

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

**MÜHİTLƏ TƏMASDA OLAN MÖHKƏMLƏNDİRİLMİŞ
KONİK ÖRTÜKLƏRİN RƏQSLƏRİ**

İxtisas: 3305.02 - İnşaat mexanikası

Elm sahəsi: Texnika

İddiaçı: **Shafiei Matanagh Hossein Mohammad oğlu**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2025

Dissertasiya işi Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universitetinin Mexanika kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Ramiz Əziz oğlu İskəndərov

Rəsmi opponetlər: Texnika elmləri doktoru, dosent
Akif Əli oğlu Cahangirov

Texnika üzrə fəlsəfə doktoru
Azər İlyas oğlu Nemətli

Texnika üzrə fəlsəfə doktoru
Mais Qəti oğlu İsgəndərov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti nəzdində fəaliyyət göstərən FD 2.37 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının
sədri:

Texnika elmlər doktoru, professor
Muxlis Əhməd oğlu Hacıyev



Dissertasiya şurasının
Elmi katibi

Texnika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
Məmməd Zabit oğlu Yusifov

Elmi seminarın
sədri:

Texnika elmlər doktoru, professor
Azər Ərəstun oğlu Qasımzadə

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Kəşik konius şəklində olan konstruksiyalar texnikada və mülki tikinti sahələrində həm müstəqil konstruksiya, həm də mürəkkəb konstruksiyanın elementi kimi istifadə oluna bilər. Mürəkkəb konstruksiyaya misal olaraq silindrik və sferik formalı elementlərin birləşməsindən əmələ gələn konstruksiyaları misal göstərmək olar. Tərkibində yük formasında maye olan konstruksiyaları layihələşdirərkən onların möhkəmliyi və dayanıqlığı ilə bağlı kompleks problemlər meydana çıxır. Burada ilk növbədə əsas yerdə mayenin sərbəst rəqslərinin tezlik və formasının, həmçinin qabığın divarı ilə maye arasındakı qarşılıqlı təsir qüvvəsinin təyini durur. Qabığın divarı ilə maye arasındakı qarşılıqlı təsir qüvvəsinin təyini mexaniki sistemin hərəkət tənliyinin yazılmasında, xarici vibrasiya, seysmik təbiətli müxtəlif həyacanlandırıcı qüvvələrin təsirindən konstruksiyanın dinamik özünü aparma qabiliyyətinin proqnozlaşdırılmasında əsas rol oynayır. Ümumi halda konik örtüyün mayenin rəqsləri haqqında məsələlərin həll üsulları yoxdur.

Qabırğalarla möhkəmləndirilmiş, maye və ya bərk mühitlərlə təmasda olan konik qabığın dinamik sərtlilik xarakteristikalarının tədqiqində tədqiqatçı alimlərdən N.P. Abovskinin, İ.Y. Amironun, M.B. Axundovun, C.A. Ağalarovun, H.A. Alomyaenin, R.M. Berqmanın, E.H. Qriqolyukun, V.Z. Qrişakın, A.N. Əlizadənin, R.Y. Əmən-zadənin, M.F. Mehdiyevin, X.M. Muştarinin, İ.N. Preobrajenskinin, İ.T. Pirməmmədovun, F.S. Lətifovun, R.Ə. İskəndərovun, A.İ. Luryenin, S.R. Timoşenkonun, V.Z. Vlasovun, A.S. Volmirin, Ə.A. Seyfullayevin, V.A. Zaruskinin və s. adlarını çəkmək olar.

Tədqiqatın obyektı və predmeti. Möhkəmləndirilmiş konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə bircins elastiki, bircins özlüelastiki və qeyri-bircins elastiki mühitdə birgə rəqslərinin elastiklik nəzəriyyəsinin energetik üsulları ilə tədqiqi. Mühitin təsirini nəzərə almaq üçün Vinkler və Pasternak modellərindən istifadə olunmuşdur.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. İşin məqsədi səthində müntəzəm yerləşmiş qabırğalarla möhkəmləndirilmiş, müxtəlif təbiətli mühitlə kontaktda olan dairəvi qapalı kəsik konik örtükdən və örtüyə diametral əks nöqtələrdə eyni sərtlikli iki yayla birləşdirilmiş kütlədən ibarət sistemin sərbəst rəqslərinin tezliklərinin tədqiq etmək, bu tezliklərə yükün kütləsinin, qabırğalar sayının, mühitin təsirini öyrənməkdən ibarətdir.

Tədqiqat metodları. Məsələnin reallaşmasında ikinci növ Laqranj tənliyindən, Vinkler və Pasternak modellərindən istifadə olunmuşdur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

1. Qeyri-bircins bərk mühitlə qarşılıqlı əlaqədə olan, qabırğalarla gücləndirilmiş dairəvi qapalı kəsik konik örtükdən və örtüyə diametral əks nöqtələrdə eyni sərtlikli iki yayla birləşdirilmiş kütlədən ibarət sistemin sərbəst rəqslərinin tezliklərinin tədqiqi üçün məsələnin fiziki və riyazi modeli qurulmuşdur;
2. Laqranj tənliyinin tətbiqi ilə tədqiq olunan obyektin sərbəst rəqslərinin tezliklərini tapmaq üçün tənliklər qurulmuşdur;
3. Tədqiq olunan obyektin sərbəst rəqslərinin tezliklərinə obyektin xarakterizə edən fiziki və mexaniki parametrlərin təsiri öyrənilmişdir.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. İşdə bircins və qeyri-bircins bərk mühitlə təmasda olan, səthində diskret yerləşdirilmiş millərlə, halqalarla gücləndirilmiş dairəvi qapalı kəsik konik örtükdən və örtüyə diametral əks nöqtələrdə eyni sərtlikli iki yayla birləşdirilmiş kütlədən ibarət sistemin sərbəst rəqslərini tədqiq etmək üçün məsələnin modeli qurulmuş və Laqranj tənliyi əsasında öyrənilən obyektin sərbəst rəqslərinin tezliklərini tapmaq üçün tənliklər alınmışdır. Dissertasiya işində konik qabığın gücləndirilməsinin üç variantı nəzərdən keçirilmişdir: 1) doğuranı istiqamətində bərkidirilmiş qabırğalarla; 2) halqəşəkilli qabırğalarla; 3) səthində qarşılıqlı perpendikulyar yerləşən qabırğalarla. Qeyd olunan hallarda öyrənilən obyektin məxsusi rəqs tezliklərini müəyyən etmək üçün tənlik yazılmış və ədədi üsulla kökləri reallaşmışdır. Bu tezliklərin obyektin müəyyən edən kəmiyyətlərdən asılılığı tədqiq olunmuşdur.

Nəticələrin dəqiqliyi. Məsələnin reallaşmasında ikinci növ Laqranj tənliyindən, Vinkler və Pasternak modellərindən istifadə olunmuşdur.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti.

Dissertasiya işində alınan nəticələrdən qeyri-bircins mühitlərlə kontaktda olan, möhkəmləndirilmiş konik örtüklərin hesabatında, sənaye və mülki tikintidə lazım olunan konstruksiyaların və ya onların hissələrinin dayanıqlığının tədqiqində istifadə etmək olar.

Müəllifin şəxsi iştirakı. Dissertasiya işində müəllif tərəfindən qarşıya qoyulan elmi məsələlər və əldə edilmiş əsas elmi nəticələr bilavasitə müəllif tərəfindən müstəqil olaraq alınmışdır. Aparılmış tədqiqatların elmi nəticələri və onların əsasında tərtib olunmuş məqalələr və konfrans materialları dissertasiyanın elmi rəhbəri və həmmüəlliflərlə müzakirə olunmuşdur. Tədqiqatın əsas məqsədləri və onlara nail olmaq üçün qoyulan məsələlər göstərilmişdir və müzakirəsi keçirilmişdir.

İşin aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiya işinin əsas elmi nəticələri mütəmadi olaraq Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universitetinin “Mexanika”, “Materiallar müqaviməti”, “İnşaat konstruksiyaları”, “Ali riyaziyyat” kafedralarının (2016-2019), BDU-nun «Nəzəri və bütöv mühit mexanikası» kaferasının (2019), AMEA RMI-nin «Elastiklik nəzəriyyəsi», «Dalğa dinamikası» şöbələrinin (2019), ATU-nun «Riyaziyyat» kaferasının (2017-2019) seminarlarında, Ukrayna Milli Akademiyası və Zaporozhye Milli Universitetinin birgə təşkil etdiyi «Актуальные проблемы прикладной механики и прочности конструкций» mövzusunda Beynəlxalq konfransda (Zaporozhye şəhəri, 2017), “Energetika mühəndisliyində texniki və fiziki problemlər” mövzusunda Beynəlxalq konfransda (Türkiyə Cumhuriyyəti, 2017) müzakirə edilmiş və bəyənilmişdir.

