməsi (14)-dən istifadə etməklə yoxlanılır:

$$\begin{aligned} D(Z_{X_{1,2}}, Z^*) &= 1.17 \leq D(Z'_{X_1}, Z^*) = 1.6 \leq D(Z_{X_{1,1}}, Z^*) = 1.99 \\ D(Z_{X_{2,2}}, Z^*) &= 0.69 \leq D(Z'_{X_2}, Z^*) = 1.6 \leq D(Z_{X_{2,1}}, Z^*) = 1.87, \\ D(Z_{X_{3,1}}, Z^*) &= 0.59 \leq D(Z'_{X_3}, Z^*) = 0.9 \leq D(Z_{X_{3,2}}, Z^*) = 1.87. \end{aligned}$$

Beləliklə, şərtlər ardıcılığı ödənilir.

Mərhələ 2-də, (15)-ə əsasən $D_v(Z', Z_1)$ və $D_v(Z', Z_2)$ məsafələrinin qiymətləri hesablanır:

$$\begin{aligned} D_v(Z', Z_1) &= \sqrt{D(Z'_1, Z_{X_{1,1}})^2 + D(Z'_2, Z'_{X_{2,1}})^2 + D(Z'_3, Z_{X_{3,1}})^2} = \\ &= \sqrt{0.43^2 + 1.24^2 + 0.43^2} = 1.38 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_v(Z', Z_2) &= \sqrt{D(Z'_1, Z_{X_{1,2}})^2 + D(Z'_2, Z_{X_{2,2}})^2 + D(Z'_3, Z_{X_{3,2}})^2} = \\ &= \sqrt{0.43^2 + 0.45^2 + 1.13^2} = 1.29 \end{aligned}$$

3-cü Mərhələdə (16) vasitəsilə interpolyasiya çəkilişi tapılır:

$$w_1 = 1 - \frac{D_v(Z', Z_1)}{D_v(Z', Z_1) + D_v(Z', Z_2)} = 1 - \frac{1.38}{1.38 + 1.29} = 0.48,$$

$$w_2 = 1 - \frac{D_v(Z', Z_2)}{D_v(Z', Z_1) + D_v(Z', Z_2)} = 1 - \frac{1.29}{1.38 + 1.29} = 0.52.$$

Mərhələ 4-də, (17)-dən istifadə edərək yekun çıxış tapılır:

$$\begin{aligned} Z_y &= w_1 Z_{y,1} + w_2 Z_{y,2} = 0.48 * (A, A) + 0.52 * (\text{ÇY}, T) = \\ &= 0.48 * ((1,2,3)(0.5,0.85,1) + 0.52 * ((4,5,5)(0.25,0.5,0.85)) = \\ &= (0.48,0.96,1.44)(0.5,0.85,1) + (2.08,2.6,2.6)(0.25,0.5,0.85) = \\ &= (2.56,3.56,4.04)(0.43,0.7,0.79). \end{aligned}$$

Bu linqvistik Z -ədəd olaraq (O, A) kimi göstərilə bilər.

Misal 2. Z -ədəd əsaslı qaydalar aşağıdakı kimi olsun:

ƏGƏR $X_1 Z_{X_{1,1}} = (O, A)$ -dirsə və $X_2 Z_{X_{2,1}} = (Y, H)$ -dirsə və $X_3 Z_{X_{3,1}} = (A, A)$ -dirsə ONDA $Y_1 Z_{Y,1} = (\text{ÇY}, T)$ -dir;

ƏGƏR $X_1 Z_{X_{2,2}} = (Y, A)$ -dirsə və $X_2 Z_{X_{2,2}} = (A, A)$ -dirsə və $X_3 Z_{X_{3,2}} = (O, A)$ -dirsə ONDA $Y_2 Z_{Y,2} = (O, A)$ -dir.

Linqvistik termlərin codebook-u yuxarıda verilmişdir (Misal 1).

Cari girişlər:

$$X_1 - Z'_{X_1} = ((2.5, 3.5, 4.5)(0.5, 0.85, 1));$$

$$X_2 - Z'_{X_2} = ((2, 3, 4)(0.2, 0.4, 0.6));$$

$$X_3 - Z'_{X_3} = ((1.5, 2.5, 3.5)(0.5, 0.85, 1))$$

kimi olsun.

Onda Y -in Z -qiymətini tapaq.

Misal 1-də yerinə yetirilən ardıcılığa uyğun olaraq, şərtlər ardıcılığı (14)-ə əsasən yoxlanılır (Mərhələ 1), cari girişlər vektoru ilə hər bir qaydanın girişləri arasındakı məsafə hesablanır (Mərhələ 2) və interpolyasiya çəkilişi tapılır (Mərhələ 3):

$$w_1 = 0.52, w_2 = 0.48.$$

Mərhələ 4-də, (17)-yə əsasən yekun çıxış hesablanır:

$$\begin{aligned} Z_y &= w_1 Z_{y,1} + w_2 Z_{y,2} = 0.52 * (\text{ÇY, H}) + 0.48 * (\text{O, A}) = \\ &= (3.04, 4.04, 4.52)(0.44, 0.7, 0.79) \end{aligned}$$

Alınmış Z -ədədi linqvistik olaraq (Y, A) kimi göstərmək olar.

Misal 3. Təklif olunan yanaşmanın iş məmnunluğunun qiymətləndirilməsi məsələsinə tətbiqi.

İş məmnunluğunun qiymətləndirilməsi vacib bir məsələdir. Ümumi iş məmnuniyyəti səviyyəsi ilə onun aspektləri arasındakı asılılıq ilə əlaqəli qeyri-dəqiq və qismən etibarlı informasiyalarla xarakterizə olunur. Problem ondadır ki, məlumat psixoloji aspektləri, qavrayışı və digər aspektləri əks etdirir. Nəticədə, bu cür məlumatlar ümumiyyətlə linqvistik olaraq təsvir olunur. 20 amilin iş məmnuniyyətinə təsirini izah edən Z -ədəd qiymətli “ƏGƏR...ONDA...” qaydalarına baxaq¹²¹³. Z -qiymətli “ƏGƏR...ONDA...” qaydaları bazasının qurulması üçün mənbə kimi ekspertlər tərəfindən doldurulmuş anketlərdən istifadə olunur.

¹² Aliev, R.A. Approximate Reasoning on a Basis of Z-Number-Valued If-Then Rules / Pedrycz W., Huseynov O.H., Eyupoglu S.Z. //IEEE Transactions on Fuzzy Systems, - 2017. 25(6), -p. 1589-1600.

¹³ Jabbarova, K.I., Eyupoglu, S.Z., Aliyeva, K.R. The Identification of Job Satisfaction under Z-Information // Intelligent Automation & Soft Computing, - 2017. №24, - p.1-5.

1-ci qayda: ƏGƏR X_1 (Fəaliyyət) $Z_{X_{1,1}} = (\zeta M, Y)$, X_2 (Müstəqillik) $Z_{X_{2,1}} = (M, Y)$, X_3 (Müxtəliflik) $Z_{X_{3,1}} = (\zeta M, Y)$, X_4 (Sosial mövqe) $Z_{X_{4,1}} = (\zeta M, Y)$, X_5 (İnsan əlaqələrinə nəzarət) $Z_{X_{5,1}} = (\zeta M, Y)$, X_6 (Texniki nəzarət) $Z_{X_{6,1}} = (M, Y)$, X_7 (Mənəvi dəyər) $Z_{X_{7,1}} = (OM, Y)$, X_8 (Təhlükəsizlik) $Z_{X_{8,1}} = (\zeta M, Y)$, X_9 (Sosial xidmət) $Z_{X_{9,1}} = (\zeta M, Y)$, X_{10} (Səlahiyyət) $Z_{X_{10,1}} = (M, Y)$, X_{11} (Qabiliyyət) $Z_{X_{11,1}} = (\zeta M, Y)$, X_{12} (Şirkət siyasətləri və təcrübələri) $Z_{X_{12,1}} = (OM, Y)$, X_{13} (Kompensasiya) $Z_{X_{13,1}} = (M, Y)$, X_{14} (İnkişaf) $Z_{X_{14,1}} = (\zeta M, Y)$, X_{15} (Məsuliyyət) $Z_{X_{15,1}} = (\zeta M, Y)$, X_{16} (Yaradıcılıq) $Z_{X_{16,1}} = (\zeta M, Y)$, X_{17} (İş şərtləri) $Z_{X_{17,1}} = (M, Y)$, X_{18} (Birgə iş) $Z_{X_{18,1}} = (OM, Y)$, X_{19} (Tanıma) $Z_{X_{19,1}} = (\zeta M, Y)$, X_{20} (Nailiyyət) $Z_{X_{20,1}} = (\zeta M, Y)$ ONDA Y_1 (Ümumi məmnunluq) $Z_{Y,1} = (\zeta Y, T)$ -dir;

2-ci qayda: ƏGƏR X_1 (Fəaliyyət) $Z_{X_{1,1}} = (M, Y)$, X_2 (Müstəqillik) $Z_{X_{2,1}} = (M, Y)$, X_3 (Müxtəliflik) $Z_{X_{3,1}} = (M, Y)$, X_4 (Sosial mövqe) $Z_{X_{4,1}} = (M, Y)$, X_5 (İnsan əlaqələrinə nəzarət) $Z_{X_{5,1}} = (OM, Y)$, X_6 (Texniki nəzarət) $Z_{X_{6,1}} = (OM, Y)$, X_7 (Mənəvi dəyər) $Z_{X_{7,1}} = (OM, Y)$, X_8 (Təhlükəsizlik) $Z_{X_{8,1}} = (OM, Y)$, X_9 (Sosial xidmət) $Z_{X_{9,1}} = (M, Y)$, X_{10} (Səlahiyyət) $Z_{X_{10,1}} = (M, Y)$, X_{11} (Qabiliyyət) $Z_{X_{11,1}} = (M, Y)$, X_{12} (Şirkət siyasətləri və təcrübələri) $Z_{X_{12,1}} = (AM, O)$, X_{13} (Kompensasiya) $Z_{X_{13,1}} = (AM, O)$, X_{14} (İnkişaf) $Z_{X_{14,1}} = (OM, Y)$, X_{15} (Məsuliyyət) $Z_{X_{15,1}} = (M, Y)$, X_{16} (Yaradıcılıq) $Z_{X_{16,1}} = (M, Y)$, X_{17} (İş şərtləri) $Z_{X_{17,1}} = (AM, O)$, X_{18} (Birgə iş) $Z_{X_{18,1}} = (M, Y)$, X_{19} (Tanıma) $Z_{X_{19,1}} = (OM, Y)$, X_{20} (Nailiyyət) $Z_{X_{20,1}} = (OM, Y)$ ONDA Y_1 (Ümumi məmnunluq) $Z_{Y,1} = (OM, Y)$ -dir;

3-cü qayda: ƏGƏR X_1 (Fəaliyyət) $Z_{X_{1,1}} = (OM, Y)$, X_2 (Müstəqillik) $Z_{X_{2,1}} = (M, Y)$, X_3 (Müxtəliflik) $Z_{X_{3,1}} = (M, Y)$, X_4 (Sosial mövqe) $Z_{X_{4,1}} = (OM, Y)$, X_5 (İnsan əlaqələrinə nəzarət) $Z_{X_{5,1}} = (M, Y)$, X_6 (Texniki nəzarət) $Z_{X_{6,1}} = (M, Y)$, X_7 (Mənəvi

dəyər) $Z_{X_7,1} = (M, Y)$, X_8 (Təhlükəsizlik) $Z_{X_8,1} = (OM, Y)$, X_9 (Sosial xidmət) $Z_{X_9,1} = (M, Y)$, X_{10} (Səlahiyyət) $Z_{10,1} = (OM, Y)$, X_{11} (Qabiliyyət) $Z_{X_{11},1} = (OM, Y)$, X_{12} (Şirkət siyasətləri və təcrübələri) $Z_{X_{12},1} = (OM, Y)$, X_{13} (Kompensasiya) $Z_{X_{13},1} = (OM, Y)$, X_{14} (İnkişaf) $Z_{X_{14},1} = (OM, Y)$, X_{15} (Məsuliyyət) $Z_{X_{15},1} = (OM, Y)$, X_{16} (Yaradıcılıq) $Z_{X_{16},1} = (M, Y)$, X_{17} (İş şərtləri) $Z_{X_{17},1} = (OM, Y)$, X_{18} (Birgə iş) $Z_{X_{18},1} = (OM, Y)$, X_{19} (Tanıma) $Z_{X_{19},1} = (M, Y)$, X_{20} (Nailiyyət) $Z_{X_{20},1} = (OM, Y)$ ONDA Y_1 (Ümumi məmnunluq) $Z_{Y,1} = (OM, Y)$ -dir;

4-cü qayda: ƏGƏR X_1 (Fəaliyyət) $Z_{X_1,1} = (M, Y)$, X_2 (Müstəqillik) $Z_{X_2,1} = (M, Y)$, X_3 (Müxtəliflik) $Z_{X_3,1} = (AM, O)$, X_4 (Sosial mövqe) $Z_{X_4,1} = (M, Y)$, X_5 (İnsan əlaqələrinə nəzarət) $Z_{X_5,1} = (ÇAM, O)$, X_6 (Texniki nəzarət) $Z_{X_6,1} = (ÇAM, O)$, X_7 (Mənəvi dəyər) $Z_{X_7,1} = (ÇAM, O)$, X_8 (Təhlükəsizlik) $Z_{X_8,1} = (M, Y)$, X_9 (Sosial xidmət) $Z_{X_9,1} = (OM, Y)$, X_{10} (Səlahiyyət) $Z_{10,1} = (ÇAM, O)$, X_{11} (Qabiliyyət) $Z_{X_{11},1} = (AM, O)$, X_{12} (Şirkət siyasətləri və təcrübələri) $Z_{X_{12},1} = (AM, O)$, X_{13} (Kompensasiya) $Z_{X_{13},1} = (OM, Y)$, X_{14} (İnkişaf) $Z_{X_{14},1} = (M, Y)$, X_{15} (Məsuliyyət) $Z_{X_{15},1} = (AM, O)$, X_{16} (Yaradıcılıq) $Z_{X_{16},1} = (AM, O)$, X_{17} (İş şərtləri) $Z_{X_{17},1} = (OM, Y)$, X_{18} (Birgə iş) $Z_{X_{18},1} = (M, Y)$, X_{19} (Tanıma) $Z_{X_{19},1} = (ÇM, Y)$, X_{20} (Nailiyyət) $Z_{X_{20},1} = (M, Y)$ ONDA Y_1 (Ümumi məmnunluq) $Z_{Y,1} = (AM, O)$ -dir;

5-ci qayda: ƏGƏR X_1 (Fəaliyyət) $Z_{X_1,1} = (OM, Y)$, X_2 (Müstəqillik) $Z_{X_2,1} = (OM, Y)$, X_3 (Müxtəliflik) $Z_{X_3,1} = (OM, Y)$, X_4 (Sosial mövqe) $Z_{X_4,1} = (OM, Y)$, X_5 (İnsan əlaqələrinə nəzarət) $Z_{X_5,1} = (M, Y)$, X_6 (Texniki nəzarət) $Z_{X_6,1} = (M, Y)$, X_7 (Mənəvi dəyər) $Z_{X_7,1} = (OM, Y)$, X_8 (Təhlükəsizlik) $Z_{X_8,1} = (OM, Y)$, X_9 (Sosial xidmət) $Z_{X_9,1} = (OM, Y)$, X_{10} (Səlahiyyət) $Z_{10,1} = (OM, Y)$, X_{11} (Qabiliyyət) $Z_{X_{11},1} = (OM, Y)$, X_{12} (Şirkət siyasətləri və

təcrübələri) $Z_{X_{12},1} = (AM, O)$, X_{13} (Kompensasiya) $Z_{X_{13},1} = (AM, O)$, X_{14} (İnkişaf) $Z_{X_{14},1} = (OM, Y)$, X_{15} (Məsuliyyət) $Z_{X_{15},1} = (M, Y)$, X_{16} (Yaradıcılıq) $Z_{X_{16},1} = (OM, Y)$, X_{17} (İş şərtləri) $Z_{X_{17},1} = (AM, O)$, X_{18} (Birgə iş) $Z_{X_{18},1} = (M, Y)$, X_{19} (Tanıma) $Z_{X_{19},1} = (OM, Y)$, X_{20} (Nailiyyət) $Z_{X_{20},1} = (OM, Y)$ ONDA Y_1 (Ümumi məmnunluq) $Z_{Y,1} = (OM, Y)$ -dir;

6-cı qayda: ƏGƏR X_1 (Fəaliyyət) $Z_{X_1,1} = (M, Y)$, X_2 (Müstəqillik) $Z_{X_2,1} = (OM, Y)$, X_3 (Müxtəliflik) $Z_{X_3,1} = (AM, O)$, X_4 (Sosial mövqe) $Z_{X_4,1} = (M, Y)$, X_5 (İnsan əlaqələrinə nəzarət) $Z_{X_5,1} = (M, Y)$, X_6 (Texniki nəzarət) $Z_{X_6,1} = (M, Y)$, X_7 (Mənəvi dəyər) $Z_{X_7,1} = (AM, O)$, X_8 (Təhlükəsizlik) $Z_{X_8,1} = (AM, O)$, X_9 (Sosial xidmət) $Z_{X_9,1} = (M, Y)$, X_{10} (Səlahiyyət) $Z_{X_{10},1} = (M, Y)$, X_{11} (Qabiliyyət) $Z_{X_{11},1} = (M, Y)$, X_{12} (Şirkət siyasətləri və təcrübələri) $Z_{X_{12},1} = (M, Y)$, X_{13} (Kompensasiya) $Z_{X_{13},1} = (AM, O)$, X_{14} (İnkişaf) $Z_{X_{14},1} = (OM, Y)$, X_{15} (Məsuliyyət) $Z_{X_{15},1} = (M, Y)$, X_{16} (Yaradıcılıq) $Z_{X_{16},1} = (M, Y)$, X_{17} (İş şərtləri) $Z_{X_{17},1} = (OM, Y)$, X_{18} (Birgə iş) $Z_{X_{18},1} = (M, Y)$, X_{19} (Tanıma) $Z_{X_{19},1} = (M, Y)$, X_{20} (Nailiyyət) $Z_{X_{20},1} = (M, Y)$ ONDA Y_1 (Ümumi məmnunluq) $Z_{Y,1} = (M, Y)$ -dir;

Qaydalarda istifadə olunan termlərin codebook-u aşağıda verilmişdir (*Məmnunluğun səviyyəsi – Linqvistik qiymət*):

Z-ədədin A hissəsi üçün linqvistik termlər

Çox az Məmnun (ÇAM)- (1,1,2),

Az Məmnun(AM)- (1,2,3),

Orta Məmnun (OM)- (2,3,4),

Məmnun(M)- (3,4,5),

Çox Məmnun(ÇM)- (4,5,5).

