

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

EHTİYATLARIN İDARƏ EDİLMƏSİ SİSTEMLƏRİNDƏ KÜTLƏVİ XİDMƏT MODELLƏRİNİN TƏTBİQİ

İxtisas: 3338.01 Sistemli analiz, idarəetmə və
informasiyanın işlənməsi

Elm sahəsi: Texnika elmləri

İddiaçı: **Məmməd Oqtay oğlu Şahmalıyev**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Sumqayıt - 2021

Dissertasiya işi Milli Aviasiya Akademiyası İnformasiya texnologiyaları kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: AMEA-nın müxbir üzvü, texnika elmləri doktoru, professor
Ağası Zərbəli oğlu Məlikov

Rəsmi opponentlər: texnika elmləri doktoru, professor
Səyyəddin Məşədi oğlu Cəfərov
texnika elmləri doktoru, professor
Ələkbər Əli Ağa oğlu Əliyev
texnika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent
Şəhla Surxay qızı Hüseynzadə

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Sumqayıt Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən FD 2.25 Dissertasiya Şurası

Dissertasiya şurasının sədri: texnika elmləri doktoru, professor
Aqil Həmid oğlu Hüseynov

Dissertasiya şurasının elmi katibi: texnika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent



Furqay Kilim oğlu Hüseynov

Elmi seminarın sədri: texnika elmləri doktoru, professor
Valeh Azad oğlu Mustafayev

İŞİN ÜMÜMİ XARAKTERİSİTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Klassik Kütəlvı Xıdmət Sıstemlərı (KXS) nəzəriyyəsındə fərz olunur ki, sıstemın resursları (ehtiyatları) sonsuzdur və daxil olan sorğulara xıdmət göstərilməsi üçün bir (və ya bir neçə) serverin boş olması kifayətdır. Dıgər tərəfdən, ehtiyatların idarə edilməsi nəzəriyyəsındə fərz olunur ki, sorğuların xıdmət olunması vaxtı sıfıra bərabərdir, yəni bu modellərdə növbələrin yaranması nəzərə alınmır. Lakin bu fərziyyələr bir çox real KXS-lərdə və ehtiyatların idarə edilməsi sıstemlərındə ödənilmir. Başqa sözlə, məhdud ehtiyatları olan KXES-lərin (Queuing-Inventory Systems, QIS, Kütəlvı Xıdmət-Ehtiyatlanma Sıstemlərı) öyrənilməsi vacibdir. Bu tip modellər, əsasən, xıdmət-logistika sıstemlərinin riyazi modelləşdirilməsi zamanı tətbiq olunur.

Qeyd etmək lazımdır ki, KXES nəzəriyyəsının əsasları keçən əsrin sonlarında amerikalı alimlər K. Sigman, D. Simchi-Levi və azərbaycanlı alim A. Məlikov tərəfindən qoyulmuşdur. Son dövrlərdə bu nəzəriyyə müxtəlif alimlər tərəfindən sürətlə inkişaf etdirilir.

İlkin KXES modelləri, əsasən, ehtiyatları heç vaxt xarab olmayan sıstemlərin tədqiqinə həsr olunmuşdur. Eyni zamanda, ehtiyatları xarab olan sıstemlər (Perishable Queuing-Inventory Systems, PQIS, EX-KXES) nisbətən az tədqiq olunmuşdur. Bu tip sıstemlərə misal olaraq qan bankı sıstemlərini, müxtəlif ərzaq və ya dərman anbarlarını və s. göstərmək olar.

Geniş tədqiq olunan KXES modellərində, bir qayda olaraq, fərz olunur ki, sorğunun xıdməti başa çatdıqdan sonra anbarda ehtiyatların səviyyəsi azalır. Lakin bir çox real sıstemlərdə bu fərziyyə ödənilmir. Başqa sözlə, bəzi hallarda anbarda ehtiyatların səviyyəsi xıdmət başa çatdıqdan sonra dəyişməz qalır. Buna nümunə olaraq, hər hansı məhsulun satışı sıstemini misal gətirmək olar. Belə ki, satıcı tərəfindən xıdmət göstərilən müştəri məhsulu aldığı halda anbardakı ehtiyatların səviyyəsi azalır, əks halda isə dəyişməz qalır. Bu tip sıstemlər demək olar ki, son dövrlərə qədər tədqiq olunmamış

və bu istiqamətdə araşdırmalar yalnız son illərdə vüsət almağa başlamışdır.