Müəllifin nəşrləri. Dissertasiya işinin məzmununu əks etdirən tədqiqatların nəticələrinə dair ölkə və xarici elmi-texniki nəşrlərdə 11 (on bir) elmi iş çap olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universitetində yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işinin həcmi girişdən, dörd fəsildən, nəticədən və istifadə olunmuş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. İşin ümumi həcmi 151 səhifədən ibarət olmaqla, özündə 13 şəkil, 45 qrafik və istifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısını birləşdirir. Dissertasiya işi işarə ilə ümumi sayı giriş bölməsi 9260, I fəsil 13509, II fəsil 86307, III fəsil 44914, IV fəsil 41626 simvol sayı olmaqla ümumən 198754 işarə sayından, nəticə və 85 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiyanın nəşri öz əksini 11 elmi məqalədə tapmışdır.

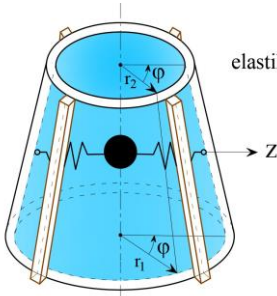
DİSSERTASIYA İŞİNİN QISA MƏZMUNU

Girişdə dissertasiya mövzusunun aktuallığı əsaslandırılmış, işin məqsədi, elmi yenilikləri, praktiki əhəmiyyəti, alınmış nəticələrin etibarlığı, müdafiəyə çıxarılan məsələlər, işin aprobasiyası, strukturu və həcmi haqqında məlumatlar verilmişdir.

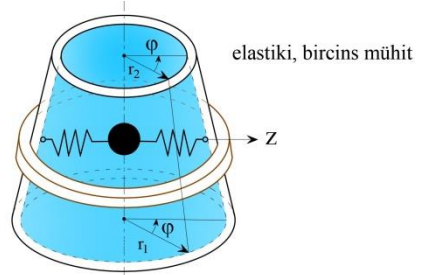
I fəsil üç paraqraftan ibarət olub, dissertasiya işinin mövzusunə yaxın işlərin qısa xülasəsini özündə cəmləşdirir.

II fəsil elastiki mühitlə dinamik qarşılıqlı əlaqədə olan mil və halqalarla gücləndirilmiş dairəvi qapalı kəşik konik örtükdən və örtüyə diametral əks nöqtələrdə eyni sərtlikli iki yayla birləşdirilmiş kütlədən ibarət sistemin sərbəst rəqslərinin tədqiqi məsələsinin həllinə həsr olunmuşdur. Fəsil dörd paraqraftan ibarətdir. Birinci paraqrafta elastiki mühitlə dinamik qarşılıqlı əlaqədə olan mil və halqalarla gücləndirilmiş dairəvi qapalı kəşik konik örtükdən və örtüyə diametral əks nöqtələrdə eyni sərtlikli iki yayla birləşdirilmiş kütlədən ibarət sistemin sərbəst rəqslərinin tədqiqi məsələsinin qoyuluşu verilmişdir.

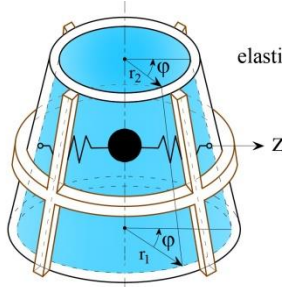
İşdə mühitlə kontaktda olan, səthində müntəzəm yerləşmiş çubuqlarla möhkəmləndirilmiş dairəvi qapalı kəşik konik örtükdən və örtüyə diametral əks nöqtələrdə eyni sərtlikli iki yayla birləşdirilmiş kütlədən ibarət sistem nəzərdən keçirilir. Hesab edilir ki, yayın ucları $\varphi = 0$ müstəvisində diametral əks nöqtələrdə konus birləşdirilmişdir. Konik qabığın möhkəmləndirilməsinin üç halına baxılmışdır: 1) doğuramı boyu yerləşdirilmiş millərlə (şəkil 1); 2) oxuna perpendikulyar müstəvidə yerləşən halqalarla (şəkil 2); 3) ortoqonal şəbəkə əmələ gətirən millər və halqalarla (şəkil 3). Məsələnin həllində dəyişən r radiusu, diametral müstəvilər arasında qalan ikiüzlü φ bucağından ibarət koordinat sistemindən istifadə olunmuşdur.



Şəkil 1.



Şəkil 2.



Şəkil 3.

Səthində müntəzəm yerləşmiş çubuqlarla möhkəmləndirilmiş, bərk mühlə təmasda olan dairəvi qapalı kəşik konik örtükdən, örtüyə diametral əks nöqtələrdə eyni sərtlikli iki yayla birləşdirilmiş kütlədən ibarət sistemin tam enerjisi, konik örtüyün, boyuna çubuqların və halqaların potensial və kinetik, yayla birləşdirilmiş kütlənin kinetik, yayın potensial enerjilərinin mühit tərəfindən konik örtüyə göstərilən təzyi qüvvəsinin konik örtüyün nöqtələrinin yerdəyişmələrində gördüyü işin cəmindən ibarətdir:

$$L = \frac{Eh}{12(1-\nu^2)} \int_{r_2}^{r_1} \int_0^{2\pi} \left(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + 2\nu\varepsilon_1\varepsilon_2 + \frac{1-\nu}{2}\psi^2 \right) \frac{rdrd\varphi}{\sin\gamma} + \quad (1)$$

$$+ \frac{D}{2} \int_{r_2}^{r_1} \int_0^{2\pi} \left(\chi_1^2 + \chi_2^2 + 2\nu\chi_1\chi_2 + 2(1-\nu)\tau^2 \right) \frac{rdrd\varphi}{\sin\gamma} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k_1} \int_{r_2}^{r_1} \left[\mathcal{L}_i^0 F_1 \left(\frac{\partial u}{\partial r} \sin \gamma \right)^2 + \mathcal{L}_i^0 I_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \sin^2 \gamma \right)^2 + \mathcal{L}_i^0 \mathcal{G}_1 \left(\frac{\partial^2 \mathcal{G}}{r^2 \partial \varphi^2} \right)^2 + \right. \\
& \left. + \mathcal{L}_i^0 I_{1kp} \left(\frac{\partial^2 w}{r \partial r \partial \varphi} \sin \gamma \right)^2 \right]_{\varphi=\varphi_i} \frac{dr}{\sin \gamma} + (z - w_0 \cos \gamma)^2 + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{k_2} \int_0^{2\pi} \left[E_j F_2 \left(\frac{\partial \mathcal{G}}{r \partial \varphi} + \frac{w}{r} \right) + G_j I_{jkp} \left(\frac{\partial^2 w}{r \partial r \partial \varphi} \sin \gamma \right)^2 + E_j I_j \left(\frac{\partial^2 w}{r^2 \partial \varphi^2} + \frac{w}{r^2} \right)^2 \right]_{r=r_j} + \\
& + A - \frac{\gamma_1 h}{2g} \int_{r_2}^{r_1} \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} \right)^2 \right] \frac{r dr d\varphi}{\sin \gamma} - \frac{1}{2} M \mathcal{E} - \\
& - \frac{\gamma_1 F_1}{2g} \sum_{i=1}^{k_1} \int_{r_2}^{r_1} \left[\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} \right)^2 \right]_{\varphi=\varphi_i} \frac{dr}{\sin \gamma} - \\
& - \frac{\gamma_1 F_2}{2g} \sum_{j=1}^{k_2} \int_0^{2\pi} \left[\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} \right)^2 \right]_{r=r_j} d\varphi
\end{aligned}$$

Burada,

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial r} \sin \gamma, \varepsilon_2 = \frac{u}{r} \sin \gamma + \frac{\partial v}{r \partial \varphi} + \frac{w}{r} \cos \gamma, \psi = \frac{\partial u}{r \partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial r} \sin \gamma - \frac{v}{r} \sin \gamma, \\
\chi_1 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \sin^2 \gamma; \chi_2 = -\frac{u}{r^2} \sin \gamma \cos \gamma - \frac{w}{r^2} \cos^2 \gamma - \frac{\partial^2 w}{r^2 \partial \varphi^2} - \frac{\partial w}{r \partial r} \sin^2 \gamma; \\
\tau &= -\frac{\cos \gamma}{r} \left(\frac{\partial u}{r \partial \varphi} - \frac{\partial v}{\partial r} \sin \gamma + \frac{v}{r} \sin \gamma \right) - \frac{2 \sin \gamma}{r} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \varphi} - \frac{\partial w}{r \partial \varphi} \right); \quad (2)
\end{aligned}$$

Bərk mühitin konik örtüyə təsiri xarici q_r radial qüvvəsinin örtüyün yerdəyişmələrində gördüyü iş formasında daxil olur:

$$A = - \int_{r_2}^{r_1} \int_0^{2\pi} \frac{q_r r}{\sin \gamma} dr d\varphi \quad (3)$$