Z-ədədin B hissəsi üçün linqvistik termlər

Aşağı (A)- (0.05,0.25,0.5),

Orta (O)- (0.25,0.5,0.75),

Yüksək (Y) - (0.5,0.75,1).

Fərz edək ki, amillərin aşağıdakı müşahidələri verilmişdir:

- $X_1 \quad Z'_{X_1} = ((3.5,4.5,5)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_2 \quad Z'_{X_2} = ((3,4,5)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_3 \quad Z'_{X_3} = ((3.5,4.5,5)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_4 \quad Z'_{X_4} = ((3.5,4.5,5)(0.5,0.75,1)) - \text{dı};$
 $X_5 \quad Z'_{X_5} = ((2.5,3.5,4.5)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_6 \quad Z'_{X_6} = ((2.5,3.5,4.5)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_7 \quad Z'_{X_7} = ((2,3,4)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_8 \quad Z'_{X_8} = ((2,3,4)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_9 \quad Z'_{X_9} = ((3.5,4.5,5)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_{10} \quad Z'_{X_{10}} = ((3,4,5)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_{11} \quad Z'_{X_{11}} = ((3.5,4.5,5)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_{12} \quad Z'_{X_{12}} = ((1.5,2.5,3.5)(0.35,0.65,0.95)) - \text{dir};$
 $X_{13} \quad Z'_{X_{13}} = ((2.5,3.5,4.5)(0.35,0.65,0.95)) - \text{dir};$
 $X_{14} \quad Z'_{X_{14}} = ((2.5,3.5,4.5)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_{15} \quad Z'_{X_{15}} = ((2.5,3.5,4.5)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_{16} \quad Z'_{X_{16}} = ((2.5,3.5,4.5)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_{17} \quad Z'_{X_{17}} = ((2.5,3.5,4.5)(0.35,0.65,0.95)) - \text{dir};$
 $X_{18} \quad Z'_{X_{18}} = ((2,3,4)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_{19} \quad Z'_{X_{19}} = ((2.5,3.5,4.5)(0.5,0.75,1)) - \text{dir};$
 $X_{20} \quad Z'_{X_{20}} = ((2.5,3.5,4.5)(0.5,0.75,1)) - \text{dir}.$

Yuxarıda təsvir olunan üsuldən istifadə etməklə iş məmnunluğunun müvafiq qiymətini hesablayaq. Mərhələ 1-də (14)-ə əsasən şərtlər yoxlanılır. Nəticələr göstərir ki, 1 və 2-ci qaydalar interpolyasiya üçün istifadə edilə bilər. Mərhələ 2-də hesablanmış məsafələr aşağıdakı kimidir.

$$\begin{aligned}
 D_v(Z', Z_1) &= \sqrt{D(Z'_1, Z_{X_{1,1}})^2 + D(Z'_2, Z_{X_{2,1}})^2 + \dots + D(Z'_{20}, Z_{X_{20,1}})^2} \\
 &= \sqrt{0.23^2 + 0.23^2 + 0.23^2 + \dots + 0.43^2} = 1.93,
 \end{aligned}$$

$$D_v(Z', Z_2) = \sqrt{D(Z'_1, Z_{X_{1,2}})^2 + D(Z'_2, Z_{X_{2,2}})^2 + \dots + D(Z'_{20}, Z_{X_{20,2}})^2}$$

$$= \sqrt{0.23^2 + 0.23^2 + 0.23^2 + \dots + 1.15^2} = 1.96.$$

Mərhələ 3-də hesablanmış müvafiq interpolyasiya çəkirləri $w_1 \approx 0.5$, $w_2 \approx 0.5$.

Mərhələ 4-də iş məmnunluğunun ümumi səviyyəsi (17)-dən istifadə etməklə hesablanır:

$$Z_y = w_1 Z_{y,1} + w_2 Z_{y,2} = 0.5 * (M, Y) + 0.5 * (OM, Y) =$$

$$= 0.5 * ((3,4,5)(0.5,0.75,1) + 0.5 * ((2,3,4)(0.5,0.75,1)) =$$

$$= (1.5,2,2.5)(0.5,0.75,1) + (1,1.5,2)(0.5,0.75,1) =$$

$$= (2.5,3.5,4.5)(0.36,0.62,0.96)$$

Codebook-a əsasən ümumi iş məmnunluğu səviyyəsi (OM, Y) uygundur.

Amillərlə əlaqəli başqa bir məlumat nümunəsini nəzərdən keçirək:

- $X_1 \quad Z'_{X_1} = ((3,4,5)(0.5,0.75,1))$ -dir;
- $X_2 \quad Z'_{X_2} = ((3,4,5)(0.5,0.75,1))$ -dir;
- $X_3 \quad Z'_{X_3} = ((2.5,3.5,4.5)(0.35,0.65,0.95))$ -dir;
- $X_4 \quad Z'_{X_4} = ((3,4,5)(0.5,0.75,1))$ -dir;
- $X_5 \quad Z'_{X_5} = ((1.5,2.5,3.5)(0.35,0.65,0.95))$ -dir;
- $X_6 \quad Z'_{X_6} = ((1.5,2.5,3.5)(0.35,0.65,0.95))$ -dir;
- $X_7 \quad Z'_{X_7} = ((1.5,2.5,3.5)(0.35,0.65,0.95))$ -dir;
- $X_8 \quad Z'_{X_8} = ((2.5,3.5,4.5)(0.5,0.75,1))$ -dir;
- $X_9 \quad Z'_{X_9} = ((2.5,3.5,4.5)(0.5,0.75,1))$ -dir;
- $X_{10} \quad Z'_{X_{10}} = ((2.5,3.5,4.5)(0.35,0.65,0.95))$ -dir;
- $X_{11} \quad Z'_{X_{11}} = ((2.5,3.5,4.5)(0.35,0.65,0.95))$ -dir;
- $X_{12} \quad Z'_{X_{12}} = ((1,2,3)(0.25,0.5,0.75))$ -dir;
- $X_{13} \quad Z'_{X_{13}} = ((1.5,2.5,3.5)(0.35,0.65,0.95))$ -dir;
- $X_{14} \quad Z'_{X_{14}} = ((2.5,3.5,4.5)(0.5,0.75,1))$ -dir;
- $X_{15} \quad Z'_{X_{15}} = ((2.5,3.5,4.5)(0.35,0.65,0.95))$ -dir;
- $X_{16} \quad Z'_{X_{16}} = ((2.5,3.5,4.5)(0.35,0.65,0.95))$ -dir;

$X_{17} \quad Z'_{X_{17}} = ((1.5, 2.5, 3.5)(0.35, 0.65, 0.95))$ -dir;

$X_{18} \quad Z'_{X_{18}} = ((3, 4, 5)(0.5, 0.75, 1))$ -dir;

$X_{19} \quad Z'_{X_{19}} = (2.5, 3.5, 4.5)(0.5, 0.75, 1))$ -dir;

$X_{20} \quad Z'_{X_{20}} = ((2.5, 3.5, 4.5)(0.5, 0.75, 1))$ -dir.

(14) şərtinə əsasən qayda 2 və 4 interpolyasiya üçün istifadə edilə bilər. Məsafə dəyərləri:

$D_v(Z', Z_1) = 1.58, D_v(Z', Z_2) = 3.76$

İnterpolyasiya çəkilişi:

$w_1 = 0.7, w_2 = 0.3.$

İş məmnunluğunun ümumi səviyyəsi:

$Z_y = w_1 Z_{y,1} + w_2 Z_{y,2} = 0.7*(OM, Y) + 0.3*(AM, O) =$
 $0.7*((2, 3, 4)(0.5, 0.75, 1)) + 0.3*((1, 2, 3)(0.25, 0.5, 0.75)) =$
 $= ((1.4, 2.1, 2.8)(0.5, 0.75, 1)) + ((0.3, 0.6, 0.9)(0.25, 0.5, 0.75)) =$
 $= ((1.7, 2.7, 3.7)(0.19, 0.41, 0.73)).$

Codebook-a əsasən ümumi iş məmnuniyyəti (OM, O) kimi təyin edilə bilər. Bu halda iş məmnuniyyətinin birincidən (OM, Y) aşağı olduğunu görmək olar.

Bu fəsildə həmçinin Z-informasiya şəraitində iyerarxik struktura malik qərar qəbuletmə məsələsinin həlli üçün yeni üsul təklif olunmuşdur. Aşağıda bu tip məsələlərin qoyuluşu və həll alqoritmi verilmişdir.

Bildiyimiz kimi, iyerarxik çox atributlu qərar modelləri atribut-qiymət oblastında müəyyən edilmiş obyektlərin təsnifatına və/və ya qiymətləndirilməsinə yönəldilmişdir¹⁴. Onlar mürəkkəb qərar probleminin daha kiçik və daha az mürəkkəb alt problemlərə ayrılmasına əsaslanır.

Məsələnin qoyuluşu

Fərz edək ki, $\{C_1, \dots, C_n\}$ meyarları əsasında qiymətləndirilən $\{f_1, \dots, f_m\}$ alternativlər çoxluğu verilir. Hər bir $C_j, j = 1, \dots, n$

¹⁴Bohanec, M., Zupan, B., Rajkovic V. Hierarchical Multi-Attribute Decision Models and Their Application in Health Care // Studies in Health Technology and Informatics, - 1999. 68, - p. 670-675.

meyarları $\{C_{j_1}, \dots, C_{j_{n_j}}\}$ altmeyarları ilə verilir, harada ki, $n_j - C_j$ meyarına uyğun altmeyarların sayıdır. Beləliklə, $C_j, j = 1, \dots, n$ meyarına uyğun hər bir $f_i, i = 1, \dots, m$ alternativini üçün əvvəldən $\{C_{j_1}, \dots, C_{j_{n_j}}\}$ altmeyarlarının

$$(X_{ij_1}, \dots, X_{ij_{n_j}}),$$

vektor qiymətləri təyin olunur. Belə ki, $X_{ij_1}, \dots, X_{ij_{n_j}} - \{C_{j_1}, \dots, C_{j_{n_j}}\}$ meyarlarına əsasən f_i alternativinin qiymətləridir. Müvafiq məlumatların qeyri-dəqiqliyi və qismən etibarlılığı səbəbindən, $X_{ij_1}, \dots, X_{ij_{n_j}}$ Z-ədədlərlə təsvir olunur:

$$X_{ij_1} = (A_{ij_1}, B_{ij_1}), \dots, X_{ij_{n_j}} = (A_{ij_1}, B_{ij_1}).$$

Qarşıya qoyulan məsələ $\{C_1, \dots, C_n\}$ meyarlar çoxluğuna əsasən f^* optimal alternativini müəyyən etməkdir:

$$f^* \in \{f_1, \dots, f_m\}, f^* \succeq f_i, i = 1, \dots, m.$$

Beləliklə, məsələ iyerarxik quruluşa malikdir: birinci səviyyədə alternativlər, ikinci səviyyədə altmeyarlar, üçüncü səviyyədə meyarlar var. Bu problemi hər bir f_i alternativini üçün ümumi meyar qiymətləndirməsini Z-ədədli Y_i şəklində hesablamaq və Y_i -nin hər bir qiymətlərinin müqayisə etməklə həll etmək təklif olunur. Beləliklə, iyerarxiyanın dördüncü səviyyəsində meyarların cəminə görə alternativlərin ümumi Z-qiymətli Y_i qiymətləri tapılacaq. Hesablamalar və müqayisələr Z-ədədlər hesabı əsasında aparılacaq.

Məsələ aşağıdakı ardıcılıqla həll olunur:

1. Birinci mərhələdə hər bir $C_j, j = 1, \dots, n$ meyarına əsasən $Y_{ij} = (A_{ij}, B_{ij})$ -nin Z-qiymətli skalyar qiymətinin alınması üçün hər bir f_i alternativini üçün $X_{ij} = (A_{ij_1}, B_{ij_1}), \dots, X_{ij_{n_j}} = (A_{ij_{n_j}}, B_{ij_{n_j}})$ altmeyarlarının uyğun qiymətlərinin aqreqasiyası həyata keçirilir. Burada çəkili orta aqreqasiyası tətbiq oluna bilər:

$$Y_{ij} = w_{ij_1} X_{ij_1} + \dots + w_{ij_{n_j}} X_{ij_{n_j}}.$$

Burada $w_{j_1}, \dots, w_{j_{n_j}}$ uyğun olaraq $C_{j_1}, \dots, C_{j_{n_j}}$ altmeyarlarının vaciblik çəkilibdir. Beləliklə, $Y_{ij} - C_j, j = 1, \dots, n$ altmeyarlarına əsasən f_i alternativlərinin skalyar qiymətidir. Nəticədə meyar qiymətləndirmələrinin matrisini (qərar cədvəli) alırıq:

	C_1	...	C_n
f_1	Y_{11}	...	Y_{1n}
...
f_m	Y_{m_1}	...	Y_{m_1}

2. Hər bir f_i üçün əvvəlki mərhələdə Y_{ij} üçün alınmış qiymətlərin skalyar meyar qiymətləndirmələrinin aqreqasiyası aparılır. Nəticədə meyarların Z -ədəd əsaslı $Y_i = (A_i, B_i)$ çoxluğuna əsasən f_i -in ümumi skalyar qiyməti hesablanır. Burada da çəkili orta aqreqasiyası tətbiq oluna bilər:

$$Y_i = w_1 Y_{i_1} + \dots + w_n Y_{i_n}.$$

Burada w_1, \dots, w_n uyğun olaraq C_1, \dots, C_n altmeyarlarının vaciblik çəkilibdir.

3. f_i alternativlərinin sıralanması üçün əvvəlki mərhələdə alınmış alternativlərin ümumi Z -ədədli $Y_i = (A_i, B_i)$ qiymətlərinin müqayisəsi yerinə yetirilir. Müqayisə Tərif 3-ə əsasən aparılır. Beləliklə,

$$Y^* \geq Y_i, i = 1, \dots, m$$

şərtini ödəyən $f^* \in \{f_1, \dots, f_m\}$ alternativini optimal sayılır.

Beşinci fəsilə klassik və qeyri-səlis mühitdə təsdiqləmə ilə öyrənmə məsələlərinə həsr olunmuş işlərin icmalı aparılmış, Z -informasiya şəraitində yeni üsul olan təsdiqləmə ilə öyrənmə məsələsinin ümumi qoyuluşu, həll alqoritmi və eləcə də real məsələyə tətbiqi verilmişdir.

Maşın öyrənməsi Süni İntellektin əsas komponentlərindən biri olub geniş tətbiq olunmaqdadır. Bugünkü Süni İntellekt sistemlərinin əsas çatışmazlığı alınan nəticələrin izah oluna bilməməsidir. Çünki klassik

maşın öyrənməsi, eləcə də dərin öyrənmə neyron şəbəkələrinə əsaslanır. Bunları nəzərə alaraq, qeyri-səlis informasiya şəraitində Q-öyrənmə məsələsinin Z-informasiya halına genişləndiriləsinə baxaq.

Məsələnin qoyuluşu və həlli

Məqsəd və məhdudyyətlərinin Z-ədədlə ifadə olunduğu Q-öyrənmə üsulunu nəzərdən keçirək. Müvafiq olaraq, a hərəkətinin x vəziyyətində $ZQ(x, a)$ qiyməti də Z-ədədlə ifadə edilir. a hərəkətinin x vəziyyətində məhdudyyəti var və bu da $ZQ(x, a)$ ilə təsvir olunur¹⁵.

$$\begin{aligned} ZQ_{t+1}(x, a) = \\ = (1 - \beta)ZQ_t(x, a) + \beta[(Zr_{t+1} + \gamma ZV(y)) \wedge ZQ_c(x, a)] \end{aligned} \quad (18)$$

Burada $ZQ_{t+1}(x, a)$ - a -hərəkətinin x -vəziyyətindəki Z-qiymətli faydalılığıdır, Zr_{t+1} -mükafatın Z-qiymətidir, $ZQ_c(x, a)$ - x vəziyyətində a hərəkətindən Z -qiymətli imtina, \wedge -Z-ədədlər üzərində minimum əməliyyatını göstərir¹⁶, γ endirim faktorudur, β öyrənmə sürətidir.

$ZV(y)$ ən yaxşı hərəkət-vəziyyət cütünün Z- qiymətidir:

$$ZV(y) = \vee_{a \in A} ZQ_{t+1}(y, a) \quad (19)$$

Burada \vee Z-ədədlər üzərində maksimum əməliyyatını göstərir.

Beləliklə, ən yaxşı hərəkət aşağıdakı kimi müəyyən edilir:

$$a = \underset{a \in A}{arg \max} \vee ZQ(x, a) \quad (20)$$

(18)-(20) aşağıdakı mərhələlərlə həll olunur:

¹⁵ Berenji, H. R. Fuzzy Reinforcement Learning and Dynamic Programming // Lecture Notes in Computer Science, -1994. 1-9.