Qeyd etmək lazımdır ki, məlum şərtlər qəbul edildikdə baxılan sistemlərin riyazi modelləri çoxölçülü Markov zəncirləri (Markov chains, MC) ilə təsvir olunur. Bunun nəticəsində, onların keyfiyyət göstəricilərinin (Quality of Service, QoS) hesablanması üçün uyğun Markov modellərinin vəziyyətlərinin stasionar ehtimallarının tapılması məsələsi ortaya çıxır. Bu məsələ kiçik ölçülü Markov modelləri üçün heç bir problem yaratmasa da, real sistemlərin ölçüləri çox böyük olduğundan qeyd edilən məsələ ciddi hesablama çətinlikləri ilə qarşılaşır. Bu məsələnin həlli üçün ədəbiyyatdan məlum üsulların tətbiqi bir çox hallarda istənilən nəticəni vermir və buna görə də, daha səmərəli üsulların yaradılmasına ehtiyac yaranır.

Mövcud ədəbiyyatın analizi göstərir ki, ehtiyatları xarab olan sistemlər yetərinə tədqiq edilməmişdir. Buna görə, dissertasiya işində ehtiyatları xarab olan sistemlərin adekvat riyazi modelləri təklif olunmuş və onların tədqiq olunması üçün dəqiq və təqribi üsullar yaradılmışdır.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Dissertasiya işinin məqsədi yeni adekvat EX-KXES riyazi modelləri təklif etmək, erqodiklik şərtlərini araşdırmaq, stasionar ehtimalları və keyfiyyət göstəricilərini hesablamaq və yaxşılaşdırmaq, optimallaşdırma məsələlərini həll etməkdir.

Tədqiqat metodları. Dissertasiya işində qoyulan məqsədlərə nail olmaq üçün kütləvi xidmət və ehtiyatların idarə edilməsi nəzəriyyələrindən, hesablama və simulyasiya metodlarından, Markov prosesləri nəzəriyyəsinin üsullarından, həmçinin riyazi tədqiqatlar üçün nəzərdə tutulmuş proqram təminatlarından istifadə edilmişdir.

Müdafiyyə çıxarılan əsas müddəalar. Dissertasiya işində aşağıdakı müddəalar müdafiyyə çıxarılmışdır:

1. Reallığa adekvat olan yeni EX-KXES modellər;
2. İriölçülü və sonsuz EX-KXES modellərinin vəziyyətlərinin stasionar ehtimallarının və keyfiyyət göstəricilərinin hesablanması və optimallaşdırılması üçün dəqiq və təqribi üsullar.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiya işindəki alınan əsas elmi yeniliklər aşağıdakılardır:

1. Ehtiyatların artırılması (EA) üçün müxtəlif qaydalardan istifadə edilməklə EX-KXES riyazi modelləri yaradılmışdır. Göstərilmişdir ki, əks əlaqə olmadıqda baxılan sistemlər iki ölçülü Markov zəncirləri (2D MC) ilə təsvir olunur.
2. Əks əlaqəli və ya orbiti olan EX-KXES-lərin riyazi modelləri yaradılmışdır. Göstərilmişdir ki, bu halda, baxılan sistemlər üçölçülü Markov zəncirləri ilə təsvir olunur.
3. Tədqiq olunan bütün modellərdə uyğun çoxölçülü Markov zəncirlərinin keçid matrisləri qurulmuş, stasionar ehtimalların tapılması üçün balans tənlikləri yaradılmış və erqodiklik şərtləri müəyyən olunmuşdur. Öyrənilən sistemlərin keyfiyyət göstəricilərinin hesablanması üçün uyğun düsturlar alınmışdır.
4. Hesablama çətinliklərini aradan qaldırmaq məqsədi ilə yaradılan modellər üçün fəza iriləşdirilməsi üsulu tətbiq olunmuş və onun digər məlum üsullarla müqayisədə səmərəliliyi isbat edilmişdir.
5. Təklif olunan alqoritmlər əsasında öyrənilən sistemlərin modelləri üçün ədədi eksperimentlər aparılmış və optimallaşdırma məsələləri həll edilmişdir. Fəza iriləşdirilməsi alqoritminin dəqiqliyi ədədi eksperimentlər vasitəsi ilə isbat olunmuş və nümayiş etdirilmişdir.
6. Vəziyyətlər fəzası sonsuz olan modellərin stasionar paylanması və keyfiyyət göstəricilərinin hesablanması üçün simulyasiya alqoritmləri təklif edilmişdir.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Təqdim olunan modelləri anbarı xarab olan ehtiyatlardan ibarət real sistemlərdə (qida/ərzaq, kimya və dərman sənayesində, qan banklarında və ehtiyat ömrü məhdud olan digər sistemlərdə) tətbiq etməklə sistemin keyfiyyət göstəricilərini hesablamaq, yaxşılaşdırmaq, müştəri məmnuniyyətini artırmaq, sistemin işini optimallaşdırmaq, anbarda izafi ehtiyat saxlamağın qarşısını almaq və xarab olacaq ehtiyatların həcmi minimumlaşdırmaq mümkündür. Əlavə olaraq, təklif olunmuş az mürəkkəbliyə malik təqribi alqoritmlər iriölçülü və sonsuz keçid