(1)-(3) ifadələrində k_1 boyuna çubuqların, k_2 halqaların sayı, E – elastiklik modulu; h – örtüyün qalınlığı; ν – Puasson əmsalı; r_1, r_2 – örtüyün böyük və kiçik oturacaqlarının radiusları; γ – örtüyün doğurarı ilə oxu arasında qalan bucaq; u, v, w – örtüyün orta səth nöqtələrinin yerdəyişmə vektorunun, uyğun olaraq, doğurarı boyu, tangensial istiqamətdə və orta səthin normalı istiqamətində komponentləridir, $F_1, I_1, \tilde{I}_1, I_{1kpl}$ uyğun olaraq, boyuna qabırğanın en kəsiyinin sahəsi və bu sahənin tangensial və radial oxlara nəzərən ətalət momentləri, həmçinin burulmada ətalət momentidir; F_2, I_2, I_{2kp} – halqanın en kəsiyinin sahəsi və bu sahənin doğurarı ilə üst-üstə düşən oxa nəzərən ətalət momenti, həmçinin burulmada ətalət momentidir; \tilde{E}_i, E_j – i -ci boyuna qabırğanın, j -ci halqanın en kəsiklərinin elastiklik modullarıdır; \tilde{G}_i, G_j – uyğun olaraq, i -ci boyuna qabırğanın, j -ci halqanın en kəsiklərinin sürüşmədə elastiklik modullarıdır; k_1, k_2 – uyğun olaraq, boyuna qabırğaların və halqaların sayı; φ_i, r_j – uyğun olaraq, boyuna qabırğanın və halqanın yerləşmə koordinatları, γ_1 – örtüyün və qabırğaların materialının xüsusi çəkisi, g – sərbəstdüşmə təcili, q_r – mühitin konik örtüyə göstərdiyi təsir qüvvəsi, M – yükün kütləsidir.

Mühitin təsirini nəzərə almaq üçün aşağıdakı modellər tətbiq olunmuşdur:

a) Vinkler modeli: $q = kw$, k – sabitdir;

b) Pasternak modeli: $q = \left(\vartheta_0 + \vartheta_0 \frac{d^2}{dx^2} \right) w$, \tilde{q}, \tilde{q}_0 – elastiki sabitlərdir.

(1) ifadəsinə aşağıdakı kontakt və sərhəd şərtləri əlavə edilir. Nəzərdə tutulur ki, konik örtük və çubuqlar arasında sərt kontakt şərtləri ödənilir:

$$\begin{aligned} u_i(x) &= u(x, \varphi_i), \vartheta_i(x) = \vartheta(x, \varphi_i), w_i(x) = w(x, \varphi_i), \\ u_j(x) &= u(x_j, \varphi), \vartheta_j(x) = \vartheta(x_j, \varphi), w_j(x) = w(x_j, \varphi); \end{aligned} \quad (4)$$

Məsələnin həllində II növ Laqranj tənliyindən istifadə edilir¹.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (5)$$

Beləliklə, bərk mühlə təmasda olan, səthində müntəzəm yerləşmiş çubuqlarla möhkəmləndirilmiş dairəvi qapalı kəsik konik örtükdən və örtüyə diametral əks nöqtələrdə eyni sərtlikli iki yayla birləşdirilmiş kütlədən ibarət sistemin rəqslərinin tədqiqi (5) Laqranj tənliyinin (1) ifadəsini nəzərə almaqla inteqrallanmasına gətirilir.

İkinci paragrafda elastiki mühitlə dinamik təmasda olan boyuna qabırğalarla möhkəmləndirilmiş, bərk mühlə təmasda olan dairəvi qapalı kəsik konik örtükdən, örtüyə diametral əks nöqtələrdə eyni sərtlikli iki yayla birləşdirilmiş kütlədən ibarət sistemin sərbəst rəqslərinin tezlikləri tədqiq olunmuşdur. Bu halda L –in ifadəsini almaq üçün (1) ifadəsində $E_j = 0$, və $F_2 = 0$ götürmək lazımdır.

(1) ifadəsinə daxil olan örtüyün nöqtələrinin yerdəyişmələrini aşağıdakı şəkildə axtarılır:

$$\begin{aligned} w &= \frac{(r_2 + x \sin \gamma)^2}{r_1^2} \sin \frac{m\pi x}{l} \sum_{n=1}^{\infty} A_n(t) \cos n\varphi; \quad (6) \\ \vartheta &= \frac{(r_2 + x \sin \gamma)^2}{r_1^2} \sin \frac{m\pi x}{l} \sum_{n=1}^{\infty} B_n(t) \sin n\varphi \\ u &= \frac{(r_2 + x \sin \gamma)^2}{r_1^2} \cos \frac{m\pi x}{l} \sum_{n=1}^{\infty} D_n(t) \cos n\varphi \end{aligned}$$

Burada, n – dairəvi istiqamətdəki, m –doğuranı boyu dalğa ədədləri, $A_n(t)$, $B_n(t)$, $D_n(t)$ naməlum sabitlərdir.

(6) sırasına daxil olan sıraların n –ci toplananına nəzərən tam enerjinin ifadəsi aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned} L &= \varphi_{11} D_n^2(t) + \varphi_{22} A_n^2(t) + \varphi_{33} B_n^2(t) + \varphi_{44} A_n(t) D_n(t) + \\ &+ \varphi_{55} A_n(t) B_n(t) + (z - w_0 \cos \gamma)^2 c + \varphi_{66} A_n'^2 + \varphi_{77} D_n'^2 + \\ &+ \varphi_{88} B_n'^2 + \frac{1}{2} M \dot{Z}^2 \quad (7) \end{aligned}$$

¹ Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики, част вторая /- Издательство «Наука», Главная Редакция Физико-Математической Литературы, Москва: - 1969, - с. 332.