¹⁶ Aliev, R.A. Approximate Reasoning on a Basis of Z-Number-Valued If-Then Rules / Pedrycz W., Huseynov O.H., Eyupoglu S.Z. //IEEE Transactions on Fuzzy Systems, - 2017. 25(6), -p. 1589-1600.

Addım 1: γ , β və yaxınlaşmanı göstərən dəqiqlik həddi ϵ təyin edilir.

EPİZOD t -də $t=0$ təyin edin.

Addım 2. (18)-dən istifadə edərək $ZQ_{t+1}(x, a)$ -ni hesablayın.

Addım 3. (19)-(20) vasitəsi ilə hər bir x üçün a hərəkətini tapın və (18)-dən istifadə edərək $ZQ_{t+1}(x, a)$ -nin yeni qiymətini hesablayın.

Addım 4. $(ZQ_{t+1}(x, a), ZQ_t(x, a)) > \epsilon$ ödənsə onda 2-ci addıma, əks halda 5-ci addıma keçin.

Addım 5. 3-cü addımda tapılan hər bir x üçün optimal a hərəkətini qeyd edin.

Son.

Misal. Qeyri-səlis informasiya şəraitində Q-öyrənmə məsələsini nəzərdən keçirilir ¹⁷¹⁸. Həmin məsələnin Z-informasiya halına genişlənməsini nəzərdən keçirək. Məsələ Şəkil 3-də verilmişdir.

Bu məsələdə $\{\alpha_1, \alpha_2\}$ hərəkətlər çoxluğu, $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5\}$ vəziyyətlər çoxluğudur. Hərəkətlərə qoyulan məhdudiyyətlər aşağıda verilmişdir:

$$ZQ_C(\sigma_1, \alpha_1) = ((0.5, 0.6, 0.7)(0.8, 0.9, 1))$$

$$ZQ_C(\sigma_1, \alpha_2) = ((0.9, 1, 1)(0.8, 0.9, 1))$$

$$ZQ_C(\sigma_2, \sigma_2) = ((0.9, 1, 1)(0.8, 0.9, 1))$$

$$ZQ_C(\sigma_2, \alpha_1) = ((0.7, 0.8, 0.9)(0.8, 0.9, 1))$$

$$ZQ_C(\sigma_3, \alpha_1) = ((0.9, 1, 1)(0.8, 0.9, 1))$$

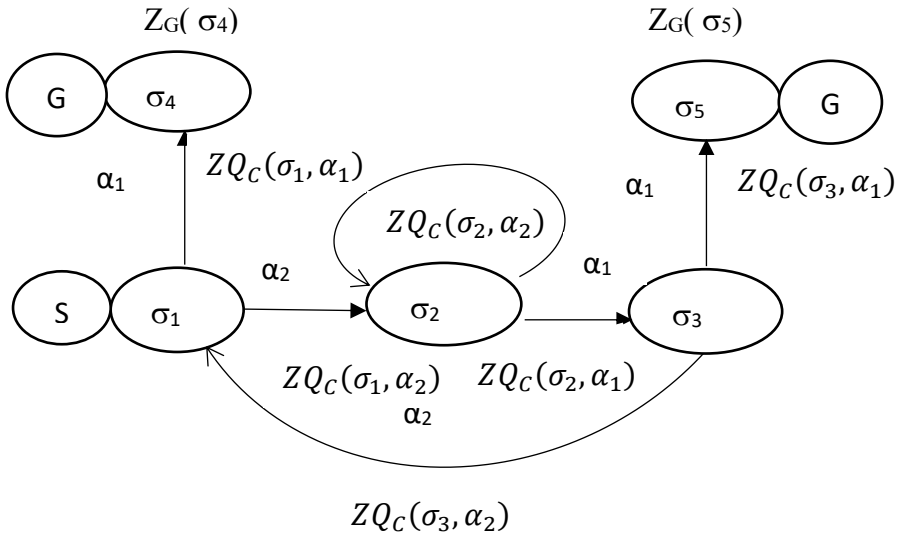
$$ZQ_C(\sigma_3, \alpha_2) = ((0.6, 0.7, 0.8)(0.8, 0.9, 1))$$

$$ZQ_G(\sigma_4) = ((0.9, 1, 1)(0.8, 0.9, 1))$$

$$ZQ_G(\sigma_5) = ((0.7, 0.8, 0.9)(0.8, 0.9, 1))$$

¹⁷ Berenji, H. R. Fuzzy Reinforcement Learning and Dynamic Programming // Lecture Notes in Computer Science, -1994. 1-9.

¹⁸ Jabbarova, K.I., Huseynov, O.H., Jabbarova, A.I. Toward Z-number valued reinforcement learning problem // Proceedings of the 12th World Conference on Intelligent System for Industrial Automation (WCIS-2022). Tashkent, Uzbekistan, - 2024, - p. 352–360.



Şəkil 3. Z-informasiya şəraitində çoxmərhələli qərar qəbuletmə məsələsi

Cədvəl 1-də Zr_{t+1} bütün mükafatlar göstərilmişdir.

Cədvəl 1 . Mükafat cədvəli

	1	2	3	4	5
1	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((0,0,0.1)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((0,0,1,0.2)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$
2	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((0,0,0.1)$ $(0.8,0.9,1))$	$((0,0,0.1)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$
3	$((0,0,0.1)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$(-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((0,0,1,0.2)$ $(0.8,0.9,1))$
4	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$
5	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$	$((-0.2,-0.1,0)$ $(0.8,0.9,1))$

$\gamma = 0.9$, $\beta = 0.9$ və yaxınlaşmanı göstərən dəqiqlik həddi $\varepsilon = 0.02$ olsun. Həll algoritminə görə məsələ aşağıdakı kimi həll edilir:

EPIZOD I

$$ZV(\sigma_4) = \max(ZQ(4,4)) = ((0.9,1,1)(0.8,0.9,1));$$

$$\begin{aligned} Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_4) &= ((0,0.1,0.2)(0.8,0.9,1)) + 0.9 \cdot \\ &((0.9,1,1)(0.8,0.9,1)) = ((0,0.1,0.2)(0.8,0.9,1)) + \\ &+ ((0.81,0.9,0.9)(0.8,0.9,1)) = ((0.81,1.1)(0.8,0.9,1)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta[(Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_4)) \wedge ZQ_c(\sigma_1, \alpha_1)] &= 0.9 \cdot \\ &\cdot ((0.81,1.1)(0.8,0.9,1)) \wedge ((0.5,0.6,0.7)(0.8,0.9,1)) = \\ &= 0.9 \cdot ((0.5,0.6,0.7)(0.8,0.9,1)) = ((0.45,0.54,0.63)(0.8,0.9,1); \\ (1 - \beta)ZQ_t(\sigma_1, \alpha_1) &= 0.1 \cdot ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) = \\ &= (0,0,0.01)(0.8,0.9,1); \\ ((0.45,0.54,0.63)(0.8,0.9,1)) &+ ((0,0,0.01)(0.8,0.9,1)) = \\ &= ((0.45,0.54,0.73)(0.8,0.9,1)). \end{aligned}$$

$$\mathbf{ZQ}_c(\sigma_1, \alpha_1) = \mathbf{((0.45,0.54,0.73)(0.8,0.9,1))}$$

$$\begin{aligned} ZV(\sigma_2) = \max(ZQ(2,2), ZQ(2,3)) &= \max(((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)); \\ &((0,0,0.1)(0.8,0.9,1))) = ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_2) &= ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + 0.9 \cdot \\ &((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + \\ &+ ((0,0,0.09)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.19)(0.8,0.9,1)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta[(Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_2)) \wedge ZQ_c(\sigma_1, \alpha_2)] &= \\ &= 0.9 \cdot ((0,0,0.19)(0.8,0.9,1)) \wedge ((0.9,1,1)(0.8,0.9,1)) = \\ &= 0.9 \cdot ((0,0,0.19)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.171)(0.8,0.9,1); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1 - \beta)ZQ_t(\sigma_1, \alpha_2) &= 0.1 \cdot ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) = \\ &= (0,0,0.01)(0.8,0.9,1); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ((0,0,0.01)(0.8,0.9,1)) &+ ((0,0,0.171)(0.8,0.9,1)) = \\ &= ((0,0,0.181)(0.8,0.9,1)). \end{aligned}$$

$$\mathbf{ZQ}_c(\sigma_1, \alpha_2) = \mathbf{((0,0,0.181)(0.8,0.9,1))}$$

$$\begin{aligned} ZV(\sigma_3) = \max(ZQ(3,5), ZQ(3,1)) &= \max(((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)); \\ &((0,0,0.1)(0.8,0.9,1))) = ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_3) &= ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + 0.9 \cdot \\ &((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + \\ &+ ((0,0,0.09)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.19)(0.8,0.9,1)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \beta[(Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_3)) \wedge ZQ_C(\sigma_2, \alpha_1)] = \\
& = 0.9 \cdot ((0,0,0.19)(0.8,0.9,1)) \wedge ((0.7,0.8,0.9)(0.8,0.9,1)) = \\
& = 0.9 \cdot ((0,0,0.19)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.171)(0.8,0.9,1); \\
& (1 - \beta)ZQ_t(\sigma_2, \alpha_1) = 0.1 \cdot ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) = \\
& = (0,0,0.01)(0.8,0.9,1); \\
& ((0,0,0.01)(0.8,0.9,1)) + ((0,0,0.171)(0.8,0.9,1)) = \\
& = ((0,0,0.181)(0.8,0.9,1)). \\
& \mathbf{ZQ_C(\sigma_2, \alpha_1) = ((0,0,0.181)(0.8,0.9,1))} \\
& ZV(\sigma_1) = \max(ZQ(1,4), ZQ(1,4)) = \max(((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)), \\
& ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1))); \\
& Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_1) = ((0,0.1,0.2)(0.8,0.9,1)) + 0.9 \cdot \\
& ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + \\
& + ((0,0,0.9)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,1.0.19)(0.8,0.9,1)); \\
& \beta[(Zr_{t+1} + \gamma ZV(y\sigma_1)) \wedge ZQ_C(\sigma_3, \alpha_2)] = \\
& = 0.9 \cdot [((0,0,1.0.19)(0.8,0.9,1)) \wedge ((0.6,0.7,0.8)(0.8,0.9,1))] = \\
& = 0.9 \cdot ((0,0,1.0.19)(0.8,0.9,1)) = \\
& (1 - \beta)ZQ_t(\sigma_3, \alpha_2) = 0.1 \cdot ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) = \\
& = (0,0,0.01)(0.8,0.9,1); \\
& ((0,0,0.01)(0.8,0.9,1)) + ((0,0,0.171)(0.8,0.9,1)) = \\
& = ((0,0,0.181)(0.8,0.9,1)) \\
& ZQ_C(\sigma_3, \alpha_2) = ((0,0,0.181)(0.8,0.9,1)) \\
& ZV(\sigma_5) = \max(ZQ(5,5)) = ((0.7,0.8,0.9)(0.8,0.9,1)); \\
& Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_5) = ((0,0.1,0.2)(0.8,0.9,1)) + 0.9 \cdot \\
& ((0.7,0.8,0.9)(0.8,0.9,1)) = ((0,0.1,0.2)(0.8,0.9,1)) + \\
& + ((0.63,0.72,0.81)(0.8,0.9,1)) = ((0.63,0.82,1.01)(0.8,0.9,1)); \\
& \beta[(Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_5)) \wedge ZQ_C(\sigma_3, \alpha_1)] = 0.9 \cdot \\
& \cdot [((0.63,0.82,1.01)(0.8,0.9,1)) \wedge ((0.9,1,1)(0.8,0.9,1))] = \\
& = 0.9 \cdot ((0.63,0.82,1.01)(0.8,0.9,1)) = \\
& = ((0.57,0.738,0.91)(0.8,0.9,1)); \\
& (1 - \beta)ZQ_t(\sigma_3, \alpha_1) = 0.1 \cdot ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (0,0,0.01)(0.8,0.9,1); \\
&((0,0,0.01)(0.8,0.9,1)) + ((0.57,0.738,0.91)(0.8,0.9,1)) = \\
&= ((0.57,0.738,0.92)(0.8,0.9,1)) \\
\mathbf{ZQ}_c(\sigma_3, \alpha_1) &= \mathbf{((0.57,0.738,0.92)(0.8,0.9,1))} \\
ZV(\sigma_2) &= \max(\mathbf{ZQ}(2,2), \mathbf{ZQ}(2,3)) = \max(((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) \\
&((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)); \\
Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_2) &= ((0,0.1,0.2)(0.8,0.9,1)) + 0.9 \cdot \\
&\cdot ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + \\
&+ ((0,0,0.9)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.19)(0.8,0.9,1)); \\
\beta[(Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_2)) \wedge \mathbf{ZQ}_c(\sigma_2, \alpha_2)] &= \\
&= 0.9 \cdot [((0,0,1.0.19)(0.8,0.9,1)) \wedge ((0.9,1,1)(0.8,0.9,1))] = \\
&= 0.9 \cdot ((0,0,0.19)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.171)(0.8,0.9,1)); \\
(1 - \beta)ZQ_t(\sigma_2, \alpha_2) &= 0.1 \cdot ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) \\
&= (0,0,0.01)(0.8,0.9,1); \\
&((0,0,0.01)(0.8,0.9,1)) + ((0,0,0.171)(0.8,0.9,1)) = \\
&= ((0,0,0.181)(0.8,0.9,1)) \\
\mathbf{ZQ}_c(\sigma_2, \alpha_2) &= \mathbf{((0,0,0.181)(0.8,0.9,1))};
\end{aligned}$$