matrisli Markov modellərinin stasionar ehtimallarını və keyfiyyət göstəricilərini yüksək dəqiqliklə hesablamağa imkan verir.

Aprobasiya və tətbiqi. Dissertasiya işinin nəticələri aşağıdakı beynəlxalq və respublika səviyyəli elmi konfranslarda müzakirə edilmişdir:

1. Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 93-cü ildönümünə həsr olunmuş Gənc Tədqiqatçıların IV Beynəlxalq Elmi Konfransında (Bakı, 29-30 Aprel 2016).
2. Terpuqov adına “İnformasiya texnologiyaları və riyazi modelləşdirmə” XV beynəlxalq konfransında (Tomsk, Oktyabr 2016).
3. Terpuqov adına “İnformasiya texnologiyaları və riyazi modelləşdirmə” XVI beynəlxalq konfransında (Kazan, Sentyabr-Oktyabr 2017).
4. Terpuqov adına “İnformasiya texnologiyaları və riyazi modelləşdirmə” XVII beynəlxalq konfransında (Tomsk, 10-15 Sentyabr 2018).
5. Azərbaycan Xalq Cümhuriyyətinin 100 illik yubileyinə həsr olunmuş “İnformasiya Sistemləri və Texnologiyalar. Nailiyyətlər və Perspektivlər” beynəlxalq elmi konfransında (Sumqayıt, 15-16 Noyabr 2018).
6. “International Conference on Advances in Applied Probability and Stochastic Processes” beynəlxalq konfransında (Kottayam, Hindistan, 7-10 Yanvar 2019).

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı.

Dissertasiya işi “Azərbaycan Hava Yolları” QSC Milli Aviasiya Akademiyasında yerinə yetirilmişdir.

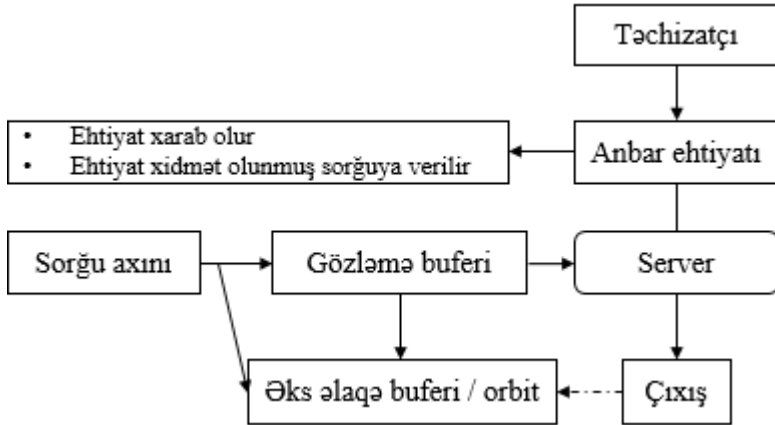
Dissertasiya işinin həcmi və strukturu. Dissertasiya işinin ümumi və struktur bölmələrinin işarə ilə həcmi təqribi olaraq aşağıdakı qaydada paylanmışdır:

- Ümumi – 180000 işarə
- Giriş – 11000 işarə
- Birinci fəsil – 55000 işarə
- İkinci fəsil – 60000 işarə
- Üçüncü fəsil – 52000 işarə
- Nəticə – 6500 işarə

İŞİN QISA MƏZMUNU

Birinci fəsildə məlum KXES və EX-KXES modellərinin icmalı və mövcud ədəbiyyatın analizi təqdim edilmişdir. Ehtiyatları xarab olan KXES modellərinin yalnız son illərdə dərc olunmuş işlərdə rast gəlinməsi və yetərinə tədqiq olunmaması məlum olmuşdur. İlk paragrafda EX-KXES nəzəriyyəsinin inkişaf mərhələləri, növləri, həmçinin istifadə olunacaq üsullar haqqında məlumat verilmişdir. Ehtiyatların artırılması (EA) üçün məlum olan müxtəlif sxemlər (qaydalar) təsvir edilmiş, fərqləri və oxşar cəhətləri göstərilmişdir. Burada, həmçinin EX-KXES-lərin modelləşdirilməsi məsələlərinin həllinə Markov zəncirlərinin tətbiqi problemləri araşdırılmış və tədqiq olunacaq məsələlərin riyazi qoyuluşu verilmişdir. Baxılacaq məsələlərin həlli üçün məlum dəqiq və təqribi üsullar, həmçinin simulyasiya alqoritmləri təsnif edilmişdir.