Burada,

$$\begin{aligned}
\varphi_{11} = & \frac{\pi E h}{2(1-\nu^2)r_1^4 \sin \gamma} \left[\left(\frac{2+\alpha}{\alpha} R_4 + \frac{\alpha^2}{48} R_6 + \frac{5}{2\alpha} (r_1^2 + r_2^2 - 12) R_2 \right) + \frac{\sin^2 \gamma}{\pi} R_4 + \right. \\
& + \frac{3(r_1+r_2) \sin \gamma r_1^4}{8\pi^2 m^2} R_1 + 2\nu \sin^2 \gamma \frac{7}{20} R_4 + \frac{4\alpha-5}{\alpha^2} R_2 + \frac{60-24\alpha}{\alpha^4} \left. \right] + \\
& + \frac{D\pi}{4r_1^4} \sin \gamma \cos^2 \gamma R_1 + \frac{D(1-\nu)\pi}{4r_1^4} \frac{\cos^2 \gamma}{\sin \gamma} R_2 + \frac{\pi E h}{4(1+\nu)r_1^4 \sin \gamma} \\
\left(\frac{1}{8} R_4 + \frac{3}{2\alpha^2} R_2 \right) n^2; \varphi_{22} = & \frac{\pi E h}{2(1-\nu^2)r_1^4 \sin \gamma} \times \frac{1}{8} \cos^2 \gamma R_4 + \\
& + \frac{D\pi}{2r_1^4} \sin^3 \gamma \left[2R_1 + \left(\frac{3}{2\alpha} + \frac{49}{8} \right) R_2 - \left(\frac{\alpha}{16} + \frac{5\alpha^2}{16} \right) R_4 + \frac{\alpha^4}{32} R_6 \right] + \\
& + \left\{ \frac{D\pi}{2r_1^4} \left[\frac{\cos^4 \gamma}{\sin^2 \gamma} T_1 + 4T_1 - \frac{1}{2} T_2 \cos^2 \gamma - T_2 \sin^2 \gamma \right] + \left(\frac{\alpha^2}{8} R_5 + \frac{1}{2} R_3 - \right. \right. \\
& 3R_1 \left. \right) \sin^2 \gamma + \frac{\nu D\pi}{r_1^4} \left[2R_1 \sin^2 \gamma + \frac{3(1+\alpha)}{8\alpha} R_2 \sin^2 \gamma + R_2 \cos^2 \gamma \right] \\
& \frac{\alpha(8\alpha-1)}{64} R_4 \sin^2 \gamma + \left\{ \frac{D\pi}{2r_1^4} \left[\frac{1}{\alpha} R_1 \cos \gamma + \frac{\cos^2 \gamma}{2\sin \gamma} R_1 - 2 \left(R_1 + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{1}{4} R_2 \right) \sin \gamma - \frac{1}{4} R_1 \cos^2 \gamma \right] + \frac{\nu D\pi}{r_1^4} \times \left(-R_1 - \frac{3+8\alpha}{8\alpha} R_2 + \frac{\alpha}{64} R_4 \right) + \\
& \left. \frac{4(1-\nu)\pi D}{r_1^4} T_4 \sin \gamma \right\} n^2 + \frac{D\pi n^4}{4r_1^4 \sin \gamma} R_1 + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k_1} \left[\frac{\tilde{E}_i \tilde{F}_i}{r_1^4} \sin \gamma \left(\frac{8-6\alpha^2-3\alpha^3}{2\alpha^2} R_1 - \frac{5}{6} R_3 + \frac{\alpha^2}{8} R_5 \right) \times \right. \\
& \quad \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} D_n(t) \cos n\varphi_i \right)^2 + \tilde{E}_i I_i \sin^3 \gamma \times \\
& \quad \times \left. \left(3 - \frac{3}{4} \alpha^2 - \frac{3}{4} \alpha^3 \right) R_1 - \frac{5}{8} \alpha^2 R_3 + \frac{\alpha^4}{32} R_5 \right] \cos^2 n\varphi_i + \\
& + \tilde{G}_i I_{ikp} \sin \gamma \left(\frac{5}{4} R_1 - \frac{1}{24} \alpha^2 R_3 \right) n^2 \sin^2 n\varphi_i + \frac{k\pi Q(r_1, r_2, m)}{r_1^2};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_{33} &= \frac{\pi E h \sin \gamma}{4(1+\nu)r_1^4} \left[\left(\frac{\alpha^2}{8} + \frac{1}{2} \right) R_3 - \frac{3}{2} R_4 + \left(2 - \frac{21}{2\alpha^2} \right) R_2 + \right. \\
&\left. \left(\frac{12}{\alpha^3} - 3 - \frac{4}{\alpha^2} \right) R_1 \right] + \frac{(1-\nu)D}{2r_1^4} T_4 \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma + \\
&+ \frac{\pi E h}{2(1-\nu^2)r_1^4 \sin \gamma} \times \left(R_4 - \frac{3}{8\alpha^2} R_2 \right) n + \frac{\tilde{E}_i l_i n^4}{2siny} R_1 \sin^2 n \varphi_i; \\
\varphi_{44} &= \frac{\pi E h}{2(1-\nu^2)r_1^4} \left[2\nu \cos \gamma \left(\frac{1}{2} R_4 + \frac{3(1+\alpha)}{\alpha^2} R_2 + \frac{6}{\alpha^2} R_1 \right) + \right. \\
&\left. \frac{\cos \gamma}{\alpha} \left(R_3 - \frac{3R_1^2}{m\pi} \right) \right] + \frac{D\pi}{2r_1^4} \left[-\frac{1}{2\alpha} \frac{\cos^3 \gamma}{\sin \gamma} R_1 + \frac{1}{2} T_3 \sin 2\gamma + \right. \\
\varphi_{55} &= \left. \cos \gamma \left(-\frac{1}{2\alpha} R_1 \cos^2 \gamma + T_3 \sin^2 \gamma \right) \right] + \frac{\nu D \pi}{2r_1^4} \sin 2\gamma \left(\frac{7}{4\alpha} R_1 + \frac{11}{24} \right); \varphi_{55} = \\
&\frac{4D\pi(1-\nu)n}{2r_1^4} T_4 \sin 2\gamma; \\
\varphi_{66} &= \frac{1}{2gr_1^4 \sin \gamma} T_5 \sum_{i=1}^{k_1} \tilde{\gamma}_i \tilde{F}_i \cos^2 n \varphi_i + \frac{\pi \gamma_1 h}{2gr_1^4 \sin \gamma} T_7; \\
\varphi_{77} &= \frac{1}{2gr_1^4 \sin \gamma} T_6 \sum_{i=1}^{k_1} \tilde{\gamma}_i \tilde{F}_i \cos^2 n \varphi_i + \frac{\pi \gamma_1 h}{2gr_1^4 \sin \gamma} T_8; \\
\varphi_{88} &= \frac{1}{2gr_1^4 \sin \gamma} T_5 \sum_{i=1}^{k_1} \tilde{\gamma}_i \tilde{F}_i \sin^2 n \varphi_i + \frac{\pi \gamma_1 h}{2gr_1^4 \sin \gamma} T_7; \\
T_1 &= \frac{1}{6} R_3 - \frac{1}{\alpha^2} R_1; T_2 = R_3 + \frac{6}{\alpha^2} R_1; T_3 = -\frac{1}{\alpha} R_1 + \frac{\alpha}{12} R_3; \\
T_4 &= \frac{1}{2} R_1 + \frac{1}{8} R_2 + \frac{1}{32} \alpha^2 R_4; R_p = r_1^p - r_2^p, p=1, 2, \dots, 6 \\
T_5 &= \frac{1}{2} R_5 - \frac{2}{\alpha^2} R_3 - \frac{12}{\alpha^3} R_1; T_6 = \frac{1}{2} R_5 + \frac{2}{\alpha^2} R_3 - \frac{12}{\alpha^3} R_1 \\
T_7 &= \frac{1}{2} R_6 - \frac{10}{\alpha^2} R_4 + \frac{60}{\alpha^4} R_2; T_8 = \frac{1}{2} R_6 + \frac{10}{\alpha^2} R_4 - \frac{60}{\alpha^4} R_2
\end{aligned}$$

(7) ifadəsini (5) Laqranj tənliyində yerinə yazsaq, Vinkler modeli halında aşağıdakı adi diferensial tənlikdən ibarət sistem alarıq:

$$\begin{aligned}
 M\ddot{z} + 2c(z - \alpha_0 A_n(t)) &= 0 \\
 -2\alpha_0 cz + 2\varphi_{66}A_n''(t) + (2\varphi_{22} + 2\alpha_0^2 c)A_n(t) + \\
 + \varphi_{44}D_n(t) + \varphi_{55}B_n(t) &= 0 \\
 2\varphi_{77}D_n''(t) + 2\varphi_{11}D_n(t) + \varphi_{44}A_n(t) &= 0 \quad (8) \\
 2\varphi_{88}B_n''(t) + 2\varphi_{33}B_n(t) + \varphi_{55}A_n(t) &= 0
 \end{aligned}$$

Burada, $\alpha_0 = \frac{r_0^2}{r_1^2} \sin \frac{m\pi(r_0 - r_2)}{r_1 - r_2} \cos \gamma, n = 1, 3, 5, \dots$

Boyuna qabırğalarla möhkəmləndirilmiş, elastiki mühitlə kontaktda olan konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə birlikdə Vinkler modeli halında məxsusi rəqs tezliklərini tapmaq üçün (8) sisteminin həllini $z = z^* \sin \omega t, A_n = A_n^* \sin \omega t, B_n = B_n^* \sin \omega t, D_n = D_n^* \sin \omega t$ axtarsaq və sistemdə yerinə yazsaq z^*, A_n^*, B_n^*, D_n^* sabitlərinə nəzərən cəbri tənliklər sistemi alarıq:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{2c}{M} - \omega^2\right)z^* - \frac{2c\alpha_0}{M}A_n^* &= 0 \\
 -2\alpha_0 cz^* + (2\varphi_{22} - 2\varphi_{66}\omega^2 + 2\alpha_0^2 c)A_n^* + \varphi_{44}D_n^* + \varphi_{55}B_n^* &= 0 \\
 \varphi_{44}A_n^* + (2\varphi_{11} - 2\varphi_{77}\omega^2)D_n^* &= 0 \quad (9) \\
 \varphi_{55}A_n^* + (2\varphi_{33} - 2\varphi_{88}\omega^2)B_n^* &= 0
 \end{aligned}$$

(9) sistemi bircins xətti cəbri tənliklər sistemi olduğundan, onun trivial olmayan həllinin varlığı üçün zəruri və kafi şərt onun baş determinantının sıfıra bərabər olmasıdır. Nəticədə, məxsusi rəqs tezliklərini tapmaq üçün aşağıdakı tezlik tənliyini alarıq $\lambda = \omega^2$:

$$\begin{aligned}
 8\varphi_{66}\varphi_{77}\varphi_{88}\lambda^4 - \left(T_1 + \frac{16c}{M}\varphi_{66}\varphi_{77}\varphi_{88}\right)\lambda^3 + \left(T_2 + \frac{2c}{M}T_1 - \right. \\
 \left. - 16c^2\alpha_0^2\varphi_{77}\varphi_{88}\right)\lambda^2 - \left(T_3 + \frac{2c}{M}T_2 + 16c^2\alpha_0^2\varphi_{11}\varphi_{88} + \right.
 \end{aligned}$$

$$+16c^2 \alpha_0^2 \varphi_{33} \varphi_{77}) \lambda - \frac{2c}{M} T_3 - 16c^2 \alpha_0^2 \varphi_{33} \varphi_{77} = 0 \quad (10)$$

Bu tənliyi Ferrari üsulu ilə həll edərək, köklər üçün alırıq²:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left[- \left(\frac{A}{2} + \eta_1 \right) \pm \sqrt{\left(\frac{A}{2} + \eta_1 \right)^2 - 4 \left(\frac{y_0}{2} + \eta_2 \right)} \right] \quad (11)$$

$$\lambda_{3,4} = \frac{1}{2} \left[- \left(\frac{A}{2} - \eta_1 \right) \pm \sqrt{\left(\frac{A}{2} - \eta_1 \right)^2 - 4 \left(\frac{y_0}{2} - \eta_2 \right)} \right]$$

Burada, $\eta_1^2 = \frac{A^2}{4} - B + y_0$; $\eta_2^2 = \frac{y_0^2}{4} - D$

$$A = (8\varphi_{66}\varphi_{77}\varphi_{88})^{-1} \left(T_1 + \frac{16c}{M} \varphi_{66}\varphi_{77}\varphi_{88} \right); D = -\frac{2c}{M} T_3 - 16c^2 \alpha_0^2 \varphi_{33}\varphi_{77}$$

$$B = (8\varphi_{66}\varphi_{77}\varphi_{88})^{-1} \left(T_2 + \frac{2c}{M} T_1 - 16c^2 \alpha_0^2 \varphi_{77}\varphi_{88} \right)$$