⋮

EPİZOD VII

$$\begin{aligned}
ZV(\sigma_4) &= \max(\mathbf{ZQ}(4,4)) = ((0.9,1,1)(0.8,0.9,1)); \\
Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_4) &= ((0,0.1,0.2)(0.8,0.9,1)) + 0.9 \cdot \\
&((0.9,1,1)(0.8,0.9,1)) = ((0,0.1,0.2)(0.8,0.9,1)) + \\
&+ ((0.81,0.9,0.9)(0.8,0.9,1)) = ((0.81,1.1)(0.8,0.9,1)); \\
\beta[(Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_4)) \wedge \mathbf{ZQ}_c(\sigma_1, \alpha_1)] &= \\
&= 0.9 \cdot ((0.81,1.1)(0.8,0.9,1)) \wedge ((0.5,0.6,0.7)(0.8,0.9,1)) = \\
&= 0.9 \cdot ((0.5,0.6,0.7)(0.8,0.9,1)) = ((0.45,0.54,0.63)(0.8,0.9,1)); \\
(1 - \beta)ZQ_t(\sigma_1, \alpha_1) &= 0.1 \cdot ((0.5,0.6,0.7)(0.8,0.9,1)) = \\
&= ((0.05,0.06,0.07)(0.8,0.9,1)); \\
&((0.05,0.06,0.07)(0.8,0.9,1)) + ((0.45,0.54,0.63)(0.8,0.9,1)) = \\
&= ((0.5,0.6,0.7)(0.8,0.9,1)). \\
\mathbf{ZQ}_c(\sigma_1, \alpha_1) &= \mathbf{((0.5, 0.6, 0.7)(0.8, 0.9, 1))};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
ZV(\sigma_2) &= \max(\text{ZQ}(2,2), \text{ZQ}(2,3)) = \\
&= \max(((0.57,0.74,1)(0.8,0.9,1)), \\
&((0.57,0.74,1)(0.8,0.9,1))) = ((0.57,0.74,1)(0.8,0.9,1)); \\
Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_2) &= ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + 0.9 \cdot \\
&((0.57,0.74,1)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + \\
&+ ((0.51,0.67,1)(0.8,0.9,1)) = ((0.51,0.67,1)(0.8,0.9,1)); \\
\beta[(Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_2)) \wedge ZQ_c(\sigma_1, \alpha_2)] &= \\
&= 0.9 \cdot ((0.51,0.67,1)(0.9,1,1)) \wedge ((0.9,1,1)(0.8,0.9,1)) = \\
&= 0.9 \cdot ((0.51,0.67,1)(0.9,1,1)) = ((0.46,0.6,0.9)(0.8,0.9,1)); \\
(1 - \beta)ZQ_t(\sigma_1, \alpha_2) &= 0.1 \cdot ((0.51,0.67,1)(0.8,0.9,1)) = \\
&= ((0.051,0.067,0.1)(0.8,0.9,1)); \\
&((0.46,0.6,0.9)(0.8,0.9,1)) + ((0.051,0.067,0.1)(0.8,0.9,1)) = \\
&= ((0.51,0.67,1)(0.8,0.9,1)); \\
ZQ_c(\sigma_1, \alpha_2) &= ((0.51,0.67,1)(0.9,1,1)); \\
ZV(\sigma_3) &= \max(\text{ZQ}(3,5), \text{ZQ}(3,1)) = \\
&= \max((0.46,0.59,1)(0.8,0.9,1), ((0.63,0.82,1.01)(0.8,0.9,1))) \\
&= ((0.63,0.82,1.01)(0.8,0.9,1.01)); \\
Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_3) &= ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + 0.9 \cdot \\
&((0.63,0.82,1.01)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + \\
&+ ((0.57,0.74,0.9)(0.8,0.9,1)) = ((0.57,0.74,1)(0.8,0.9,1)); \\
\beta[(Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_3)) \wedge ZQ_c(\sigma_2, \alpha_1)] &= 0.9 \cdot \\
&\cdot [((0.57,0.74,1)(0.8,0.9,1)) \wedge ((0.7,0.8,0.9)(0.8,0.9,1))] = \\
&= 0.9 \cdot ((0.57,0.74,1)(0.8,0.9,1)) = ((0.51,0.67,0.9)(0.8,0.9,1)); \\
(1 - \beta)ZQ_t(\sigma_2, \alpha_1) &= 0.1 \cdot ((0.57,0.74,1)(0.8,0.9,1)) = \\
&= ((0.057,0.074,0.1)(0.8,0.9,1)); \\
&((0.057,0.074,0.1)(0.8,0.9,1)) + ((0.51,0.67,0.9)(0.8,0.9,1)) = \\
&= ((0.57,0.74,1)(0.8,0.9,1)) \\
ZQ_c(\sigma_2, \alpha_1) &= ((0.57,0.74,1)(0.8,0.9,1)); \\
ZV(\sigma_1) &= \max(\text{ZQ}(1,4), \text{ZQ}(1,2)) = \\
&= \max(((0.51,0.67,1)(0.8,0.9,1)), ((0.5,0.6,0.7)(0.8,0.9,1))) =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= ((0.51,0.67,1)(0.8,0.9,1)); \\
Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_1) &= ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + 0.9 \cdot \\
&\cdot ((0.51,0.67,1)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + \\
&+ ((0.46,0.6,0.9)(0.8,0.9,1)) = ((0.46,0.6,1)(0.8,0.9,1)); \\
\beta[(Zr_{t+1} + \gamma ZV(y\sigma_1)) \wedge ZQ_C(\sigma_3, \alpha_2)] &= \\
&= 0.9 \cdot [((0.46,0.6,1)(0.8,0.9,1)) \wedge ((0.6,0.7,0.8)(0.8,0.9,1))] = \\
&= 0.9 \cdot ((0.46,0.6,1)(0.8,0.9,1)) = ((0.41,0.54,0.9)(0.8,0.9,1)); \\
(1 - \beta)ZQ_t(\sigma_3, \alpha_2) &= 0.1 \cdot ((0.46,0.6,1)(0.8,0.9,1)) = \\
&= ((0.046,0.06,0.1)(0.8,0.9,1)); \\
&((0.41,0.54,0.9)(0.8,0.9,1)) + ((0.046,0.06,0.1)(0.8,0.9,1)) = \\
&= ((0.46,0.6,1)(0.8,0.9,1)); \\
\mathbf{ZQ}_C(\sigma_3, \alpha_2) &= ((\mathbf{0.46}, \mathbf{0.6}, \mathbf{1})(\mathbf{0.8}, \mathbf{0.9}, \mathbf{1})); \\
ZV(\sigma_5) &= \max(ZQ(5,5)) = ((0.7,0.8,0.9)(0.8,0.9,1)); \\
Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_5) &= ((0,0.1,0.2)(0.8,0.9,1)) + 0.9 \cdot \\
&((0.7,0.8,0.9)(0.8,0.9,1)) = ((0,0.1,0.2)(0.8,0.9,1)) + \\
&+ ((0.63,0.72,0.81)(0.8,0.9,1)) = ((0.63,0.82,1.01)(0.8,0.9,1)); \\
\beta[(Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_5)) \wedge ZQ_C(\sigma_3, \alpha_1)] &= \\
&= 0.9 \cdot [((0.63,0.82,1.01)(0.8,0.9,1)) \wedge ((0.9,1,1)(0.8,0.9,1))] = \\
&= 0.9 \cdot ((0.63,0.82,1.01)(0.8,0.9,1)) = \\
&= ((0.57,0.74,0.91)(0.8,0.9,1)); \\
(1 - \beta)ZQ_t(\sigma_3, \alpha_1) &= 0.1 \cdot ((0.63,0.82,1.01)(0.8,0.9,1)) = \\
&= ((0.063,0.082,0.1)(0.8,0.9,1)); \\
&((0.063,0.082,0.1)(0.8,0.9,1)) + ((0.57,0.74,0.91)(0.8,0.9,1)) = \\
&= ((0.63,0.82,1.01)(0.8,0.9,1)); \\
\mathbf{ZQ}_C(\sigma_3, \alpha_1) &= ((\mathbf{0.63}, \mathbf{0.82}, \mathbf{1.01})(\mathbf{0.8}, \mathbf{0.9}, \mathbf{1})); \\
ZV(\sigma_2) &= \max(ZQ(2,2), ZQ(2,3)) = \\
&= \max(((0.57,0.74,1)(0.8,0.9,1)), \\
&((0.51,0.67,1)(0.8,0.9,1))) = ((0.57,0.74,1)(0.8,0.9,1)); \\
Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_2) &= ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + 0.9 \cdot \\
&\cdot ((0.57,0.74,1)(0.8,0.9,1)) = ((0,0,0.1)(0.8,0.9,1)) + \\
&+ ((0.51,0.67,0.9)(0.8,0.9,1)) = ((0.51,0.67,1)(0.8,0.9,1));
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \beta[(Zr_{t+1} + \gamma ZV(\sigma_2)) \wedge ZQ_C(\sigma_2, \alpha_2)] = 0.9 \cdot \\
& \cdot [((0.51, 0.67, 1)(0.8, 0.9, 1)) \wedge ((0.9, 1, 1)(0.8, 0.9, 1))] = \\
& = 0.9 \cdot ((0.51, 0.67, 1)(0.8, 0.9, 1)) = ((0.46, 0.6, 0.9)(0.8, 0.9, 1)); \\
& (1 - \beta)ZQ_t(\sigma_2, \alpha_2) = 0.1 \cdot ((0.51, 0.65, 1)(0.8, 0.9, 1)) = \\
& = ((0.051, 0.065, 0.1)(0.8, 0.9, 1)); \\
& (0.051, 0.065, 0.1)(0.8, 0.9, 1) + ((0.46, 0.6, 0.9)(0.8, 0.9, 1)) = \\
& = ((0.51, 0.67, 1)(0.8, 0.9, 1)); \\
& \mathbf{ZQ_C(\sigma_2, \alpha_2) = ((0.51, 0.67, 1)(0.8, 0.9, 1));}
\end{aligned}$$

Alınan nəticələr ardıcıl olaraq aşağıda bir daha göstərilib.

EPİZOD I

$$\begin{aligned}
& ZQ_C(\sigma_1, \alpha_1) = ((0.45, 0.54, 0.73)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_1, \alpha_2) = ((0, 0, 0.181)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_2, \alpha_1) = ((0, 0, 0.181)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_3, \alpha_1) = ((0.57, 0.738, 0.92)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_3, \alpha_2) = ((0, 0, 0.181)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_2, \alpha_2) = ((0, 0, 0.181)(0.8, 0.9, 1))
\end{aligned}$$

EPİZOD II

$$\begin{aligned}
& ZQ_C(\sigma_1, \alpha_1) = ((0.495, 0.594, 0.693)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_1, \alpha_2) = ((0, 0, 0.231)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_2, \alpha_1) = ((0.46, 0.59, 0.86)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_3, \alpha_1) = ((0.63, 0.81, 1)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_3, \alpha_2) = ((0.37, 0.44, 0.69)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_2, \alpha_2) = ((0, 0, 0.255)(0.8, 0.9, 1))
\end{aligned}$$

⋮

EPİZOD VI

$$\begin{aligned}
& ZQ_C(\sigma_1, \alpha_1) = ((0.5, 0.6, 0.7)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_1, \alpha_2) = ((0.51, 0.67, 1)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_2, \alpha_1) = ((0.57, 0.74, 1)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_3, \alpha_1) = ((0.63, 0.82, 1.01)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_3, \alpha_2) = ((0.46, 0.6, 1)(0.8, 0.9, 1)) \\
& ZQ_C(\sigma_2, \alpha_2) = ((0.51, 0.67, 1)(0.8, 0.9, 1))
\end{aligned}$$

EPİZOD VII

$$ZQ_C(\sigma_1, \alpha_1) = ((0.5, 0.6, 0.7)(0.8, 0.9, 1))$$

$$ZQ_C(\sigma_1, \alpha_2) = ((0.51, 0.67, 1)(0.8, 0.9, 1))$$

$$ZQ_C(\sigma_2, \alpha_1) = ((0.57, 0.74, 1)(0.8, 0.9, 1))$$

$$ZQ_C(\sigma_3, \alpha_1) = ((0.63, 0.82, 1.01)(0.8, 0.9, 1))$$

$$ZQ_C(\sigma_3, \alpha_2) = ((0.46, 0.6, 1)(0.8, 0.9, 1))$$

$$ZQ_C(\sigma_2, \alpha_2) = ((0.51, 0.67, 1)(0.8, 0.9, 1))$$

Beləliklə, $D(ZQ_{t+1}(x, a), ZQ_t(x, a)) > \epsilon$ şərti ödənilir. Həll Cədvəl 2-də təsvir edilib.

Cədvəl 2. Məsələnin həlli

Vəziyyət	Hərəkət
σ_1	α_2
σ_2	α_1
σ_3	α_1

Altıncı fəsil Z və U ədədlərin biznes mühitində qərar qəbulətmə məsələlərinə tətbiqi və kompüter simulyasiyalarını əhatə edir:

Z-ədədli çoxmeyarlı investisiya məsələsində qərar qəbulətmə

İnvestisiya şirkətinin qarşısında duran əsas vəzifələrdən biri mövcud alternativlər arasından ən uyğun investisiya obyektini seçməkdir ¹⁹. Fərz edək ki, şirkətin seçim imkanları $a_1, a_2, a_3, a_4, və a_5$ alternativləri ilə məhdudlaşır. Bu alternativlərin müqayisəli qiymətləndirilməsi üçün bir sıra meyarlar nəzərə alınır.

Qiymətləndirmə prosesində dörd əsas meyar seçilmişdir:

C_1 -risk səviyyəsi,

C_2 -artım potensialı,

C_3 -xidmət səviyyəsi,

C_4 -ətraf mühitə təsir.

¹⁹ Aliyev, Rafiq R. Similarity based multi-attribute decision making under z-information / Proceedings 8th International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control. Antalya, Turkey. – 2015. - p. 33-38.

Beləliklə, investisiya şirkəti alternativlərin hər birini bu meyarlar üzrə qiymətləndirərək ən məqsəduyğun variantı seçməyə çalışır.

Z-ədədli atributlar üçün linqvistik termlərin codebook-u aşağıda verilmişdir (*Meyarların səviyyəsi- Linqvistik qiymət*)²⁰:

Z-ədədin A hissəsi üçün linqvistik termlər:

Çox aşağı (ÇA)	(0,0.1,0.2,0.3)
Aşağı (A)	(0.2,0.3,0.4,0.5)
Orta (O)	(0.4,0.5,0.6,0.7)
Yüksək (Y)	(0.6,0.7,0.8,0.9)
Çox yüksək (ÇY)	(0.8,0.9,1,1)

Z-ədədin B hissəsi üçün linqvistik termlər:

Aşağı (A)	(0.05,0.05,0.25,0.45)
Orta (O)	(0.25,0.45,0.65,0.85)
Yüksək (Y)	(0.65,0.85,1,1)

Baxılan çoxmeyarlı qərar qəbuletmə məsələsi üçün $D_{n \times m}$ həllər matrisi aşağıda verilmişdir:

	C_1	C_2	C_3	C_4
a_1	(ÇA,A)	(ÇY,O)	(O,Y)	(A,O)
a_2	(ÇY,O)	(ÇY,A)	(A,A)	(Y,O)
a_3	(Y,O)	(ÇY,O)	(Y,O)	(A,A)
a_4	(ÇY,Y)	(Y,O)	(O,A)	(A,O)
a_5	(ÇY,O)	(Y,A)	(Y,O)	(Y,O)

Meyarlar üçün çəkilər:

$$w_1 = 0.35 \quad w_2 = 0.3 \quad w_3 = 0.2 \quad w_4 = 0.15$$

²⁰ Jabbarova, K.I. Multi-attribute decision making for investment problem under Z-number valued information // Proceedings of the 9th World Conference on Intelligent Systems for Industrial Automation (WCIS-2016). Tashkent, Uzbekistan, – 2016. - p. 106-109.

Qarşıya qoyulan məsələnin həlli aşağıdakı ardıcılıqla yerinə yetirilir:

1-ci mərhələdə müsbət ideal alternativ tapılır²¹:

$$a_p^{id} = ((\zeta Y, Y), (\zeta Y, O), (Y, O), (Y, O))$$

2-ci mərhələdə alternativin hər bir komponentinin ideal nöqtə ilə arasındakı məsafə tapılır²²:

$$\begin{aligned} d(Z_{11}, Z_{p_1}^{id}) &= 1.6; & d(Z_{12}, Z_{p_2}^{id}) &= 0; \\ d(Z_{13}, Z_{p_3}^{id}) &= 0.6; & d(Z_{14}, Z_{p_4}^{id}) &= 0.4; \\ d(Z_{21}, Z_{p_1}^{id}) &= 0.4; & d(Z_{22}, Z_{p_2}^{id}) &= 0.4; \\ d(Z_{23}, Z_{p_3}^{id}) &= 0.8; & d(Z_{24}, Z_{p_4}^{id}) &= 0. \\ d(Z_{31}, Z_{p_1}^{id}) &= 0.6; & d(Z_{32}, Z_{p_2}^{id}) &= 0; \\ d(Z_{33}, Z_{p_3}^{id}) &= 0; & d(Z_{34}, Z_{p_4}^{id}) &= 0.8; \\ d(Z_{41}, Z_{p_1}^{id}) &= 0; & d(Z_{42}, Z_{p_2}^{id}) &= 0.2; \\ d(Z_{43}, Z_{p_3}^{id}) &= 0.6; & d(Z_{44}, Z_{p_4}^{id}) &= 0.4; \\ d(Z_{51}, Z_{p_1}^{id}) &= 0.4; & d(Z_{52}, Z_{p_2}^{id}) &= 0.6; \\ d(Z_{53}, Z_{p_3}^{id}) &= 0; & d(Z_{54}, Z_{p_4}^{id}) &= 0; \end{aligned}$$

Sonra hər bir a_i alternativini üçün $D(a_i, a_p^{id}) = \sum_{j=1}^m W_j D(Z_{ij}, Z_{p_j}^{id})$ hesablanır.

$$\begin{aligned} D(a_1, a_p^{id}) &= 0.74; & D(a_2, a_p^{id}) &= 0.42; \\ D(a_3, a_p^{id}) &= 0.33; & D(a_4, a_p^{id}) &= 0.24; \\ D(a_5, a_p^{id}) &= 0.32 \end{aligned}$$

3-cü mərhələdə a_4 -ün ən yaxşı alternativ olması nəticəsi əldə olunur.

²¹ Hwang C.L., Yoon K. Multiple attribute decision making methods and applications. Springer: Berlin Heidelberg, -1981.

²² Aliyev R., Memmedova, K. Application of Z-Number Based Modeling in Psychological Research // Computational Intelligence and Neuroscience, - 2015. 2015(6), – p. 1-7.

İş məmnunluğu səviyyəsinin hesablanması Z-ədədli qərar qəbuletmə

Minnesota Məmnunluq Sorğu Vərəqinə (MMSV) əsasən iş məmnunluğunun qiymətləndirilməsində istifadə olunan amillər aşağıda göstərilmişdir:

Fəaliyyət (x_1), Müstəqillik (x_2), Müxtəliflik (x_3), Sosial mövqe (x_4), İnsan əlaqələrinə nəzarət (x_5), Texniki-nəzarət (x_6), Mənəvi dəyərlər (x_7), Təhlükəsizlik (x_8), Sosial xidmət (x_9), Səlahiyyət (x_{10}), Qabiliyyət (x_{11}), Şirkət siyasətləri və təcrübələri (x_{12}), Kompensasiya (x_{13}), İnkişaf (x_{14}), Məsuliyyət (x_{15}), Yaradıcılıq (x_{16}), İş şərtləri (x_{17}), Birgə iş (x_{18}), Tanıma (x_{19}), Nailiyyət (x_{20})²³²⁴.

Amillər üçün linqvistik termlərin codebook-u aşağıda verilib:

Z-ədədin A hissəsi üçün linqvistik termlər:

<i>Məmnunluğun səviyyəsi</i>	<i>Linqvistik qiymətlər</i>
Çox az Məmnun	(1,1,1,2)
Az Məmnun	(1,2,2.5,3)
Orta Məmnun	(2.5,3,3.5,4)
Məmnun	(3.5,4,4.5,5)
Çox Məmnun	(4.5,5,5)

Z-ədədin B hissəsi üçün linqvistik termlər (etibarlılıq):

Aşağı	(0,0,0.3,0.4)
Orta	(0.3,0.4,0.6,0.7)
Yüksək	(0.6,0.7,1,1)

Amillərin linqvistik adları aşağıda göstərilib²⁴²⁵.

²³ Weiss, D.J., Manual for the Minnesota Satisfaction Questionnaire / Dawis, R.V., England, G.W., Lofquist, L.H. // Minneapolis MN: The University of Minnesota Press, - 1967.²³

²⁴ Cabbarova, K.I. Z-informasiya şəraitində iş məmnunluğunun qiymətləndirilməsi // -Sumqayıt: Sumqayıt Dövlət Universitetinin Elmi Xəbərləri, - 2018. №4, -s.78-83.

²⁵ Eyupoglu, S.Z., Jabbarova K.I., Aliyeva, K.R. The Identification of Job Satisfaction under Z-Information // Intelligent Automation & Soft Computing, - 2017. №24, - p. 1-5.