Tədqiq olunan KXES-lərin əsas tərkib hissələrinə sorğular axını, gözləmə buferi və ya növbə, xidmətçi server(lər), anbar ehtiyatı, təchizatçı (və ya EA xidmətləri), əks əlaqə buferi (və ya orbit) daxildir. Bir serverli sadə KXES strukturu Şəkil 1-də təsvir edilmişdir.



Şəkil 1. KXES modelinin struktur sxemi

Anbar ehtiyatı komponenti KXES modellərində ehtiyatların idarə olunmasını və xidməti bitmiş sorğulara ehtiyatın verilməsini təmin edir. Xidmət olunmuş sorğu anbardan ehtiyat əldə etdikdə və ya anbarda ehtiyatlar xarab olduqda ehtiyatların səviyyəsi aşağı düşür. Nəticədə, sorğuların davamlı xidmətini təmin etmək, sorğuların itirilməsinin qarşısını almaq və anbarda kifayət qədər ehtiyatların olmasını təmin etmək üçün ehtiyatların periodik olaraq artırılmasına ehtiyac yaranır. Anbar ehtiyatlarının artırılması prosesi ehtiyatların artırılması xidməti (və ya təchizatçı) vasitəsilə reallaşdırılır. Artırılma prosesi isə EA qaydasına əsasən müəyyən edilir. EA qaydası seçimi KXES-in uzunmüddətli və ya stasionar halda optimallaşdırılmasında və keyfiyyət göstəricilərinin yaxşılaşdırılmasında mühüm rol oynayır. EA sxemlərini dörd əsas qrupa bölmək olar. Bu qruplara sabit, dəyişən, təsadüfi ölçülü və hibrid bərpa qaydaları aiddir.

KXES sistemlərinin növlərindən biri dissertasiya işinin mövzusu olan ehtiyatları xarab olan bilən modellərdir. EX-KXES modellərində fərz edilir ki, anbar ehtiyatı təkə sorğu xidmət olunduqdan sonra deyil, əlavə olaraq, ehtiyatların xarab olması səbəbindən də azala bilər. Mövcud ədəbiyyatı analiz etdikdən sonra belə qənaətə gəlmək olar ki, ehtiyatları xarab olan modellər, əsasən, son zamanlar alimlərin diqqətini cəlb etmiş və yetərinə tədqiq olunmamışdır.

KXES modellərinin analitik təsviri üçün istifadə olunan əsas alət Markov zəncirləridir. KXES-lərin Markov zəncirləri vasitəsilə modelləşdirilməsi zamanı sistemin vəziyyətinin iki ölçülü halda anbarda ehtiyatların və növbədəki sorğuların, üçölçülü halda isə əlavə olaraq, əks əlaqə buferindəki (və ya orbitdəki) sorğuların sayı ilə müəyyən edilir. Sistemin bütün mümkün vəziyyətlər çoxluğu *vəziyyətlər fəzası* adlanır. Markov zəncirində sistemin vəziyyətləri arasındakı keçidlər keçid matrisi ilə ifadə olunur və $Q(i, j)$ işarələnir.

KXES sistemlərinin analizində əsas məsələ sistemin stasionar halda vəziyyətlərinin paylanmasıdır. Əgər sistemdə erqodiklik şərt(lər)i ödənilirsə, onda sistemin başlanğıc vəziyyətindən asılı olmayaraq, onun vəziyyətlərinin stasionar paylanması yeganə olur.

Stasionar paylanmanı hesablamaq üçün balans tənliklərindən yaranan xətti tənliklər sistemini həll etmək tələb olunur.

Stasionar paylanmanı hesablamaq üçün tətbiq olunan *dəqiq alqoritmlər*, əsasən, matrislər üzərində əməliyyatlardan, məxsusi vektorlardan və məxsusi ədədlərdən, matris dekompozisiyasından və matris cəbrinin digər elementlərindən istifadə edir. Dəqiq üsulların mürəkkəbliyi polinomial olub yalnız kiçik ölçülü Markov zəncirləri üçün effektiv olur.