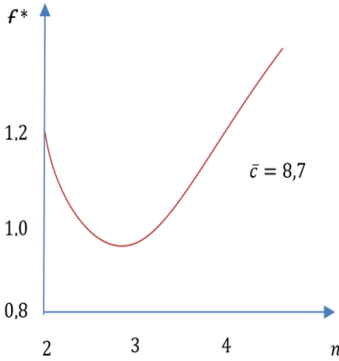
$$C = (8\varphi_{66}\varphi_{77}\varphi_{88})^{-1} \left(T_3 + \frac{2c}{M} T_2 + 16c^2 \alpha_0^2 \varphi_{11}\varphi_{88} + 16c^2 \alpha_0^2 \varphi_{33}\varphi_{77} \right)$$

Alınmış (10) tənliyinin (11) kökləri ədədi üsulla hesablanmışdır. Parametrlər üçün aşağıdakı qiymətlər götürülmüşdür: $r_1 = 160$ mm, $r_2 = 85$ mm, mil bucaqlı şəklində $5 \times 5 \times 1$ (mm-də), $k_1 = 32$, $m = 1$, $\gamma = \frac{13\pi}{180}$, örtüyün hündürlüyü 320 mm qəbul edilmişdir.

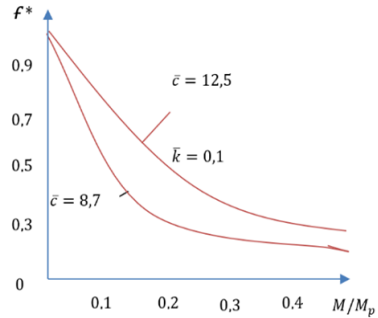
Hesablamaların nəticələri Qrafik 1-də tezlik parametrini $f^* = \frac{\omega}{2\pi}$ –nin n –dən, Qrafik 2 və Qrafik 3-də sistemin minimal məxsusi rəqs tezliklərini qabırğalarla möhkəmləndirilmiş örtüyün minimal

² R.A. İskanderov, H. Shafiei Matanagh Free vibrations of a conical shell with spring associated mass and stiffened with a cross system of ribs in medium // International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering (IJTPE) - June 2020, Issue 43, - Volume 12, - Number 2, - pages 1-5.

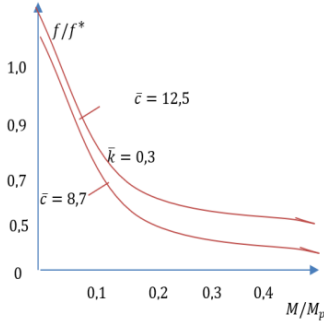
məxsusi rəqs tezliklərinə olan nisbətindən asılılığı şəklində müxtəlif $\bar{k} = \frac{k}{D}$ qiymətləri və $\bar{c} = \frac{c}{D}$ üçün verilmişdir. Qrafik 4-də sistemin minimal məxsusi rəqs tezliklərini boyuna qabırğalarla möhkəmləndirilmiş örtüyün minimal məxsusi rəqs tezliklərinə olan nisbətindən boyuna çubuqların sayından asılılığı göstərilmişdir. Qrafik 1-dən görüldüyü kimi n ədədi artdıqca sistemin minimal məxsusi rəqs tezlikləri əvvəlcə azalır, sonra minimum qiymət alaraq artır. Qrafik 2 və Qrafik 4 göstərir ki, M/M_p nisbəti (M_p –örtüyün qabırğalarla birlikdə kütləsidir) artdıqca sistemin minimal məxsusi rəqs tezlikləri azalır və əksinə, $\bar{k} = \frac{k}{D}$ nisbəti artdıqca və yayın sərtliyi artdıqca sistemin minimal məxsusi rəqs tezlikləri artır. Bu onunla izah olunur ki, $\bar{k} = \frac{k}{D}$ nisbətindən



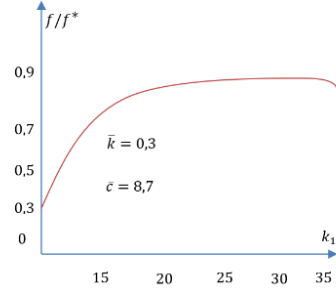
Qrafik 1. Örtüyün məxsusi rəqs tezliklərinin dairəvi istiqamətdəki dalğa ədədindən asılılığı



Qrafik 2. Örtüyün məxsusi rəqs tezliklərinin yükün kütləsindən asılılığı



Qrafik 3. Örtüyün məxsusi rəqs tezliklərinin yükün kütləsindən asılılığı



Qrafik 4. Örtüyün məxsusi rəqs tezliklərinin boyuna qabırğaların sayından asılılığı

artması mühitin sərtliyinin artmasına səbəb olur. Qrafik 7-dən görüldüyü kimi boyuna qabırğaların sayı artdıqca sistemin məxsusi rəqs tezlikləri əvvəlcə artır, müəyyən artımdan sonra azalmağa başlayır. Buna səbəb çubuqların sayının sonrakı artımının onların kütlələri cəminin artmasına və son nəticədə sistemin rəqslərinə ətalət təsirinin güclənməsinə səbəb olur.

Anoloji məsələ Pasternak modeli üçün də yerinə yetirilmişdir.

Üçüncü paragrafda elastiki mühitlə dinamik təmasda olan halqavari qabırğalarla möhkəmləndirilmiş dairəvi qapalı kəsik konik örtükdən, örtüyə diametral əks nöqtələrdə eyni sərtlikli iki yayla birləşdirilmiş kütlədən ibarət sistemin sərbəst rəqslərinin tezlikləri tədqiq olunmuşdur. Bu halda L –in ifadəsini almaq üçün (1) ifadəsində $E_i = 0$, və $F_1 = 0$ götürmək lazımdır. (6) ifadələrinə daxil olan sıraların n –ci toplananına nəzərən tam enerjinin ifadəsi aşağıdakı şəkildədir:

$$\begin{aligned}
 L = & \beta_{11} D_n^2(t) + \beta_{22} A_n^2(t) + \beta_{33} B_n^2(t) + \beta_{44} A_n(t) D_n(t) + \\
 & + \beta_{55} A_n(t) B_n(t) + (z - w_0 \cos \gamma)^2 c + \\
 & + \beta_{66} A_n'^2 + \beta_{77} D_n'^2 + \beta_{88} B_n'^2 + \frac{1}{2} M \dot{z}^2
 \end{aligned} \quad (12)$$

Burada,

$$\begin{aligned}
\beta_{11} = & \frac{\pi Eh}{2(1-\nu^2)r_1^4 \sin \gamma} \left[\left(\frac{2+\alpha}{\alpha} R_4 + \frac{\alpha^2}{48} R_6 + \frac{5}{2\alpha} (r_1^2 + r_2^2 - 12) R_2 \right) + \frac{\sin^2 \gamma}{\pi} R_4 + \right. \\
& + \frac{3(r_1+r_2) \sin \gamma r_1^4}{8\pi^2 m^2} R_1 + 2\nu \sin^2 \gamma \frac{7}{20} R_4 + \frac{4\alpha-5}{\alpha^2} R_2 + \frac{60-24\alpha}{\alpha^4} \left. \right] + \\
& + \frac{D\pi}{4r_1^4} \sin \gamma \cos^2 \gamma R_1 + \frac{D(1-\nu)\pi}{4r_1^4} \frac{\cos^2 \gamma}{\sin \gamma} R_2 + \frac{\pi Eh}{4(1+\nu)r_1^4 \sin \gamma} \left(\frac{1}{8} R_4 + \right. \\
& \left. + \frac{3}{2\alpha^2} R_2 \right) n^2 \\
\beta_{22} = & \frac{\pi Eh}{2(1-\nu^2)r_1^4 \sin \gamma} \times \frac{1}{8} \cos^2 \gamma R_4 + \frac{D\pi}{2r_1^4} \sin^3 \gamma \times \\
& \times \left[2R_1 + \left(\frac{3}{2\alpha} + \frac{49}{8} \right) R_2 - \left(\frac{\alpha}{16} + \frac{5\alpha^2}{16} \right) R_4 + \frac{\alpha^4}{32} R_6 \right] + \\
& + \left\{ \frac{D\pi}{2r_1^4} \left[\frac{\cos^4 \gamma}{\sin^2 \gamma} T_1 + 4T_1 - \frac{1}{2} T_2 \cos^2 \gamma - T_2 \sin^2 \gamma \right] + \left(\frac{\alpha^2}{8} R_5 + \frac{1}{2} R_3 - \right. \right. \\
& \left. \left. 3R_1 \right) \sin^2 \gamma + \right. \\
& + \frac{\nu D\pi}{r_1^4} \left[2R_1 \sin^2 \gamma + \frac{3(1+\alpha)}{8\alpha} R_2 \sin^2 \gamma + R_2 \cos^2 \gamma \right] + \frac{\alpha(8\alpha-1)}{64} R_4 \sin^2 \gamma + \\
& + \left\{ \frac{D\pi}{2r_1^4} \left[\frac{1}{\alpha} R_1 \cos \gamma + \frac{\cos^2 \gamma}{2 \sin \gamma} R_1 - 2 \left(R_1 + \frac{1}{4} R_2 \right) \sin \gamma - \frac{1}{4} R_1 \cos^2 \gamma \right] + \right. \\
& \left. \frac{\nu D\pi}{r_1^4} \left(-R_1 - \frac{3+8\alpha}{8\alpha} R_2 + \frac{\alpha}{64} R_4 \right) + \frac{4(1-\nu)\pi D}{r_1^4} T_4 \sin \gamma \right\} n^2 + \\
& \frac{D\pi n^4}{4r_1^4 \sin \gamma} R_1 + \frac{k\pi Q(r_1, r_2, m)}{r_1^2} + \frac{\pi}{2r_1^4} \sum_j^{k_2} (E_j F_j r_j^2 \sin^2 \frac{r_j - r_2}{2} \alpha + \\
& + (1 - n^2)^2 E_j F_j \sin^2 \frac{r_j - r_2}{2} \alpha) + G_j I_{jkp} \sin \gamma \left(4 \sin^2 \frac{r_j - r_2}{2} \alpha \right. \\
& \left. + \alpha r_j \sin(r_j - r_2) \alpha + \frac{r_j^2 \alpha^2}{4} \cos^2 \frac{r_j - r_2}{2} \alpha \right) n^2 \left. \right]
\end{aligned}$$