Meyarlar/Amillər	Linqvistik ifadə
Fəaliyyət	Çox Məmnun, Məmnun, Orta Məmnun, Az Məmnun, Çox az Məmnun
Müstəqillik	Məmnun, Orta Məmnun, Az Məmnun
Müxtəliflik	Çox məmnun, Məmnun, Orta Məmnun, Az Məmnun, Çox az Məmnun
Sosial mövqe	Çox məmnun, Məmnun, Orta Məmnun, Az Məmnun
İnsan əlaqələrinə nəzarət	Çox Məmnun, Məmnun, Orta Məmnun, Çox az Məmnun
Texniki-nəzarət	Çox Məmnun, Məmnun, Orta Məmnun, Az Məmnun, Çox az Məmnun
Mənəvi dəyərlər	Çox Məmnun, Məmnun, Orta Məmnun
Təhlükəsizlik	Çox Məmnun, Məmnun, Orta Məmnun, Az Məmnun, Çox az Məmnun
Sosial xidmət	Çox Məmnun, Məmnun, Az Məmnun
Səlahiyyət	Çox Məmnun, Məmnun, Orta Məmnun
Qabiliyyət	Çox Məmnun, Məmnun, Orta Məmnun
Şirkət siyasətləri və təcrübələri	Məmnun, Orta Məmnun, Az Məmnun, Çox az Məmnun
Kompensasiya	Çox Məmnun, Məmnun, Orta Məmnun, Az Məmnun, Çox az Məmnun
İnkişaf	Çox Məmnun, Məmnun, Orta Məmnun, Az Məmnun, Çox az Məmnun
Məsuliyyət	Çox Məmnun, Məmnun, Orta Məmnun, Az Məmnun
Yaradıcılıq	Çox Məmnun, Məmnun
İş şərtləri	Məmnun, Orta Məmnun, Az Məmnun
Birgə iş	Çox Məmnun, Məmnun, Orta Məmnun
Tanıma	Çox Məmnun, Məmnun, Az Məmnun, Çox az Məmnun
Nailiyyət	Çox Məmnun, Məmnun, Orta Məmnun

Z-qaydalar aşağıdakı kimi olar:

1-ci qayda

ƏGƏR X_1 (ÇM,Y) , X_2 (ÇM,Y), X_3 (OM,Y), X_4 (ÇAM,O), X_5 (OM,Y), X_6 (OM,Y), X_7 (ÇM,Y), X_8 (M,Y), X_9 (ÇM,Y), X_{10} (OM,Y), X_{11} (ÇM,Y), X_{12} (M,Y), X_{13} (ÇM,Y), X_{14} (ÇM,Y), X_{15} (ÇM,Y), X_{16} (ÇM,Y), X_{17} (ÇM,Y), X_{18} (OM,Y), X_{19} (M,Y), X_{20} (ÇM,Y) -sə ONDA Y (M,Y)-dir;

2-ci qayda

ƏGƏR X_1 (ÇM,Y) , X_2 (M,Y), X_3 (ÇM,Y), X_4 (ÇM,Y), X_5 (ÇM,Y), X_6 (M,Y), X_7 (OM,Y), X_8 (OM,Y), X_9 (ÇM,Y), X_{10} (M,Y), X_{11} (ÇM,Y), X_{12} (OM,Y), X_{13} (M,Y), X_{14} (ÇM,Y), X_{15} (ÇM,Y), X_{16} (ÇM,Y), X_{17} (M,Y), X_{18} (OM,Y), X_{19} (ÇM,Y), X_{20} (ÇM,Y) -sə ONDA Y (M,Y)-dir;

3-cü qayda

ƏGƏR X_1 (M,Y) , X_2 (M,Y), X_3 (M,Y), X_4 (M,Y), X_5 (OM,Y), X_6 (OM,Y), X_7 (OM,Y), X_8 (OM,Y), X_9 (M,Y), X_{10} (M,Y), X_{11} (M,Y), X_{12} (AM,O), X_{13} (AM,O), X_{14} (OM,Y), X_{15} (M,Y), X_{16} (M,Y), X_{17} (AM,O), X_{18} (M,Y), X_{19} (OM,Y), X_{20} (OM,Y) -sə ONDA Y (OM,Y)-dir;

4-cü qayda

ƏGƏR X_1 (AM,O) , X_2 (M,Y), X_3 (AM,O), X_4 (OM,Y), X_5 (ÇM,Y), X_6 (M,Y), X_7 (M,Y), X_8 (M,Y), X_9 (M,Y), X_{10} (M,Y), X_{11} (ÇM,Y), X_{12} (M,Y), X_{13} (AM,O), X_{14} (M,Y), X_{15} (M,Y), X_{16} (OM,O), X_{17} (M,Y), X_{18} (M,Y), X_{19} (M,Y), X_{20} (ÇM,Y) -sə ONDA Y (OM,Y)-dir;

5-ci qayda

ƏGƏR X_1 (M,Y) , X_2 (OM,Y), X_3 (AM,O), X_4 (M,Y), X_5 (M,Y), X_6 (M,Y), X_7 (AM,O), X_8 (AM,O), X_9 (M,Y), X_{10} (M,Y), X_{11} (M,Y), X_{12} (M,Y), X_{13} (AM,O), X_{14} (OM,Y), X_{15} (M,Y), X_{16} (M,Y), X_{17} (OM,Y), X_{18} (M,Y), X_{19} (M,Y), X_{20} (M,Y) -sə ONDA Y (M,Y)-dir;

6-cı qayda

ƏGƏR X_1 (OM,Y) , X_2 (M,Y), X_3 (M,Y), X_4 (OM,Y), X_5 (M,Y), X_6 (M,Y), X_7 (M,Y), X_8 (OM,O), X_9 (M,Y), X_{10} (OM,Y), X_{11} (M,Y), X_{12} (OM,Y), X_{13} (OM,Y), X_{14} (OM,Y), X_{15} (OM,Y), X_{16} (M,Y), X_{17} (OM,Y), X_{18} (OM,Y), X_{19} (M,Y), X_{20} (OM,Y) -sə ONDA Y (OM,Y)-dir;

7-cı qayda

ƏGƏR $X_1 (M,Y)$, $X_2 (M,Y)$, $X_3 (AM,O)$, $X_4 (M,Y)$, $X_5 (ÇAM,O)$, $X_6 (ÇAM,O)$, $X_7 (ÇAM,O)$, $X_8 (M,Y)$, $X_9 (OM,Y)$, $X_{10} (ÇAM,O)$, $X_{11} (AM,O)$, $X_{12} (AM,O)$, $X_{13} (OM,Y)$, $X_{14} (M,Y)$, $X_{15} (AM,O)$, $X_{16} (AM,O)$, $X_{17} (OM,Y)$, $X_{18} (M,Y)$, $X_{19} (ÇM,Y)$, $X_{20} (M,Y)$ -sə ONDA $Y (AM,O)$ -dır;

8-cı qayda

ƏGƏR $X_1 (M,Y)$, $X_2 (M,Y)$, $X_3 (M,Y)$, $X_4 (OM,Y)$, $X_5 (M,Y)$, $X_6 (M,Y)$, $X_7 (OM,Y)$, $X_8 (OM,Y)$, $X_9 (OM,Y)$, $X_{10} (OM,Y)$, $X_{11} (M,Y)$, $X_{12} (OM,Y)$, $X_{13} (AM,O)$, $X_{14} (OM,Y)$, $X_{15} (OM,Y)$, $X_{16} (M,Y)$, $X_{17} (AM,O)$, $X_{18} (M,Y)$, $X_{19} (OM,Y)$, $X_{20} (M,Y)$ -sə ONDA $Y (M,Y)$ -dır;

9-cu qayda

ƏGƏR $X_1 (M,Y)$, $X_2 (M,Y)$, $X_3 (M,Y)$, $X_4 (OM,Y)$, $X_5 (M,Y)$, $X_6 (M,Y)$, $X_7 (OM,Y)$, $X_8 (OM,Y)$, $X_9 (OM,Y)$, $X_{10} (OM,Y)$, $X_{11} (M,Y)$, $X_{12} (OM,Y)$, $X_{13} (AM,O)$, $X_{14} (AM,O)$, $X_{15} (OM,Y)$, $X_{16} (OM,Y)$, $X_{17} (OM,Y)$, $X_{18} (M,Y)$, $X_{19} (OM,Y)$, $X_{20} (OM,Y)$ -sə ONDA $Y (OM,Y)$ -dır;

10-cu qayda

ƏGƏR $X_1 (OM,Y)$, $X_2 (OM,Y)$, $X_3 (OM,Y)$, $X_4 (OM,Y)$, $X_5 (M,Y)$, $X_6 (M,Y)$, $X_7 (OM,Y)$, $X_8 (OM,Y)$, $X_9 (OM,Y)$, $X_{10} (OM,Y)$, $X_{11} (OM,Y)$, $X_{12} (AM,O)$, $X_{13} (OM,O)$, $X_{14} (OM,Y)$, $X_{15} (M,Y)$, $X_{16} (OM,Y)$, $X_{17} (AM,O)$, $X_{18} (M,Y)$, $X_{19} (OM,Y)$, $X_{20} (OM,Y)$ -sə ONDA $Y (OM,Y)$ -dır;

Cari girişlər aşağıdakı kimidir:

ƏGƏR $X_1 (M,Y)$, $X_2 (ÇAM,O)$, $X_3 (ÇM,Y)$, $X_4 (M,Y)$, $X_5 (ÇAM,O)$, $X_6 (AM,O)$, $X_7 (M,Y)$, $X_8 (ÇM,Y)$, $X_9 (ÇAM,O)$, $X_{10} (ÇM,Y)$, $X_{11} (AM,O)$, $X_{12} (ÇAM,O)$, $X_{13} (M,Y)$, $X_{14} (M,Y)$, $X_{15} (ÇM,Y)$, $X_{16} (M,Y)$, $X_{17} (ÇM,Y)$, $X_{18} (OM,Y)$, $X_{19} (ÇAM,O)$, $X_{20} (OM,Y)$ -sə

Bu girişlər üçün Z-qiymətli ümumi iş məmnunluğu indeksini hesablamaq lazımdır. Qarşıya qoyulan məsələ aşağıdakı kimi həll olunur.

Birinci addımda biz, X_j , dəyişənlərinin cari Z-qiymətləndirmə

vektoru Z_j , $j = 1, \dots, 20$ ilə müvafiq qaydanın Z -qiymətli Z_{ij} antesedenti arasındakı oxşarlıq əsasında i -ci qaydanın λ_i aktivləşmə dərəcəsini hesablayırıq:

$$\lambda_i = \min_{j=1, \dots, 20} S(Z_j, Z_{ij}).$$

Oxşarlıq ölçüsü kimi $S(Z_j, Z_{ij})$ funksiyasını Jaccard oxşarlıq ölçüsü vasitəsilə hesablamağı təklif edirik²⁶:

$$\begin{aligned} S(Z_j, Z_{ij}) &= \\ &= \frac{1}{2} \frac{\sum_{k=1}^K \mu_{A_j}(x_k) \cdot \mu_{A_{ij}}(x_k)}{\sum_{k=1}^K (\mu_{A_i}(x_k))^2 + \sum_{k=1}^K (\mu_{A_{ij}}(x_k))^2 - \sum_{k=1}^K \mu_{A_i}(x_k) \cdot \mu_{A_{ij}}(x_k)} \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\sum_{k=1}^K \mu_{B_j}(x_k) \cdot \mu_{B_{ij}}(x_k)}{\sum_{k=1}^K (\mu_{B_j}(x_k))^2 + \sum_{k=1}^K (\mu_{B_{ij}}(x_k))^2 - \sum_{k=1}^K \mu_{B_j}(x_k) \cdot \mu_{B_{ij}}(x_k)}. \end{aligned}$$

Məsələn, cari giriş ilə 3-cü qaydanın antesedenti arasında $S(Z_j, Z_{ij})$ qiyməti aşağıdakı kimi hesablanıb: $S(Z_2, Z_{32}) = S((\text{ÇAM}, O), (M, Y)) = 0.54$, $S(Z_8, Z_{38}) = S((\text{ÇM}, Y), (OM, Y)) = 0.5$. $S(Z_j, Z_{3j})$ -nin verilmiş qiymətinə görə 3-cü qaydanın hesablanmış aktivləşmə dərəcəsi $\lambda_3 = 0.014$ olur.

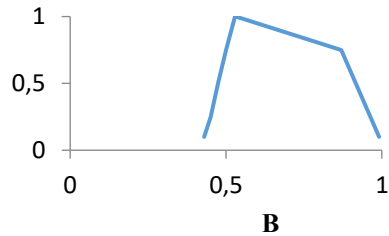
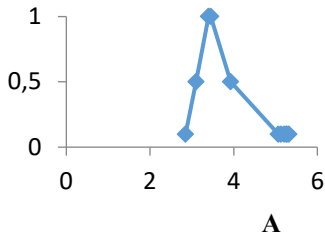
İkinci addımda, Y_i , $i = 1, \dots, 10$ konsekvətlərinə Z_{Y_i} Z -ədəd əsaslı qiymətlərini aqrəqasiya etməklə ümumi Z -ədədli iş məmnuniyyəti qiymətləndirilməsi Z_Y -ni aşağıdakı kimi hesablayırıq:

$$Z_Y = \sum_{i=1}^{10} \lambda_i Z_{Y_i} / \sum_{i=1}^{10} \lambda_i$$

Ümumi iş məmnunluğunun hesablanmış Z -ədədli qiyməti Şəkil 4-

²⁶ Aliev, R. A. Approximate Reasoning on a Basis of Z-number valued If-Then Rules / R. A. Aliev, W. Pedrycz, O.H. Huseynov [et al. // IEEE Transactions on Fuzzy Systems, - 2017. 25(6), - p. 1589–1600.

də verilmişdir.



Şəkil 4. Ümumi iş məmnunluğunun Z-ədədli qiyməti

Alınmış nəticələrə əsasən cari qaydanın çıxışı (Z_y) (Məmnun, Yüksək)-dir.

İstehsalın planlaşdırılmasında U-ədədli qərar qəbuletmə

Biznes mühitində tez-tez rast gəlinən mühüm məsələlərdən biri də düzgün qərar qəbuletmə prosesidir. Bu məsələni izah etmək üçün talvar istehsalı ilə məşğul olan bir firmanın vəziyyətini nəzərdən keçirək ²⁷. Firma həyətlərdə saxlanma üçün nəzərdə tutulmuş talvarların istehsalı ilə məşğuldur və rəhbərlik qarşısında əsas suallardan biri istehsalın genişləndirilməsinin nə dərəcədə məqsədəuyğun olduğudur.

İnşaat firmasının meneceri müxtəlif alternativ variantları dəyərləndirməklə optimal qərar verməyə çalışır. Onun nəzərdən keçirdiyi alternativlər aşağıdakılardır²⁸:

- a_1 - talvar istehsalı üçün böyük zavodun inşası;
- a_2 - talvar istehsalı üçün kiçik zavodun inşası;
- a_3 - mövcud vəziyyəti saxlamaq və heç bir dəyişiklik etməmək.

²⁷ Jabbarova, K.I. Decision making on planning construction of plants under u-number-valued information // Proceedings of the 10th World Conference on Intelligent Systems for Industrial Automation (WCIS-2018). Tashkent, Uzbekistan, - 2018, - p. 159-162.

²⁸ Cabbarova K.İ. U-informasiya şəraitində tikintinin planlaşdırılması məsələsinin həlli // - Sumqayıt: Sumqayıt Dövlət Universitetinin Elmi Xəbərləri, - 2024. №1, s.78-81.

Menecerin hansı qərarı seçəcəyi isə əsasən bazar şəraitindən asılıdır. Burada iki mümkün təbiət vəziyyəti fərqləndirilir:

S_1 - əlverişli bazar şəraiti;

S_2 - əlverişsiz bazar şəraiti.

Beləliklə, qərar qəbuletmə prosesi menecerin alternativlər arasından seçim etməsi ilə bağlıdır.

Təbiət vəziyyətinin alternativləri və ehtimalları U-ədədlərlə təsvir olunur:

Alternativlər	Təbiət vəziyyətləri	
	Əlverişli bazar, s_1 $P(s_1)=(\zeta O, A)$	Əlverişsiz bazar, s_2 $P(s_2)=(\zeta OO, A)$
a_1	($\zeta Y, T$)	($\zeta A, A$)
a_2	(Y, T)	(O, A)
a_3	0	0

Əsas məsələ ondan ibarətdir ki, alternativlər üçün müəyyən olunmuş U-ədəd qiymətli qiymətləndirmə funksiyasının (GF) nəticələri əsasında onların müqayisəsi aparılsın və bu müqayisənin nəticəsində ən əlverişli göstəricilərə malik olan ən üstün alternativ seçilsin.

$$GF(a^*) = \max_{i=1, \dots, 4} GF(a_i) \text{ malik } a^* \text{ tapmaq.}$$

Məsələnin həlli

Alternativlərin və ehtimalların linqvistik termlərinin codebook-u aşağıda verilib:

U-ədəd-qiymətli alternativlərin A hissəsi üçün linqvistik termlər (*Linqvistik qiymət -Qeyri-səlis qiymətlər*):

Çox aşağı (ÇA)	(-267, -233, -167, -133)
Aşağı (A)	(-167, -133, -67, -33)
Orta (O)	(-67, -33, 33, 67)
Yüksək (Y)	(33, 67, 133, 167)
Çox yüksək (ÇY)	(133, 167, 233, 267)

Ehtimalların A hissəsinin U-ədədli linqvistik termləri:

Oxşar olmayan (OO)	(0.15,0.15,0.15,0.25)
Çox oxşar olmayan (ÇOO)	(0.15,0.25,0.35,0.45)
Oxşar (O)	(0.35,0.45,0.55,0.65)
Çox oxşar (ÇO)	(0.55,0.65,0.75,0.85)
Hədsiz oxşar (HO)	(0.75,0.85,1,,1)

U-ədəd-qiyəmtli alternativlərin və ehtimalların B hissəsi üçün linqvistik termlərin codebook-u (*Linqvistik qiymət -Qeyri-səlis qiymətlər*):

Nadir hallarda (N)	(0, 0, 0.1, 0.5)
Hərdənbir (H)	(0, 0, 0.3, 0.9)
Tez-tez (T)	(0.1, 0.4, 0.6, 0.9)
Adətən (A)	(0.1, 0.7, 1, 1)

Baxılan məsələnin analizində və qərar qəbuletmə prosesində gözlənilən faydalılıq (GF) modelindən istifadə ediləcək:

$$GF(a_i) = x_{i1}p(s_1) + x_{i2}p(s_2),$$

burada $x_{i1} = a_i(s_1)$, $x_{i2} = a_i(s_2)$, $i = 1,2$, alternativlərin təbiət vəziyyətlərindəki U-ədədli nəticələridir, $p(s_1)$, $p(s_2)$ ehtimalların U-ədədli qiymətləridir.