$$\beta_{33} = \frac{\pi Eh \sin \gamma}{4(1+\nu)r_1^4} \left[\left(\frac{\alpha^2}{8} + \frac{1}{2} \right) R_3 - \frac{3}{2} R_4 + \left(2 - \frac{21}{2\alpha^2} \right) R_2 + \left(\frac{12}{\alpha^3} - 3 - \frac{4}{\alpha^2} \right) R_1 \right] + \frac{(1-\nu)D}{2r_1^4} T_4 \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma + \frac{\pi Eh}{2(1-\nu^2)r_1^4 \sin \gamma} \left(R_4 - \frac{3}{8\alpha^2} R_2 \right) n + \frac{\pi n^2}{2r_1^4} \sum_{j=1}^{k_2} E_j F_j r_j^2 \sin^2 \frac{r_j - r_2}{2} \alpha;$$

$$\beta_{44} = \frac{\pi Eh}{2(1-\nu^2)r_1^4} \left[2\nu \cos \gamma \left(\frac{1}{2} R_4 + \frac{3(1+\alpha)}{\alpha^2} R_2 + \frac{6}{\alpha^2} R_1 \right) + \frac{\cos \gamma}{\alpha} \left(R_3 - \frac{3R_1^2}{m\pi} \right) \right] + \frac{D\pi}{2r_1^4} \left[-\frac{1}{2\alpha} \frac{\cos^3 \gamma}{\sin \gamma} R_1 + \frac{1}{2} T_3 \sin 2\gamma + \cos \gamma \left(-\frac{1}{2\alpha} R_1 \cos^2 \gamma + T_3 \sin^2 \gamma \right) \right] + \frac{\nu D \pi}{2r_1^4} \sin 2\gamma \left(\frac{7}{4\alpha} R_1 + \frac{11}{24} \right);$$

$$\beta_{55} = \frac{4D\pi(1-\nu)n}{2r_1^4} T_4 \sin 2\gamma + \frac{\pi}{2r_1^4} \sum_{j=1}^{k_2} E_j F_j r_j^2 \sin^2 \frac{r_j - r_2}{2} \alpha$$

$$\beta_{66} = \frac{\pi}{2gr_1^4} \sum_{j=1}^{k_2} \gamma_j F_j r_j^4 \sin^2 \frac{r_j - r_2}{2} \alpha + \frac{\pi \gamma_1 h}{2gr_1^4 \sin \gamma} T_7$$

$$\beta_{77} = \frac{\pi}{2gr_1^4} \sum_{j=1}^{k_2} \gamma_j F_j r_j^4 \cos^2 \frac{r_j - r_2}{2} \alpha + \frac{\pi \gamma_1 h}{2gr_1^4 \sin \gamma} T_8$$

$$\beta_{88} = \frac{\pi}{2gr_1^4} \sum_{j=1}^{k_2} \gamma_j F_j r_j^4 \sin^2 \frac{r_j - r_2}{2} \alpha + \frac{\pi \gamma_1 h}{2gr_1^4 \sin \gamma} T_7$$

(12) ifadəsini (5) Laqranj tənliyində yerinə yazsaq, Vinkler modeli halında adi diferensial tənlikdən ibarət sistem alırıq. Halqalarla möhkəmləndirilmiş, elastiki mühitlə kontaktda olan konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə birlikdə Vinkler modeli halında məxsusi rəqs tezliklərini tapmaq üçün alınan sisteminin həllini $z = z^* \sin \omega t$, $A_n = A_n^* \sin \omega t$, $B_n = B_n^* \sin \omega t$, $D_n = D_n^* \sin \omega t$

şəklində axtarsaq və sistemdə yerinə yazsaq z^*, A_n^*, B_n^*, D_n^* sabitlərinə nəzərən cəbri tənliklər sistemi alırıq. Alınmış sistem bircins xətti cəbri tənliklər sistemi olduğundan, onun baş determinantının sifira bərabər etməklə, məxsusi rəqs tezliklərini tapmaq üçün tezlik tənliyini qurulmuş və Ferrari üsulu ilə həll kökləri tapılmışdır.

Anoloji məsələ mühitin təsiri Pasternak modeli kimi modelləşdirilən hal üçün də yerinə yetirilmişdir.

Dördüncü paragrafda elastiki mühitlə dinamik təmasda olan şəbəkə formasında mil və halqalarla gücləndirilmiş konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə birlikdə sərbəst rəqsləri tədqiq olunmuşdur. Məsələ öz həllini həm Vinkler və həm də Pasternak modeli üçün tapmışdır. (6) ifadələrinə daxil olan sıraların $n - ci$ toplananına nəzərən tam enerjinin ifadəsi alınmış, (5) Laqranj tənliyində yerinə yazılmaqla adi diferensial tənlikdən ibarət sistem qurulmuşdur. Eyni qayda ilə məxsusi rəqs tezliklərini tapmaq üçün cəbri tənliklər sistemi alınmış və nəticədə tezlik tənliyi qurulmuş və Ferrari üsulu ilə həll edilmişdir.

III fəsildə möhkəmləndirilmiş konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə bircins özlü-elastiki mühitdə birgə rəqslərinin tədqiqi məsələlərinə baxılmışdır. Mühitin təsirini nəzərə almaq üçün özlü-elastiki Pasternak modellərindən istifadə olunmuşdur. Fəsil dörd yarım fəsildən ibarətdir. Birinci yarım fəsildə möhkəmləndirilmiş konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə bircins özlü-elastiki mühitdə birgə rəqslərinin tədqiqi məsələsinin qoyuluşu verilmişdir.

Mühitin təsirini nəzərə almaq üçün özlü-elastiki mühitlər üçün dinamik Pasternak modelindən istifadə olunmuşdur:

$$q = \left(\vartheta_0 + \vartheta_8 \frac{d^2}{dx^2} \right) w - \int_{-\infty}^t \Omega(t - \tau) w(\tau) d\tau \quad (13)$$

Burada, $\Omega(t - \tau) = A_* e^{-\Psi(t - \tau)}$, A_* , Ψ , ϑ_0, ϑ_8 – sabitlər, w – örtüyün əyintisidir.

Tədqiq olunan konstruksiya konik örtükdən, özlü-elastiki mühitdən, möhkəmləndirilməkdə istifadə olunan qabırğalardan, konik

örtüyə yayla bağlanmış yükdən ibarət olduğundan onların enerjilərinin ifadələri, II fəsil-də olduğu kimi yazılır, Laqranj tənliyinin köməyi ilə tezlik tənliyi qurulur və kökləri tapılır.