Alternativlərin hesablanmış GF qiymətləri aşağıdakı kimidir:

(1) a_1 alternativinə uyğun GF-in U-ədədli qiyməti:

$$\begin{aligned} GF(a_1) &= (\text{ÇY}, T) (\text{ÇO}, A) + (\text{ÇO}, A) (\text{ÇOO}, A) = \\ &= ((133, 167, 233, 267)(0.1, 0.4, 0.6, 0.9)) + \\ & \quad ((0.55, 0.65, 0.75, 0.85)(0.1, 0.7, 1, 1)) + \\ & \quad ((-267, -233, -167, -133)(0.1, 0.7, 1, 1)) + \\ & \quad ((0.15, 0.25, 0.35, 0.45)(0.1, 0.7, 1, 1)) = \\ & = (-47, 27, 133, 207)(0.0004, 0.995, 0.995, 0.995); \end{aligned}$$

a_2 alternativini üçün GF-in U-ədədli qiyməti:

$$\begin{aligned} GF(a_2) &= (Y, T) (\text{ÇO}, A) + (O, A) (\text{ÇOO}, A) = \\ & = ((33, 67, 133, 167)(0.1, 0.4, 0.6, 0.9)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& ((0.55,0.65,0.75,0.85)(0.1,0.7,1,1))+ \\
& +((-67,-33,33,67)(0.1,0.7,1,1) \\
& ((0.15,0.25,0.35,0.45)(0.1,0.7,1,1))= \\
& =((-12,32,111,172.1)(0.0003,0.994,0.994,0.994));
\end{aligned}$$

(2) Şübhəsiz ki, a_3 alternativini GF-ın U-ədədli qiyməti aşağıdakı kimi olacaq:

$$GF(a_3)=((0,0,0,0),(1,1,1,1)).$$

Bu, heç bir mənfəət və heç bir zərərin əldə olunmamasını nəzərdə tutur.

GF nəticələrinin müqayisəsi QSPO prinsipinə əsasən aparılır (Tərif 3) və nəticələr aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned}
do(a_1) &= 0.016, do(a_2) = 1, \\
do(a_1) &= 1, do(a_3) = 0, \\
do(a_2) &= 1, do(a_3) = 0.
\end{aligned}$$

Müqayisənin nəticələri a_2 -nin ən yaxşı alternativ olduğunu göstərir.

U-informasiyaya əsaslanan biznes qərarlarının qəbul edilməsinə gözlənilən faydalılığın tətbiqi

Bir istehsal müəssisəsinin fəaliyyətində qarşıya çıxan əsas məsələlərdən biri də düzgün biznes qərarlarının qəbul edilməsidir. Gəlin, bir illik dövr ərzində müəssisənin qərar qəbuletmə prosesini nəzərdən keçirək. Fərz edək ki, mövcud istehsal gücü bazardakı cari tələbatı ödəməkdə aciz qalır və bu səbəbdən istehsal templəri mövcud tələbdən xeyli aşağıdır. Bu vəziyyət rəhbərliyi istehsal güclərinin artırılması istiqamətində müxtəlif alternativləri qiymətləndirməyə məcbur edir²⁹³⁰.

²⁹ Jabbarova K.I. Application of expected utility to business decision making under U-number valued information // Advances in Intelligent Systems and Computing, - 2018. 896, - p. 716-723.

³⁰ Cabbarova K.İ., Hüseynov, O.H. U-ədədlər nəzəriyyəsinin biznes qərar qəbuletmə məsələsinə tətbiqi.// - Sumqayıt: Sumqayıt Dövlət Universitetinin Elmi Xəbərləri, - 2024. №3, s.75-78.

Müəssisə rəhbərliyi aşağıdakı mümkün qərar variantlarını nəzərdən keçirir:

Alternativ 1–istehsal gücünün nisbətən aşağı səviyyədə artırılması;
Alternativ 2–yeni zavodun quraşdırılması hesabına istehsal güclərinin orta səviyyədə artırılması;

Alternativ 3–yeni məhsul xəttinin yaradılması və əlavə texnologiyaların tətbiqi vasitəsilə istehsal güclərinin yüksək səviyyədə artırılması;

Alternativ 4–mövcud vəziyyəti qoruyub saxlamaq, yəni heç bir əlavə tədbir görməmək.

Eyni zamanda, müəssisənin əldə edəcəyi nəticələr bazar şəraitindən – başqa sözlə, “təbiətin vəziyyətlərindən” – asılıdır. Burada dörd mümkün ssenari fərqləndirilir:

- S_1 – aşağı tələb;
- S_2 – orta tələb;
- S_3 – yüksək tələb;
- S_4 – çox yüksək tələb.

Gələcək tələbatın səviyyəsi əvvəlcədən dəqiq məlum olmadığından, müəssisənin qarşısında duran əsas çətinliklərdən biri qeyri-müəyyənlik şəraitində düzgün qərar qəbul etməkdir. Gələcək tələbatın qeyri-müəyyənliyi səbəbindən alternativlərin mümkün mənfəəti barədə məlumatlar qeyri-dəqiqlik və qismən etibarlılıq ilə xarakterizə olunur. Bu səbəbdən, qərar qəbuletmə məsələsi U-ədədli həllər matrisinin qurulması ilə ifadə edilir:

	S_1	S_2	S_3	S_4
a_1	(O,A)	(YuO,A)	(YO,A)	(HO,H)
a_2	(A,A)	(O,T)	(HO,T)	(ÇY,T)
a_3	(HA,H)	(AO,A)	(YuO,A)	(HY,A)
a_4	(O,A)	(O,A)	(O,A)	(O,A)

Burada əsas məqsəd hər bir $U(a_i)$ alternativini üçün U-ədəd qiymətli gözlənilən faydalılıqları (GF) hesablamaq və maksimum U-qiymətinə malik alternativini optimal seçim kimi müəyyənləşdirməkdir:

Elə a^* tapmalı ki, $do(GF(a^*)) = \max_{i=1, \dots, 4} do(GF(a_i))$ olsun.

Məsələnin həlli

İstifadə olunan U-ədədlərin linqvistik termlərinin codebook-u aşağıdakı kimidir (*Linqvistik qiymət – Qeyri-səlis qiymət*):

U-ədədin A hissəsi üçün linqvistik termlər

Hədsiz aşağı (HA)	(-92,-83,-67,-58)
Çox aşağı (ÇA)	(-67,-58,-42,-33)
Aşağı (A)	(-42,-33,-17,-8)
Zəif Orta (ZO)	(-17,-8,8,17)
Aşağı Orta (AO)	(8,17,33,42)
Orta (O)	(33,42,58,67)
Yuxarı Orta (YuO)	(58,67,83,92)
Yüksək Orta (YüO)	(83,92,108,117)
Hədsiz Orta (OO)	(108,117,133,142)
Yüksək (Y)	(133,142,158,167)
Çox Yüksək (ÇY)	(158,167,183,192)
Hədsiz Yüksək (HY)	(183,192,200)

U-ədədin B hissəsi üçün linqvistik termlər

Nadir hallarda (N)	(0,0,0.1,0.5)
Hərdənbir (H)	(0,0,0.3,0.9)
Tez-tez (T)	(0.1,0.4,0.6,0.9)
Adətən (A)	(0.1,0.7,1,1)

Təbiət vəziyyətlərinin ehtimalları haqqında məlumat da qeyri-dəqiqlik və qismən düzgünlük ilə xarakterizə olunur. Bununla belə, aparılan hesablamaların sadələşdirilməsi məqsədilə bu mərhələdə təbiət vəziyyətlərinin U-ədədli ehtimallarını nəzərdən keçirməyəcəyik. İrəlidə aparılan təhlildə həm ədədi, həm də qeyri-səlis ehtimal hallarına baxılacaqdır.

I hal. Bu halda, ehtimalları $P(S_1)=0.3$, $P(S_2)=0.25$, $P(S_3)=0.35$, $P(S_4)=0.1$ kimi götürək. Bu ehtimallar əsasında alternativlərin U-

qiymətləri ilə gözlənilən faydalılıqları (GF) hesablanır. Hər bir alternativ üçün müvafiq dəyərlər istifadə edilərək GF nəticələri əldə edilir:

$$\begin{aligned} GF(a_1) &= P(S_1) \cdot (O,A) + P(S_2) \cdot (YuO,A) + P(S_3) \cdot (YO,A) + P(S_4) \cdot (HO,H) = \\ &= 0.3 \cdot ((33,42,58,67)(0.1,0.7,1,1)) + 0.25 \cdot \\ &\cdot (58,67,83,92) (58,67,83,92) + 0.35 \cdot ((83,92,108,117) (0.1,0.7,1,1)) + \\ &+ 0.1 \cdot ((108,117,133,142)(0,0,0.3,0.9)) = \\ &= ((62.4,69.6,82.9,90.1)(0,0.0007,0.299,0.897)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} GF(a_2) &= P(S_1) \cdot (A,A) + P(S_2) \cdot (O,T) + P(S_3) \cdot (HO,T) + P(S_4) \cdot (ÇY,T) = \\ &= 0.3 \cdot ((-42,-33,-17,-8) (0.1,0.7,1,1)) + 0.35 \cdot \\ &\cdot ((33,42,58,67) (0.1,0.4,0.6,0.9)) + 0.35 \cdot \\ &\cdot ((108,117,133,142) (0.1,0.4,0.6,0.9)) + 0.1 \cdot \\ &\cdot ((158,167,183,192)(0.1,0.4,0.6,0.9)) = \\ &= ((48.95,57.55,72.95,81.55)(0.0004,0.089,0.286,0.74)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} GF(a_3) &= P(S_1) \cdot (HA,H) + P(S_2) \cdot (AO,A) + P(S_3) \cdot (YuO,A) + P(S_4) \cdot \\ &\cdot (HY,A) = 0.3 \cdot ((-92,-83,-67,-58)(0,0,0.3,0.9)) + 0.25 \cdot \\ &\cdot ((8,17,33,42) (0.1,0.7,1,1)) + 0.35 \cdot ((58,67,83,92) (0.1,0.7,1,1)) + \\ &+ 0.1 \cdot ((183,192,200) (0.1,0.7,1,1)) = \\ &= ((12.25,20.25,33.95,41.05)(0.0002,0.226,0.599,0.897)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} GF(a_4) &= P(S_1) \cdot (O,A) + P(S_2) \cdot (O,A) + P(S_3) \cdot (O,A) + P(S_4) \cdot (O,A) = \\ &= 0.3 \cdot ((33,42,58,67) (0.1,0.7,1,1)) + 0.25 \cdot \\ &\cdot ((33,42,58,67)(0.1,0.7,1,1)) + 0.35 \cdot ((33,42,58,67)(0.1,0.7,1,1)) + 0.1 \cdot \\ &\cdot ((33,42,58,67)(0.1,0.7,1,1)) = \\ &= ((33,42,58,67)(0.0004,0.994,0.994,0.994)). \end{aligned}$$

Sonra ən optimal alternativini müəyyən etmək məqsədilə U-ədədləri Qeyri-səlis Pareto Optimallıq prinsipi (FRO) əsasında müqayisə edəcəyik (Tərif 3). Nəticələr aşağıda göstərilmişdir:

$$\begin{aligned} do(GF(a_1)) &= 1, do(GF(a_2)) = 0.59, do(GF(a_4)) = 1, \\ do(GF(a_3)) &= 0, \\ do(GF(a_1)) &= 1, do(GF(a_3)) = 0.49, do(GF(a_4)) = 1, \\ do(GF(a_2)) &= 0.67, \end{aligned}$$

$$do(GF(a_1)) = 0.9, do(GF(a_4)) = 1, do(GF(a_2)) = 1, \\ do(GF(a_3)) = 0.5.$$

Gördüyünüz kimi a_4 ən yaxşı alternativdir .

II hal. İndi ehtimalları qeyri-səlis götürək. Məlumdur ki, qeyri-səlis ehtimallar yalnız təbiətin n-1 vəziyyətinə verilə bilər, qalanı isə hesablanmalıdır³¹.

Tutaq ki, $P(S_1)=(0.285,0.3,0.315)$, $P(S_2)=(0.2375,0.25,0.2625)$, $P(S_3)=(0.3325,0.35,0.3675)$ və $P(S_4)$ naməlumdur. $P(S_4)=(0.055,0.1,0.145)$ tapırıq. Sonra, alternativlərin U-qiymətli Gözlənilən Faydalılıqları (GF) tapılır:

$$\begin{aligned} GF(a_1) &= P(S_1) \cdot (O,A) + P(S_2) \cdot (YuO,A) + P(S_3) \cdot (YO,A) + P(S_4) \cdot (HO,H) = \\ &= (0.285,0.3,0.315) \cdot ((33,42,58,67)(0.1,0.7,1,1)) + (0.2375,0.25,0.2625) \cdot \\ &\cdot ((83,92,108,117)(0.1,0.7,1,1)) + (0.3325,0.35,0.3675) \cdot \\ &((83,92,108,117)(0.1,0.7,1,1)) + (0.055,0.1,0.145) \cdot \\ &\cdot ((108,117,133,142)(0,0,0.3,0.9)) = \\ &= ((55.28,69.6,82.9,99.4)(0,0.0008,0.299,0.895)); \\ GF(a_2) &= P(S_1) \cdot (A,A) + P(S_2) \cdot (O,T) + P(S_3) \cdot (HO,T) + P(S_4) \cdot (ÇY,T) = \\ &= (0.285,0.3,0.315) \cdot ((-42,-33,-17,-8)(0.1,0.7,1,1)) + \\ &+ (0.2375,0.25,0.2625) \cdot ((33,42,58,67)(0.1,0.4,0.6,0.9)) + \\ &+ (0.3325,0.35,0.3675) \cdot ((108,117,133,142)(0.1,0.4,0.6,0.9)) + \\ &+ (0.055,0.1,0.145) \cdot ((158,167,183,192)(0.1,0.4,0.6,0.9)) = \\ &= ((40.3,57.55,72.95,92.63)(0.0004,0.089,0.286,0.59)); \\ GF(a_3) &= P(S_1) \cdot (HA,H) + P(S_2) \cdot (AO,A) + P(S_3) \cdot (YuO,A) + P(S_4) \cdot (HY,A) = \\ &= (0.285,0.3,0.315) \cdot ((-92,-83,-67,-58)(0,0,0.3,0.9)) + \\ &+ (0.2375,0.25,0.2625) \cdot ((8,17,33,42)(0.1,0.7,1,1)) + \\ &+ (0.3325,0.35,0.3675) \cdot ((83,92,108,117)(0.1,0.7,1,1)) + \\ &+ (0.055,0.1,0.145) \cdot ((183,192,200)(0.1,0.7,1,1)) = \\ &= ((4.32,20.25,33.95,51.1)(0.0001,0.0002,0.299,0.89)); \\ GF(a_4) &= P(S_1) \cdot (O,A) + P(S_2) \cdot (O,A) + P(S_3) \cdot (O,A) + P(S_4) \cdot (O,A) = \end{aligned}$$

³¹ Zadeh, L.A., Generalized theory of uncertainty (GTU) – principal concepts and ideas // Computational Statistics & Data Analysis, - 2006, 51, - p. 15-46.

$$\begin{aligned}
&=(0.285,0.3,0.315) ((33,42,58,67)(0.1,0.7,1,1))+ (0.2375,0.25,0.2625) \\
&((33,42,58,67) (0.1,0.7,1,1))+ (0.3325,0.35,0.3675) \\
&((33,42,58,67) (0.1,0.7,1,1))+ (0.055,0.1,0.145) \\
&((33,42,58,67) (0.1,0.7,1,1))= \\
&=((30.03,42,58,73)(0.0004,0.32,0.99,0.99)).
\end{aligned}$$

Alınan faydalılıq qiymətlərinə görə alternativlərin müqayisəsinin nəticələri aşağıdakı kimi olacaq (Tərif 3):

$$\begin{aligned}
do(GF(a_1)) &= 1, do(GF(a_2)) = 0.6, \\
do(GF(a_4)) &= 1, do(GF(a_3)) = 0, \\
do(GF(a_1)) &= 1, do(GF(a_3)) = 0, \\
do(GF(a_4)) &= 1, do(GF(a_2)) = 0.6, \\
do(GF(a_1)) &= 0.9, do(GF(a_4)) = 1, \\
do(GF(a_2)) &= 1, do(GF(a_3)) = 0.
\end{aligned}$$

2-ci halda alınan qərarın həssaslığını, aşağıdakı həllər cədvəlində göstərilən alternativlərin nəticələrinin təbiiq olunması baxımından təhlil edək. Adətənliyin (usuality) səviyyəsi aşağı olan hallarda nə baş verdiyini təhlil etmək üçün iki təcrübə aparılır.

1) Nəticələrin faydalılığı səviyyəsi "adətən" ilə "hərdənbir" azalır.

Nəticələrin adətənliyin (usuality) aşağı səviyyəsi üçün həllər cədvəli aşağıdakı kimidir:

	S₁	S₂	S₃	S₄
a₁	(O,H)	(YuO,H)	(YO,H)	(HO,H)
a₂	(A,H)	(O,T)	(HO,T)	(ÇY,T)
a₃	(HA,H)	(AO,T)	(YuO,H)	(HY,H)
a₄	(O,H)	(O,T)	(O,H)	(O,H)

GF-ın hesablanmış qiymətləri aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned}
GF(a_1) &= P(S_1) \cdot (O,H) + P(S_2) \cdot (YuO,H) + P(S_3) \cdot (YO,H) + P(S_4) \\
&\cdot (HO,H) = (0.285,0.3,0.315) \cdot ((33,42,58,67)(0,0,0.3,0.9)) + \\
&+ (0.2375,0.25,0.2625) \cdot ((58,67,83,92) (0,0,0.3,0.9)) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+(0.3325,0.35,0.3675)\cdot((58,67,83,92)(0,0,0.3,0.9))+ \\
&+(0.055,0.1,0.145)\cdot(108,117,133,142)(0,0,0.3,0.9)= \\
&=((55.28,69.6,82.9,99.4)(0,0,0.02,0.7)); \\
GF(a_2)=&P(S_1)(A,H)+P(S_2)\cdot(O,T)+P(S_3)\cdot(HO,T)+P(S_4)\cdot(\text{ÇY},T)= \\
&=(0.285,0.3,0.315)((-42,-33,-17,-8)(0,0,0.3,0.9))+ \\
&+(0.2375,0.25,0.2625)((33,42,58,67)(0.1,0.4,0.6,0.9))+ \\
&+(0.3325,0.35,0.3675)((83,92,108,117)(0.1,0.4,0.6,0.9))+ \\
&+(0.055,0.1,0.145)((158,167,183,192)(0.1,0.4,0.6,0.9))= \\
&=((40.3,57.55,72.95,92.63)(0.0002,0.001,0.115,0.678)); \\
GF(a_3)=&P(S_1)(HA,H)+P(S_2)(AO,H)+P(S_3)(YuO,H)+P(S_4)(HY,H)= \\
&=(0.285,0.3,0.315)((-92,-83,-67,-58)(0,0,0.3,0.9))+ \\
&+(0.2375,0.25,0.2625)((8,17,33,42)(0,0,0.3,0.9))+ \\
&+(0.3325,0.35,0.3675)\cdot((58,67,83,92)(0,0,0.3,0.9))+ \\
&+(0.055,0.1,0.145)\cdot((183,192,200)(0,0,0.3,0.9))= \\
&=((4.32,20.25,33.95,51.1)(0,0,0.02,0.68)); \\
GF(a_4)=&P(S_1)(O,H)+P(S_2)(O,H)+P(S_3)(O,H)+P(S_4)(O,H)= \\
&=(0.285,0.3,0.315)((33,42,58,67)(0,0,0.3,0.9))+ \\
&+(0.2375,0.25,0.2625)((33,42,58,67)(0,0,0.3,0.9))+ \\
&+(0.3325,0.35,0.3675)((33,42,58,67)(0,0,0.3,0.9))+ \\
&+(0.055,0.1,0.145)(33,42,58,67)(0,0,0.3,0.9))= \\
&=((30.03,42,58,73)(0,0,0.02,0.68)).
\end{aligned}$$

Alternativlərin GF qiymətlərinə görə müqayisənin nəticələri aşağıdakı göstərildiyi kimidir:

$$\begin{aligned}
do(GF(a_1)) &= 0.5, do(GF(a_2)) = 1, \\
do(GF(a_4)) &= 1, do(GF(a_3)) = 0, \\
do(GF(a_1)) &= 1, do(GF(a_3)) = 0, \\
do(GF(a_4)) &= 0, do(GF(a_2)) = 1, \\
do(GF(a_1)) &= 1, do(GF(a_4)) = 0, \\
do(GF(a_2)) &= 1, do(GF(a_3)) = 0,
\end{aligned}$$

Göründüyü kimi, nəticələr adətənliyin (usuality) səviyyəsinin dəyişikliyinə həssasdır, belə ki, a_4 əvəzinə a_2 ən yaxşı alternativ olur.

Səbəb ondan ibarətdir ki, bu alternativ nəticələrin etibarlılığının nisbətən yüksək səviyyəsi ilə xarakterizə olunur.

2) Nəticələrin adətənliyin (usuality) səviyyəsi “tez-tez”-dən “hərdənbir”-ə azalır. Gözlənilən faydalılığın hesablanmış qiymətləri aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned} GF(a_1) &= P(S_1) (O,A) + P(S_2) (YO,A) + P(S_3) (YuO,A) + P(S_4) (YuO,H) = \\ &= (0.285, 0.3, 0.315) ((33,42,58,67)(0.1,0.7,1,1)) + (0.2375, 0.25, 0.2625) \\ &((58,67,83,92) (0.1,0.7,1,1)) + (0.3325, 0.35, 0.3675) \\ &((83,92,108,117) (0.1,0.7,1,1)) + (0.055, 0.1, 0.145) \\ &((83,92,108,117) (0,0,0.3,0.9)) = \\ &= (55.28, 69.6, 82.9, 99.4)(0,0.0008, 0.299, 0.895)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} GF(a_2) &= P(S_1) (A,A) + P(S_2) (O,T) + P(S_3) (OO,H) + P(S_4) (ÇY,H) = \\ &= (0.285, 0.3, 0.315) ((-42,-33,-17,-8)(0.1,0.7,1,1)) + \\ &+ (0.2375, 0.25, 0.2625) ((33,42,58,67)(0.1,0.4,0.6,0.9)) + \\ &+ ((0.3325, 0.35, 0.3675) ((108,117,133,142) (0,0,0.3,0.9)) + \\ &+ (0.055, 0.1, 0.145) ((158,167,183,192) (0,0,0.3,0.9)) = \\ &= ((40.3, 57.55, 72.95, 92.63)(0,0,0.05, 0.74)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} GF(a_3) &= P(S_1) (OA,H) + P(S_2) (AO,A) + P(S_3) (YO,A) + P(S_4) (OY,A) = \\ &= (0.285, 0.3, 0.315) ((-92,-83,-67,-58)(0,0,0.3,0.9)) + \\ &+ (0.2375, 0.25, 0.2625) \cdot ((8,17,33,42) (0.1,0.7,1,1)) + \\ &(0.3325, 0.35, 0.3675) \cdot ((58,67,83,92) (0.1,0.7,1,1)) + \\ &+ (0.055, 0.1, 0.145) \cdot ((183,192,200) (0.1,0.7,1,1)) = \\ &= ((4.32, 20.25, 33.95, 51.1)(0.0001, 0.0002, 0.299, 0.89)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} GF(a_4) &= P(S_1) \cdot (O,A) + P(S_2) \cdot (O,A) + P(S_3) \cdot (O,A) + P(S_4) \cdot (O,A) = \\ &= (0.285, 0.3, 0.315) ((33,42,58,67) (0.1,0.7,1,1)) + \\ &+ (0.2375, 0.25, 0.2625) ((33,42,58,67) (0.1,0.7,1,1)) + \\ &+ (0.3325, 0.35, 0.3675) \cdot ((33,42,58,67) (0.1,0.7,1,1)) + \\ &+ ((0.3325, 0.35, 0.3675) ((33,42,58,67) (0.1,0.7,1,1)) = \\ &= ((30.03, 42, 58, 73)(0.0004, 0.32, 0.99, 0.99)). \end{aligned}$$

Alınan qiymətlərə görə alternativlərin müqayisəsinin nəticələri aşağıda verilib (Tərif 3):

$$\begin{aligned} do(GF(a_1)) &= 1, do(GF(a_2)) = 0, \\ do(GF(a_4)) &= 1, do(GF(a_3)) = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
do(GF(a_1)) &= 1, do(GF(a_3)) = 0, \\
do(GF(a_4)) &= 1, do(GF(a_2)) = 0.4, \\
do(GF(a_1)) &= 0.9, do(GF(a_4)) = 1, \\
do(GF(a_2)) &= 1, do(GF(a_3)) = 0.5,
\end{aligned}$$

Göründüyü kimi, a_4 -ən yaxşı alternativ olaraq qalır. Lakin optimallıq onun nəticələrinin faydalılığı səviyyəsinin azalması səbəbindən azalır.

Belə nəticə çıxarmaq olar ki, baxılan həll nəticələrin faydalılığı səviyyələrinin dəyişməsinə həssasdır. Qərar qəbul edən ilk seçilmiş alternativin etibarlılığı azaldıqda nəticələrin daha yüksək etibarlılığı ilə alternativ seçərdi.

U-informasiyaya əsaslanan layihə seçimi məsələsinin həlli

İndi isə U-informasiyaya əsaslanan layihə seçimi məsələsini nəzərdən keçirək.

Burada, P1, P2, P3 layihələri maya dəyəri (C1), keyfiyyət (C2), podratçı texnologiyası (C3) və podratçının iqtisadi vəziyyəti (C4) ilə qiymətləndirilir^{32,33}. Meyarların qiymətləri və vaciblik çəkili $U = (A, B)$ U-ədədlərlə xarakterizə olunur:

Alternativlərin U-ədəd qiymətli meyarlar üzrə qiymətləri:

	C_1	C_2
f_1	(0.55,0.61,0.67)(0.5,0.7,0.9)	(0.44,0.48,0.53)(0.3,0.5,0.7)
f_2	(0.39,0.43,0.48)(0.5,0.7,0.9)	(0.53,0.59,0.65)(0.3,0.5,0.7)
f_3	(0.6,0.66,0.73)(0.5,0.7,0.9)	(0.58,0.65,0.71)(0.3,0.5,0.7)
	C_3	C_4
f_1	(0.52,0.57,0.63)(0.5,0.7,0.9)	(0.50,0.56,0.61)(0.5,0.7,0.9)
f_2	(0.44,0.49,0.54)(0.5,0.7,0.9)	(0.46,0.51,0.56)(0.5,0.7,0.9)
f_3	(0.6,0.66,0.72)(0.5,0.7,0.9)	(0.59,0.65,0.72)(0.5,0.7,0.9)

³²Rouyendegh, B.D., Erol, S. Selecting the Best Project Using the Fuzzy ELECTRE Method // Mathematical Problems in Engineering, - 2012. Article ID 790142, -12 p.

³³ Jabbarova, K.I. Project selection under U-number-valued information // Lecture Notes in Networks and Systems, -2022, 362, - p. 286-293.

Meyarların vaciblik çəkiləri:

w_1	(0.16,0.25,0.38)(0.5,0.7,0.9)
w_2	(0.16,0.24,0.36)(0.5,0.7,0.9)
w_3	(0.15,0.23,0.35)(0.5,0.7,0.9)
w_4	(0.18,0.28,0.42)(0.5,0.7,0.9)

Bu məsələni U-ədəd qiymətli informasiyaya əsaslanan PROMETHEE üsulunun algoritmi vasitəsilə həll edək³⁴.

1) Hər bir meyarın vaciblik çəkiləri meyarın qiymətinə vurulması əsasında çəkili normallaşdırılmış qərar matrisi qurulur:

	C_1	C_2
f_1	((0.09,0.15,0.25)(0.3,0.52,0.82))	((0.07,0.12,0.19)(0.19,0.39,0.64))
f_2	((0.06,0.11,0.18)(0.3,0.53,0.82))	((0.08,0.14,0.23)(0.19,0.39,0.64))
f_3	((0.1,0.17,0.23)(0.3,0.53,0.82))	((0.09,0.16,0.26)(0.19,0.39,0.64))
	C_3	C_4
f_1	((0.08,0.13,0.22)(0.3,0.53,0.82))	((0.09,0.16,0.26)(0.3,0.53,0.82))
f_2	((0.07,0.11,0.19)(0.3,0.53,0.82))	((0.08,0.14,0.24)(0.3,0.53,0.82))
f_3	((0.09,0.15,0.25)(0.3,0.53,0.82))	((0.11,0.18,0.3)(0.3,0.53,0.82))

2) Hər bir meyar üzrə iki alternativ g və f-i müqayisə etmək üçün məsafə qiymətləri

$$D(U_{g_j}(A, B), ((0.9,1,1)(0.9,1,1))), (U_{f_j}(A, B), ((0.9,1,1)(0.9,1,1))),$$

$D(U_{g_j}(A, B), U_{f_j}(A, B))$ hesablanır.

Burada $((0.9,1,1)(0.9,1,1))$ - ideal həldir.

Əgər $D(U_{g_j}(A, B), ((0.9,1,1)(0.9,1,1))) \leq$

$D(U_{f_j}(A, B), ((0.9,1,1)(0.9,1,1)))$ olarsa

$U_{g_j}(A, B) \geq U_{f_j}(A, B)$ olar.

³⁴Jabbarova, K. I., Jabbarova, A. I. Z-information Based PROMETHEE Method // Advances in Intelligent Systems and Computing, -2021. 1323, - p. 287-293.

Onda üstünlük funksiyası aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$P(U_{gj}(A, B), Z_{fj}(A, B)) = \begin{cases} 0, U_{gj}(A, B) \leq U_{fj}(A, B) \\ D(U_{gj}(A, B), U_{fj}(A, B)), U_{gj}(A, B) > U_{fj}(A, B). \end{cases} \quad (21)$$

Alınan nəticələr aşağıda verilmişdir.

	C_1	C_2	C_3	C_4
$P(1,2)$	0.08	0	0.03	0.03
$P(1,3)$	0	0	0	0
$P(2,1)$	0	0.04	0	0
$P(2,3)$	0	0	0	0
$P(3,1)$	0.03	0.07	0.03	0.04

3) Üstünlük münasibətinin qiymətini hesablamaq üçün U-ədəd qiymətli üstünlük indeksi hesablanır ($j = 1, 2, \dots, n$):

$$\pi(g, f) = \sum_{j=1}^n [w_j P_j(g, f)]. \quad (22)$$

Alınan nəticələr aşağıdakı kimi olacaq:

	f_1	f_2	f_3
f_1	-	(0.023, 0.035, 0.054) (0.22, 0.43, 0.76)	-
f_2	(0.006, 0.01, 0.014), (0.5, 0.7, 0.9)	-	-
f_3	(0.0282, 0.043, 0.0634), (0.15, 0.35, 0.71)	(0.042, 0.066, 0.099), (0.18, 0.37, 71)	-

4) Çıxış və giriş axınları alternativləri sıralamaq üçün hesablanır.

$$\phi^+(g) = \sum_{f=1}^m \pi(g, f), \quad \phi^-(g) = \sum_{f=1}^m \pi(f, g) \quad (23)$$

(23)-ə əsasən alınan nəticələr aşağıda verilmişdir:

	Gedən axınlar	Gələn axınlar
f_1	(0.0115,0.0175,0.027) (0.22,0.43,0.76)	(0.017,0.0265,0.0385) (0.15,0.35,0.73)
f_2	(0.003,0.005,0.007) (0.5,0.7,0.9) (0.035,0.055,0.08)	(0.0325,0.0505,0.0765) (0.18,0.37,0.73) -
f_3	(0.15,0.35,0.73)	

5) Xalis axın aşağıdakı kimi hesablanır:

$$\phi(g) = \phi^+(g) - \phi^-(g) \quad (24)$$

(24)-ə əsasən alınan nəticələr aşağıda verilmişdir:

	$\phi(g)$
f_1	(-0.006,-0.009,-0.012)(0.19,0.35,0.62)
f_2	(-0.03,-0.05,-0.07)(0.21,0.4,0.62)
f_3	(0.04,0.06,0.08),(0.15,0.35,0.73)

Sonda Tərif 3-dən istifadə etməklə alternativlər sıralanır:

$$f_3 \succ f_2 \succ f_1.$$

Nəticədən f_3 alternativinin üstünlük təşkil etdiyi görünür.

Yeddinci fəsil Z-informasiya şəraitində iyerarxik struktura malik qərar qəbuletmə məsələləri üçün təklif olunmuş üsulun optimal liman seçiminə və texniki sistemlərin qiymətləndirilməsinə tətbiqinə həsr olunmuşdur. İyerarxik struktura malik (iki səviyyəli) bu iki məsələ həm Z-ədədlər nəzəriyyəsinin və Nisbi Məsafə Ölçüsünə əsaslanan interval cəbrinin tətbiqi ilə həll olunmuş və alınan nəticələrin müqayisəli təhlili aparılmışdır.

Z-ədədlər nəzəriyyəsinin tətbiqi ilə liman seçimində qərar qəbuletmə

Dəniz limanının seçilməsi nəzəri və praktik maraqlı doğuran tanınmış iyerarxik (iki səviyyəli) çoxmeyarlı qərar qəbuletmə məsələlərindən biridir. Mövcud ədəbiyyatlarda liman seçimi tədqiqatına təsir göstərən bir çox əsas faktorlar öz əksini tapıb. Liman seçiminə təsir göstərən əsas faktorların təyin olunması ədəbiyyatlarda daha aydın göstərilmişdir³⁵³⁶³⁷. Beləliklə, hər bir liman $C_j, j = 1, \dots, 7$ meyarla malikdir: C_1 -sahil zonası, C_2 -liman xidmətləri, C_3 -daşınma xərcləri, C_4 -əlaqəlilik, C_5 -münasiblik, C_6 -yararlılıq, C_7 -regional mərkəz. Hər bir meyar üzrə qiymətləndirmə altmeyarlar üzrə əlaqəli qiymətləndirmələrin məcmusudur. Hər bir $C_j, j = 1, \dots, 7$ meyarın $C_{ji}, i = 1, \dots, n_j$ altmeyarı var. Məsələn, C_1 : “sahil zonası” üçün 3 altmeyar var: C_{11} -limanda xidmət göstərən professional və ixtisaslı kadrlar, C_{12} -liman sahilində beynəlxalq iqtisadi ticarətin həcmi və aktivliyi, C_{13} -konteyner yükünün ümumi cəmi. Bu sahədə mövcud olan vacib ədəbiyyatların tədqiqindən sonra seçilmiş ekspertlər liman seçimində əsas meyarları təyin edirlər. Hər bir meyar və altmeyar öz vaciblik çəkisi ilə xarakterizə olunur. Meyarlar və altmeyarlar aşağıda verilmişdir:

C1: SAHİL ZONASI

1. Limanda xidmət göstərən professional və ixtisaslı kadrlar
2. Liman sahilində beynəlxalq iqtisadi ticarətin həcmi və aktivliyi
3. Konteyner yükünün ümumi cəmi

³⁵ Bird, J, Bland, G. Freight forwarders speak : the Perception of Route Competition via Seaports in the European Communities Research Project // Maritime Policy & Management, - 1988. 15(1), - p. 35–55.