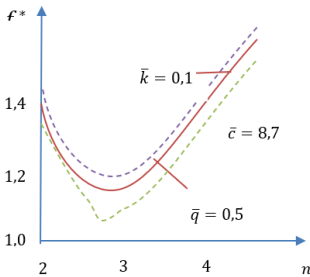
İkinci yarımfəsildə boyuna qabırğalarla möhkəmləndirilmiş konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə bircins özlü-elastiki mühitdə birgə rəqslərinə baxılmışdır. Aşağıdakı tezlik tənliyi alınmışdır:

$$\begin{aligned}
 & 8\varphi_{66}\varphi_{77}\varphi_{88}\lambda^5 - \left(T_1 + \left(\frac{16c}{M} - 8\Psi^2 \right) \varphi_{66}\varphi_{77}\varphi_{88} \right) \lambda^4 \\
 & \quad + \left(T_2 + \frac{2c}{M}T_1 - 16c^2 \alpha_0^2 \varphi_{77}\varphi_{88} - \right. \\
 & \quad - \left(T_1 + \frac{16c}{M} \varphi_{66}\varphi_{77}\varphi_{88} \right) - 16\tau\varphi_{77}\varphi_{88} \left. \right) \lambda^3 - \left(T_3 + \frac{2c}{M}T_2 + \right. \\
 & \quad + 16c^2 \alpha_0^2 \varphi_{11}\varphi_{88} + 16c^2 \alpha_0^2 \varphi_{33}\varphi_{77} + T_2\Psi^2 + 16\tau\varphi_{33}\varphi_{77} \\
 & \quad \quad \quad \left. + 16\tau\varphi_{11}\varphi_{88} + \frac{2c}{M}(T_1 - 16c^2 \alpha_0^2 \varphi_{77}\varphi_{88})\Psi^2 \right) \lambda^2 + \\
 & \quad + \left(-\frac{2c}{M}T_3 - 16c^2 \alpha_0^2 \varphi_{33}\varphi_{77} - T_3\Psi^2 + 16\tau\varphi_{11}\varphi_{33} - \right. \\
 & \quad \quad \quad \left. - \frac{2c}{M}(T_2\Psi^2 + 16\tau\varphi_{11}\varphi_{88}) - 16c^2 \alpha_0^2 \Psi^2(\varphi_{11}\varphi_{88} + \right. \quad (14) \\
 & \quad \quad \quad \left. + \varphi_{33}\varphi_{77}) \right) \lambda - \frac{2c}{M}(T_3\Psi^2 - 16\tau\varphi_{11}\varphi_{33}) - 16c^2 \alpha_0^2 \varphi_{11}\varphi_{33}\Psi^2 = 0
 \end{aligned}$$

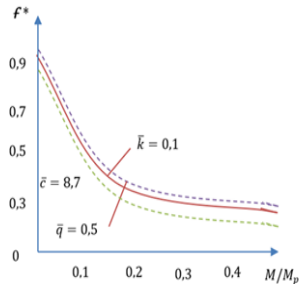
(14) tənliyinin kökləri ədədi üsulla tapılmışdır. Parametrlər üçün aşağıdakı qiymətlər götürülmüşdür: $r_1 = 160$ mm, $r_2 = 85$ mm, mil bucaqlı şəklində $5 \times 5 \times 1$ (mm) kimi götürülmüşdür, $k_1 = 32$, $m = 1$, $A_* = 0,0997$, $\Psi = 0,05$, $\gamma = \frac{13\pi}{180}$, $\frac{\tilde{q}_0}{\tilde{q}} = 0,1$, örtüyün hündürlüyü 320 mm qəbul edilmişdir.

Hesablamaların nəticələri Qrafik 5-də tezlik parametrini $f^* = \frac{\omega}{2\pi}$ -nin n -dən, Qrafik 6 və Qrafik 7-də sistemin minimal məxsusi rəqs tezliklərini qabırğalarla möhkəmləndirilmiş örtüyün minimal məxsusi rəqs tezliklərinə olan nisbətinin yükün kütləsindən asılılığı şəklində müxtəlif $\bar{k} = \frac{k}{D}$ (bütöv xətlər), $\bar{q} = \frac{\tilde{q}}{D}$ (qırıq xətlər) qiymətləri və $\bar{c} = \frac{c}{D}$ üçün verilmişdir. Qrafik 8-də sistemin minimal

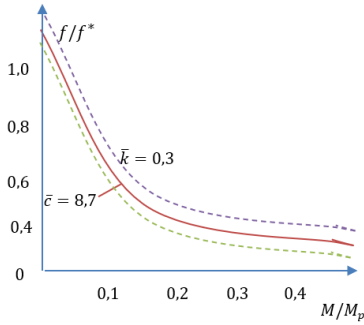
məxsusi rəqs tezliklərini millərlə möhkəmləndirilmiş örtüyün minimal məxsusi rəqs tezliklərinə olan nisbətini millərin sayından asılılığı göstərilmişdir. Qrafikdə ştrixlə göstərilən əyrilərə Pasternak modelinin tətbiqindən alınan nəticələr qeyd olunmuşdur. Qrafik 5-dən görüldüyü kimi n ədədi artdıqca sistemin minimal məxsusi rəqs tezlikləri əvvəlcə azalır, sonra minimum qiymət alaraq artır. Qrafik 6 və Qrafik 7 göstərir ki, M/M_p nisbəti (M_p –örtüyün qabırğalarla birlikdə kütləsidir) aradıqca sistemin minimal məxsusi rəqs tezlikləri azalır və əksinə, Pasternak modeli halında yalnız boyuna qabırğalarla möhkəmləndirilmiş elastiki mühitlə kontaktda olan konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə birlikdə $\bar{k} = \frac{k}{D}$, $\bar{q} = \frac{\tilde{q}}{D}$ nisbətləri və yayın sərtliyi artdıqca artdıqca sistemin minimal məxsusi rəqs tezlikləri artır. Bu onunla izah olunur ki, $\bar{k} = \frac{k}{D}$ və $\bar{q} = \frac{\tilde{q}}{D}$ nisbətlərinin artması mühitin sərtliyinin artmasına səbəb olur. Qrafik 8-dən görüldüyü kimi boyuna qabırğaların sayı artdıqca sistemin məxsusi rəqs tezlikləri əvvəlcə artır, müəyyən artımdan sonra azalmağa başlayır. Buna səbəb çubuqların sayının sonrakı artımının onların kütlələri cəminin artmasına və son nəticədə sistemin rəqslərinə ətalət təsirinin güclənməsinə səbəb olur.



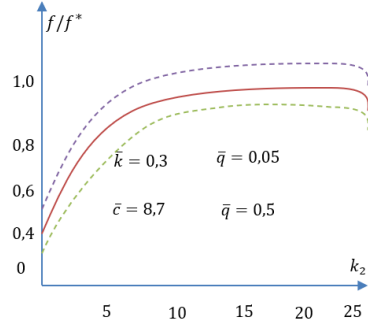
Qrafik 5. Örtüyün məxsusi rəqs tezliklərinin dairəvi istiqamətdəki dalğa ədədindən asılılığı



Qrafik 6. Örtüyün məxsusi rəqs tezliklərinin yükün kütləsindən asılılığı



Qrafik 7. Örtüyün məxsusi rəqs tezliklərinin yükün kütləsindən asılılığı



Qrafik 8. Örtüyün məxsusi rəqs tezliklərinin boyuna qabırğaların sayından asılılığı

Qrafiklərdə nöqtələrlə qeyd olunmuş əyriyə mühtin özlülüyünün nəzərə alınmasına, digər iki əyriyə mühtin elastiki halı uyğun gəlir. Göründüyü kimi mühtin özlülüyünün nəzərə alınması sistemin məxsusi rəqs tezliklərinin azalmasına səbəb olur.

Üçüncü yarımfəsildə anoloji məsələ halqavari qabırğalarla möhkəmləndirilmiş konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə bircins özlü-elastiki mühitdə birgə rəqsləri, dördüncü yarımfəsildə şəbəkə əmələ gətirən qabırğalarla möhkəmləndirilmiş konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə bircins özlü-elastiki mühitdə birgə rəqsləri tədqiqi olunmuşdur.

IV fəsildə möhkəmləndirilmiş konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə qeyri-bircins özlü-elastiki mühitdə birgə rəqslərinin tədqiqi məsələlərinə baxılmışdır. Mühtin təsirini nəzərə almaq üçün elastiki qeyri-bircins mühitlər üçün Vinkler modelindən istifadə olunmuşdur:

$$q_r = k_0 \left(1 - \xi \frac{r - r_2}{r_1 - r_2} \right) w \quad (15)$$

Burada, k_0 –sabit, w –örtüyün əyintisi, l –konusun doğuranının uzunluğu, γ – konusun doğurarı ilə oxu arasındakı bucaq, ξ –qeyri-bircinslik parametridir və $\xi \in [-1; 1]$.

Fəsil dörd paraqraftan ibarətdir. Birinci paraqrafta möhkəmləndirilmiş konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə qeyri-bircins elastiki mühitdə birgə rəqslərinin tədqiqi məsələsinin qoyuluşu verilmişdir. İkinci yarımfəsildə boyuna qabırğalarla möhkəmləndirilmiş konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə qeyri-bircins elastiki mühitdə birgə rəqslərinə baxılmışdır.

Üçüncü yarımfəsildə analogi məsələ halqavari qabırğalarla möhkəmləndirilmiş konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə qeyri-bircins elastiki mühitdə birgə rəqsləri, dördüncü yarımfəsildə şəbəkə əmələ gətirən qabırğalarla möhkəmləndirilmiş konik örtüyün ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə qeyri-bircins elastiki mühitdə birgə rəqsləri tədqiqi olunmuşdur. Məsələnin həllində energetik üsuldən istifadə olunur.