³⁶ De Langen, P. Port competition and selection in contestable hinterlands ; the case of Austria // European Journal of Transport and Infrastructure Research, - 2007. 7, - p. 1–14.

³⁷ Sharghi, P., Jabbarova, K.I., Aliyeva K.R. Decision Making On An Optimal Port Choice Under Z-Information // Procedia Computer Science, -2016. 102, - p. 378 – 384.

C2: LİMAN XİDMƏTLƏRİ:

1. Sürətli reaksiya
2. 24 saat/7 gün xidmət
3. Sıfır gözləmə vaxtı

C3: DAŞINMA XƏRCLƏRİ

1. Daxili daşınma xərcləri
2. Gəmi və yük ilə əlaqəli xərclər
3. Terminalda dayanma xərcləri

C4:ƏLAQƏLİLİK

1. Əsas təchizatçının quru ilə məsafəsi və əlaqəsi
2. Səmərəli daxili nəqliyyat şəbəkəsi

C5:MÜNASİBLİK

1. Yanaşılacaq və gəminin örtüləcəyi kanalın dərinliyi
2. Liman informasiyası və onun tətbiq sahələrinin incəliyi səviyyəsi
- 3.Limanın işinin sabitliyi

C6: YARARLILIQ

1. Lövbər yerinin yararlılığı
2. Yüklənmə limanı

C7: REGIONAL MƏRKƏZ

1. Əlverişlilik limanı
- 2.Əsas magistral marşrutdan uzaqlaşma

Qərar qəbul edən yuxarıda verilən meyar və alt meyarlardan istifadə edərək ən yaxşı limanı seçməlidir. Baxılan alternativlər bunlardır: Busan limanı, Tokyo limanı, Hong Kong limanı, Qingdao

imanı , Shanghai limanı, Kaohsiung limanı, Shenzhen limanı³⁸³⁹ . Mövcud informasiyalar qeyri-müəyyənlik və qismən etibarlılıqla xarakterizə olunur. Bütün bunları nəzərə alaraq meyarların qiymətləri və vaciblik çəkiləri Z-ədədlərlə təsvir olunub.

Z-ədədlərin A və B qeyri-səlis komponentlərinin codebook-u aşağıdakı kimidir (*Səviyyə - Linqvistik qiymət*):

Z-ədədlərin A komponentinin linqvistik termlər

Çox aşağı (ÇA) (1,1,2)

Aşağı (A) (1, 2, 3)

Orta (O) (2, 3,4)

Yüksək (Y) (3, 4, 5)

Çox yüksək (ÇY) (4,5,5)

Z-ədədlərin B komponenti linqvistik termlər

Səviyyə Linqvistik qiymət

Oxşar olmayan (OO) (0.05, 0.05, 0.25)

Çox oxşar olmayan (ÇOO) (0.05, 0.25, 0.5)

Oxşar (O) (0.25, 0.5, 0.75)

Çox oxşar (ÇO) (0.5, 0.75, 1)

Hədsiz oxşar (HO) (0.75, 1, 1)

Z-ədədlərlə alınmış nəticələr:

Hong-Kong-(0.89,3.9,9.5)(0.85,0.98,0.99)

Busan (0.8,3.5,10.7)(0.5,0.7,0.8)

Tokyo-(0.71,3.54,13.6)(0.4,0.6,0.7)

Shanghai-(0.5,3.32,12.9)(0.48,0.81,0.82)

Shenzen-(0.71,3.54,13.6)(0.4,0.6,0.7)

Kaohsiung-(0.62,2.98,10.3)(0.48,0.7,0.72)

Qingdao-(0.7,3.5,13.4)(0.66,0.96,0.97)

³⁸ Sharghi, P., Jabbarova, K.I. Hierarchical decision making on port selection in Z-environment // Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control. Antalya, Turkey, -2015, - p. 93-104.

³⁹ Yeo, G-T, Adolf, K.Y. Ng, Lee, P. T-W, Yang, Z. Modelling port choice in an uncertain environment. Maritime Policy & Management, - 2014. 41, - p. 251-267.

Z-ədədlərlə alınmış nəticələr Tərif 3-ə əsasən müqayisə edilərək, sıralanmışdır:

Hong-Kong-1
Qingdao -2
Shanghai-3
Shenzen-4
Busan-6
Tokyo-5
Kaohsiung-7

ƏSAS ELMİ NƏTİCƏLƏR

1. İşdə ilk dəfə olaraq Z-ədədli Xətti Proqramlaşdırma məsələsinə baxılmış və həll üsulu təklif edilmişdir. Mövcud qeyri-müəyyən parametrlili XP məsələlərindən fərqli olaraq, alınan həllərin etibarlılığının nəzərə alınması təklif olunan üsulun əsas fərqli cəhətidir. Bu məsələlərin həllində adətən istifadə olunan qradient üsullarından fərqli olaraq optimallaşdırma məqsədilə Diferensial Təkamül alqoritmindən istifadə olunmuşdur ki, bu da qlobal həllin tapılmasına imkan verir.

2. Klassik qeyri-səlis məntiqin mükəmməl genişləndirilməsi olan Z-ədədlər konsepsiyasının tətbiqi ilə qərar qəbuletmə məsələsi formallaşmış, klassik hallar üçün istifadə olunan interpolyasiya üsulu Z-informasiya şəraitində qərar analizinə genişləndirilmişdir. Bu yanaşma, qərar qəbuletmənin qismən etibarlılıqla xarakterizə olunan və “Əgər... Onda” qaydaları şəklində ifadə edilən ekspert biliklərinə əsaslandığı məsələlər üçün işlənilib hazırlanmışdır. Belə biliklərin nəzərə alınması məqsədilə, antedentləri və konsekvəntləri Z-ədədlərlə təsvir olunan “Əgər...Onda” qaydalarına əsaslanan hesablama mexanizmi təklif edilmişdir.

3. Z-ədədlər konsepsiyasının xüsusi halı olan U-ədədlər konsepsiyası qərar qəbuletmədə təkrar olunan situasiyalar üçün tətbiq

edilmişdir. Alınan nəticələr bu cür situasiyalar üçün daha sadə və əlverişli qərar qəbuletməyə imkan verir.

4. Z-informasiya şəraitində iyerarxik qərarlar analizinə baxılmışdır. Təklif olunmuş həll üsulunda meyar və alt meyarların Z-ədədli qiymətlərinin aqqreqasiyası Z-ədədlərə əsaslanan hesab əməllərinə söykənir.

5. Z-informasiya şəraitində təsdiqləmə əsasında öyrənmə üsulu təklif olunmuşdur. Bu üsulda qərar qəbuletmənin məqsəd və məhdüdiyyətlərinə aid informasiyanın qismən etibarlılığı Z-ədədlər ilə təsvir olunur. Təklif olunan üsul Z-ədədlər üzərində hesab əməllərinə əsaslanır.

6. Baxılan elmi işdə təklif olunmuş nəzəri elmi nəticələr liman seçimi, texniki sistemlərin identifikasiyası, çoxmeyarlı qərar qəbuletmə əsasında avtomobil seçimi və digər dissertasiyaya daxil edilməmiş məsələlərə tətbiq edilmişdir. Tətbiq nəticələri alınan elmi nəticələrin dürüstlüyünü ehtiva edir.

Dissertasiyanın əsas məzmunu aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Aliev, R.A., Alizadeh, A.V., Huseynov, O.H., Jabbarova, K.I. Z-number based Linear Programming // International Journal of Intelligent Systems, - 2015. 30, - p. 563-589.
2. Sharghi, P., Jabbarova, K.I. Hierarchical decision making on port selection in Z-environment // Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control. Antalya, Turkey, -2015, - p. 93-104.
3. Cabbarova, K.İ., Həsənova, N.İ. Z-ədədli xətti proqramlaşdırmanın benzin çıxımının optimal planlaşdırılmasına tətbiqi // - Bakı: Odlar Yurdu Universitetinin Elmi və Pedaqoji Xəbərləri, -2016. №44, - s. 241-250.

4. Sharghi, P., Jabbarova, K., Aliyeva, K. Decision making on an optimal port choice under z-information // *Procedia Computer Science*, - 2016. 102, - p. 378— 384.
5. Jabbarova, K.I. Multi-attribute decision making for investment problem under Z-number valued information // *Proceedings of the 9th World Conference on Intelligent Systems for Industrial Automation (WCIS-2016)*. Tashkent, Uzbekistan, – 2016. - p. 106-109.
6. Jabbarova, K.I. Evaluation of job satisfaction performance using fuzzy logic // *Baku: News of Azerbaijan High Technical Educational Institutions (ASOIU)*, - 2016. №4 (104), p.87-96.
7. Cabbarova, K.I. Z-ədədli çoxmeyarlı investisiya məsələsində qərar qəbuletmə // *Sumqayıt: Dövlət Universitetinin Elmi Xəbərləri*, - 2017. №3, - s. 64-68.
8. Eyupoglu, S.Z., Jabbarova K.I., Aliyeva, K.R. The Identification of Job Satisfaction under Z-Information // *Intelligent Automation & Soft Computing*, - 2017. №24, - p. 1-5.
9. Eyupoglu, S.Z., Jabbarova, K.İ., Saner T. Job satisfaction: an evaluation using a fuzzy approach // *Procedia Computer Science*, - 2017, 120, - p. 691-698.
10. Jabbarova, K.I. Application of the concept of Z-number to modeling students educational achievement // *News of Azerbaijan High Technical Educational Institutions (ASOIU)*, - 2017. №3, p. 113-118.
11. Cabbarova, K.I., Əliyeva K.R. Z-ədədli informasiya şəraitində optimal port seçimində qərar qəbuletmə //- *Bakı: Azərbaycan Dövlət Dəniz Akademiyasının elmi əsərləri*, - 2017. №2, -s. 203-210.
12. Sharghi, P., Jabbarova, K.I., Aliyeva K.R. RDM Interval Arithmetic Based Decision Making On Port Selection // *Procedia Computer Science*, - 2017. 120, - p. 572-579.
13. Cabbarova, K.I. Z-informasiya şəraitində iş məmnunluğunun qiymətləndirilməsi // - *Sumqayıt: Sumqayıt Dövlət Universitetinin Elmi Xəbərləri*, - 2018. №4, - s.78-83.

14. Cabbarova, K.I. İş məmnunuluğu səviyyəsinin təyini // - Bakı:Azərbaycan Texniki Universitetinin elmi əsərləri, 2018. №2, s. 120-126.
15. Jabbarova, K.I., Hasanova, N. An application of the VIKOR method to decision making in investment problem under Z-valued information // Advances in Intelligent Systems and Computing, - 2018. 896, - p. 499-506.
16. Cabbarova K.I. Nisbi məsafə ölçüsü interval cəbrinin tətbiqi ilə optimal port seçimi məsələsinin həlli // - Bakı: ADNSU, Azərbaycan Ali Texniki Məktəblərinin Xəbərləri, - 2018. №5, - s.93-98.
17. Jabbarova K.I. Application of expected utility to business decision making under U-number valued information // Advances in Intelligent Systems and Computing, - 2018. 896, - p. 716-723.
18. Jabbarova, K.I., Huseynov, O.H. A fuzzy approach to modeling of consumer behaviour // Proceedings of the 10th World Conference on Intelligent Systems for Industrial Automation, WCIS-2018, 25-26 October 2018, Tashkent, Uzbekistan, -p. 234-239
19. Jabbarova, K.I. Multiattribute evaluation of weapon systems under Z-information // Advances in Intelligent Systems and Computing, - 2019. 1095, - p. 359-365.
20. Jabbarova K.I. Decision making on planning construction of plants under u-number-valued information // Proceedings of the 10th World Conference on Intelligent Systems for Industrial Automation (WCIS-2018). Tashkent, Uzbekistan, - 2018, - p. 159-162.
21. Jabbarova K.I., Huseynov, O.H. Solution of decision making problem of decision making under risk with Z-information // Advances in Intelligent Systems and Computing, - 2020. 1306, - p. p.781-786.
22. Jabbarova, K.I., Alizadeh, A.V. Z-Decision Making in Human Resources Department // Advances in Intelligent Systems and Computing, 2020. – p.1306- p.498-507.

23. Jabbarova, K.I., Jabbarova A.I. Z-information Based PROMETHEE Method // 11th World Conference on Intelligent systems for industrial automation, Tashkent, Uzbekistan, - 2020 – p. 287-293.
24. Cabbarova, K.İ. Kadrlar şəbəsi üçün Z-əsaslı qərar qəbuletmə məsələsinin həlli //- Sumqayıt: Sumqayıt Dövlət Universitetinin Elmi Xəbərlər, -. 2021. №4, - s. 58-63.
25. Jabbarova, K.I. Application of RDM interval arithmetic to evaluation of weapon systems // News of Azerbaijan High Technical Educational Institutions (ASOIU), - 2021. №4, 35-39.
26. Jabbarova, K.I. Project selection under U-number-valued information // Lecture Notes in Networks and Systems, -2022, 362, - p. 286-293.
27. Jabbarova, K.I., Jabbarova, A. I. Application of ELECTRE Method to Decision Making Under Z-number-valued Information // Lecture Notes in Networks and Systems, - 2022. 362, - p. 214-220.
28. Jabbarova K.İ, Rzayeva U., Jabbarova A.İ. Development of the method of general interpolation for Z-number-valued if-then rules // Mathematics and Cybernetics, 2023. 4(124), - p.10-26.
29. Cabbarova, K.I. Z-informasiyaya əsaslanan limanın orta çəki aqreqasiya üsulu vasitəsilə qiymətləndirilməsi // Konfrans materialları, - Sumqayıt: - 25 aprel - 26 aprel, - 2023, - s. 230-233.
30. Cabbarova K.I. Coxmeyarlı qərar qəbuletmə üsulunun tətbiqi vasitəsilə ən yaxşı avtomobil seçiminin həlli // Sumqayıt Dövlət Universitetinin Elmi Xəbərləri, - 2023. №1, - s. 74-77.
31. Cabbarova K.İ. U-informasiya şəraitində tikintinin planlaşdırılması məsələsinin həlli // - Sumqayıt: Sumqayıt Dövlət Universitetinin Elmi Xəbərləri, - 2024. №1, s.78-81.
32. Cabbarova K.İ., Hüseyinov, O.H. U-ədədlər nəzəriyyəsinin biznes qərar qəbuletmə məsələsinə tətbiqi.// - Sumqayıt: Sumqayıt Dövlət Universitetinin Elmi Xəbərləri, - 2024. №3, s.75-78.

33. Jabbarova, K.I. A Gift Problem with U-Number-Valued Information // // Lecture Notes in Networks and Systems, - 2024, 1141, - p. 237-242.
34. Jabbarova, K.I., Huseynov, O.H., Jabbarova, A.I. Toward Z-number valued reinforcement learning problem // Proceedings of the 12th World Conference on Intelligent System for Industrial Automation (WCIS-2022). Tashkent, Uzbekistan, - 2024, - p. 352–360.

Müştərək çap olunmuş işlərdə müəllifin şəxsi rolu:

- [1]- Kompüter simulyasiyası və nəticələrin təhlili;
- [2]- Məsələnin həll üsulu, kompüter simulyasiyası və nəticələrin təhlili;
- [3]-İdeya müəllifi, məsələnin qoyuluşu, məsələnin həll üsulu, nəticələrin təhlili;
- [4]- Məsələnin həll üsulu, kompüter simulyasiyası və nəticələrin təhlili;
- [8]- Məsələnin həll üsulu, kompüter simulyasiyası və nəticələrin təhlili;
- [9]- Məsələnin həll üsulu, kompüter simulyasiyası və nəticələrin təhlili;
- [11]-İdeya müəllifi, məsələnin qoyuluşu və kompüter simulyasiyası və nəticələrin təhlili;
- [12]- Məsələnin həll üsulu, kompüter simulyasiyası və nəticələrin təhlili;
- [15]- İdeya müəllifi, məsələnin qoyuluşu və nəticələrin təhlili;
- [18]-İdeya müəllifi, məsələnin qoyuluşu, və kompüter simulyasiyası; nəticələrin təhlili;
- [21]-İdeya müəllifi, məsələnin həll üsulu və kompüter simulyasiyası;
- [22]-İdeya müəllifi, məsələnin həll üsulu və kompüter simulyasiyası;

- [23]-İdeya müəllifi, məsələnin qoyuluşu və kompüter simulyasiyası;
- [27]-İdeya müəllifi, məsələnin qoyuluşu və kompüter simulyasiyası;
- [28]-İdeya müəllifi, məsələnin qoyuluşu, və kompüter simulyasiyası;
- [32]-İdeya müəllifi, məsələnin həll üsulu, kompüter simulyasiyası, nəticələrin təhlili;
- [34]-İdeya müəllifi, məsələnin həll üsulu, nəticələrin təhlili.

Dissertasiyanın müdafiəsi 14 oktyabr 2025-ci il tarixində saat 14:00-da Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.48 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1010 Bakı şəhəri, Azadlıq prospekti 20
e-mail: info@asoju.edu.az

Dissertasiya ilə ADNSU PHŞ-nin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları ADNSU PHŞ-nin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 12.09.2025-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.



Çapa imzalanıb: 10.07.2025

Kağızın formatı: A5

Həcm: 78 271

Tiraj: 100 nüsxə