Tədqiq olunan konstruksiya konik örtükdən, özlü-elastiki mühitdən, möhkəmləndirilmədən istifadə olunan qabırğalardan, konik örtüyə yayla bağlanmış yükədən ibarət olduğundan onların enerjilərinin ifadələri (1)-də verilmişdir. Fərq ondan ibarətdir ki, (1)-ə daxil olan A işi aşağıdakı kimi hesablanacaq:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\pi k_0}{r_1^4 l} \left[\frac{1}{12} (r_2^6 - r_1^6) + \frac{5(r_2 - r_1)(r_1^2 - r_2^2)(r_1^2 + r_2^2 - 12)}{4\pi m} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\xi}{l} \Phi(r_1, r_2, m) \right] (A_1^2(t) + A_3^2(t) + \dots) = \\
 &= F(r_1, r_2, m)(A_1^2(t) + A_3^2(t) + \dots); \Phi(r_1, r_2, m) = \frac{r_1^7 - r_2^7}{14} \\
 &\quad - \frac{r_1^6(r_1 - r_2)}{4\pi m} \frac{\sin 2\pi m(r_1 - r_2)}{r_1 - r_2} - \frac{3(r_1 - r_2)^2}{4\pi^2 m^2} \times \\
 &\quad \left(r_1^5 \frac{\cos 2\pi m(r_1 - r_2)}{r_1 - r_2} - r_2^5 \right) + \frac{45r_1^4(r_1 - r_2)^3}{4\pi^3 m^3} \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{\sin 2\pi m(r_1 - r_2)}{r_1 - r_2} + \frac{45(r_1 - r_2)^3}{\pi^3 m^3} \times \quad (16) \\
& \times \left(r_1^3 \frac{\cos 2\pi m(r_1 - r_2)}{r_1 - r_2} - r_2^3 \right) - \frac{135(r_1 - r_2)^5}{2\pi^5 m^5} \left(r_1 \frac{\cos 2\pi m(r_1 - r_2)}{r_1 - r_2} - r_2 \right) - \\
& - \frac{135r_1^2(r_1 - r_2)^4 \sin 2\pi m(r_1 - r_2)}{2\pi^4 m^4} - \frac{135(r_1 - r_2)^6}{4\pi^5 m^5} \times \\
& \times \frac{\sin 2\pi m(r_1 - r_2)}{r_1 - r_2}; F(r_1, r_2, m) = \frac{\pi k_0}{r_1^{4l}} \left[\frac{1}{12} (r_2^6 - r_1^6) + \right. \\
& \left. + \frac{5(r_2 - r_1)(r_1^2 - r_2^2)(r_1^2 + r_2^2 - 12)}{4\pi m} - \frac{\xi}{l} \Phi(r_1, r_2, m) \right]
\end{aligned}$$

Məsələnin həlli səhində müntəzəm yerləşmiş çubuqlarla möhkəmləndirilmiş, qeyri-bircins elastiki mühitlə təmasda olan dairəvi qapalı kəsik konik örtükdən və örtüyə diametral əks nöqtələrdə eyni sərtlikli iki yayla birləşdirilmiş kütlədən ibarət sistemin rəqslərinin tədqiqi (5) Laqranj tənliyinin (16) ifadəsini nəzərə almaqla inteqrallanmasına gətirilir. Nəticədə tezlik tənliyi alınmışdır. Göstərilmişdir ki, mühitin qeyri-bircinslik parametrinin qiyməti artdıqca, mühitin sərtliyinin artdığından sistemin məxsusi rəqs tezlikləri azalır.

NƏTİCƏLƏR

Dissertasiya işində bircins və qeyri-bircins, özlü-elastiki mühitlə təmasda olan, qabırğalarla möhkəmləndirilmiş konik formalı qabıqdan ibarət konstruksiyanın sərbəst rəqslərinin tezliklərinin tədqiqinə həsr olunmuşdur. Konik qabığın gücləndirilməsinin üç variantı nəzərdən keçirilmişdir: 1) doğuranı istiqamətində bərkidirilmiş qabırğalarla; 2) halqaşəkilli qabırğalarla; 3) qarşılıqlı perpendikulyar yerləşən qabırğalarla. Hər üç halda tədqiq olunan obyektin rəqs tezliklərini tapmaq üçün tənlik qurulmuş və kökləri tapılmışdır. Məsələnin həllində ikinci növ Laqranj tənliyindən, Vinkler və Pasternak modellərindən istifadə olunmuşdur. Aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

- M/M_p nisbəti (M –yükün kütləsi, M_p –örtüyün qabırğalarla birlikdə kütləsidir) aradıqca sistemin minimal məxsusi rəqs tezlikləri azalır;

- qabırğaların sayı artdıqca sistemin məxsusi rəqs tezlikləri əvvəlcə artır, müəyyən artımdan sonra azalmağa başlayır;

- mühitin özlülüyünün nəzərə alınması sistemin məxsusi rəqs tezliklərinin azalmasına səbəb olur;

- yayın sərtliyi artdıqca sistemin məxsusi rəqs tezlikləri artır;

- mühitin qeyri-bircinslik parametrinin qiyməti artdıqca, sistemin məxsusi rəqs tezlikləri artır.

Dissertasiya işinin mövzusunə dair dərc olunmuş elmi əsərlərin siyahısı

1. İskanderov, R.A., Shafiei Matanagh, H. M. Free vibrations of longitudinally reinforced conical shell with spring assoc. Problems of computational mechanics and strength of structures // - Dnepropetrovsk: National University named after Oles Honchar. -2017. vol.26, p 175-184.
2. İskanderov, R.A., Shafiei Matanagh, H. M. Boyuna çubuklarla möhkəmləndirilmiş konik örtüyün yayla birləşdirilmiş yüklə mühitlə sərbəst rəqsləri. İnşaatın və inşaat təhsilinin müasir problemləri. Konfrans, -Bakı: -2017, , səh. 399-400.
3. İskanderov, R.A., Shafiei Matanagh, H. M. Free vibrations of lateral reinforced conical shell with spring associated mass in medium. IJTPE Journal International Journal on Technical and physical problems of engineering // -2017 vol. 32, p 48 - 52
4. Shafiei Matanagh, H. M. Eninə çubuqlarla möhkəmləndirilmiş konik örtüyün yayla bərkidilmiş kütlə ilə birgə mühitdə sərbəst rəqsləri. Azərbaycan Xalq Cümhuriyyətinin 100 illikyubileyinə həsr edilən "Doktorantların və gənc tədqiqatçıların XXII Respublika elmi konfransının materialları. –Bakı: -2018, səh. 398-400.
5. İskanderov, R.A., Shafiei Matanagh, H. M. Свободные колебания продольно подкрепленной конической оболочки смассой, присоединенной на пружинах, контактирующей с неоднородной средой. Проблемы вычислительной механики и прочности конструкций. Дніпро Ліра //Dnepropetrovsk: - 2019, № 29, с. 221 – 230.
6. İskanderov, R.A., Shafiei Matanagh, H. M. Free vibrations of a conical shell with spring associated mass and stiffened with a cross system of ribs in medium. International Journal on “Technical and Physical Problems of Engineering”// - 2020, vol. 43, No. 3, p 1 – 5.

7. Shafiei Matanagh, H. M. Free vibrations of a conical shell with spring associated mass and stiffened in medium. Engineering mechanics //-AzASU – 2020, No. 1, p 101 – 108.
8. Shafiei Matanagh, H. M. Halqalarla möhkəmləndirilmiş konik örtüyün ona yayla bərkidilmiş kütlə ilə qeyri-bircins elastiki mühitdə birgə rəqslərinin tədqiqi. Mühəndis mexanikası // - AzMİU, - 2021, № 1 – 2, s. 52 – 61.
9. Shafiei Matanagh, H. M. Conical cover reinforced with netting ribs, spring connected to non-alloy elastic media a study of dance with the mass. Engineering Mechanics Scientific and Technical Journal // - AzASU, - 2023 Issue 14 Volume 6 Number 2 Pages 20-25.
10. Shafiei Matanagh, H. M. Şəbəkəli qabırğalarla möhkəmləndirilmiş konik örtüyün qeyri-bircins elastiki mühitdə ona yayla birləşdirilmiş kütlə ilə birgə rəqslərinin tədqiqi. Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti və İstanbul Texniki Universiteti // - 2023, s. 232 – 236.
11. Shafiei Matanagh, H. M. Möhkəmləndirilmiş konik örtüyün qeyri-bircins elastiki mühitdə rəqslərinin tədqiqi. İstehsalatda innovativ texnika və texnologiyaların tətbiqi perspektivləri // - AzMİU, - 2023, s 142 – 147.

Çap edilmiş işlərdə iddiaçının şəxsi töhvəsi

[1-11] – sayılı elmi işlər məsələnin qoyuluşu istisna olunmaqla hamısı müəllif tərəfindən yürünə yetirilib.

Dissertasiyanın müdafiəsi "30" oktyabr 2025-ci il tarixində saat 10:00-da Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən FD 2.37 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: Az 1073, Bakı şəhəri, Ayna Sultanova küçəsi 11, AzMİU, II korpus, Akt zalı.

Dissertasiya işi ilə Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat "26 sentyabr 2025-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.



Çapa imzalanıb: 23.09.2025

Kağızın formatı: A5

Həcm: 36827

Tiraj: 100 nüsxə