Müəyyən strukturlu keçid matrisi olan Markov zəncirlərinə tətbiq olunan metodlardan biri spektral genişlənmə (SG) alqoritmidir. SG tətbiqi zamanı keçid matrisi üfuqi, şaquli yuxarı və şaquli aşağı keçidlərdən ibarət üç matrisə parçalanır və tələb edilir ki, müəyyən M (spektral hədd) indeksindən sonra bu matrislər sabit qalsın.

Vəziyyət vektorunun elementlərinin sayı artıqca və keçid matrisi sonsuz və ya iriölçülü olduqda stasionar paylanmanın dəqiq metodlarla hesablanması çətin və ya praktiki qeyri-mümkün olur. Bu zaman stasionar paylanmanın hesablanması üçün *təqribi alqoritmlərdən* istifadə olunur. Dissertasiyada, əsasən, son zamanlar geniş tətbiq olunan fəza iriləşdirilməsi alqoritmni istifadə edilmişdir. Fəza iriləşdirilməsi alqoritmının əsas mahiyyəti “parçala və fəth et” prinsipini tətbiq etməklə verilən iriölçülü modeli məlum birölçülü modellərə parçalamaq və stasionar ehtimalları məlum birölçülü modellərin düsturları vasitəsilə analitik qaydada hesablamaqdan ibarətdir. Üçölçülü və daha iriölçülü Markov zəncirlərinin stasionar ehtimallarının hesablanması üçün *iyerarxik fəza iriləşdirilməsi* alqoritmni tətbiq olunur. İriölçülü halda da, analogi olaraq, ilkin model ardıcıl iyerarxik qaydada alt fəzalara parçalanır.

Keçid matrisi dəqiq və təqribi üsullar üçün əlverişli olmadıqda və ya sonsuz ölçülü keçid matrisləri üçün stasionar ehtimalların hesablanmasında simulyasiya alqoritmlərindən istifadə edilməsi daha məqsədəuyğundur. Gillespie Direct method daha effektiv və praktiki cəhətdən sadə olduğundan geniş tətbiq olunur və dissertasiyada ədədi eksperimentlər zamanı məhz bu alqoritmədən istifadə olunmuşdur.

Stasionar ehtimallar tapıldıqdan sonra sistemin stasionar halda davranışını analiz etmək və keyfiyyət göstəricilərini hesablamaq mümkün olur. Sistemin keyfiyyət göstəricilərini müəyyən etməklə

onun fəaliyyətini optimallaşdırmaq və keyfiyyətini artırmaq mümkündür.

Sistemin stasionar ehtimalları və keyfiyyət göstəriciləri hesablandıqdan sonra onun optimallaşdırılması məsələlərinə baxmaq olar. Bu məsələlər içərisində ən geniş yayılmışı sistemin fəaliyyəti ilə bağlı olan ümumi cərimələri (Total Cost, TC) minimallaşdırmaqdır. Sistemin stasionar ehtimallarının və keyfiyyət göstəricilərinin hesablanması, stasionar halda davranışının öyrənilməsində əsas məsələ sistemin məqsəd funksiyasını müəyyən etmək və optimallaşdırmaqdır. Bu problem KXES nəzəriyyəsində optimallaşdırma məsələsi kimi tanınır. Dissertasiya işində bir və iki parametrlə optimallaşdırma məsələləri həll edilmişdir.

İkinci fəsildə ikiölçülü EX-KXES modelləri analiz edilmişdir. Müxtəlif tipli sorğuları olan, vəziyyətlər fəzası sonlu və sonsuz modellərə baxılmış və fərqli EA qaydaları tətbiq edilmişdir, optimallaşdırma məsələləri həll olunmuşdur.

Klassik KXES modellərində fərz edilir ki, xidmət başa çatdıqdan sonra anbarda ehtiyatların səviyyəsi azalır. Bununla belə, yaxın zamanda çap olunan məqalələrdə bu fərziyyənin ödənmədiyi modellər təqdim edilmişdir¹. Qeyd edilən işlərdə qəbul edilir ki, anbar ehtiyatının səviyyəsi xidmət başa çatdıqdan sonra bəzi hallarda dəyişməz qalır. Buna nümunə kimi mağazada hər hansı məhsulun satışı sistemini misal gətirmək olar. Satıcı tərəfindən xidmət göstərilən müştəri məhsulu aldığı halda anbardakı ehtiyatların səviyyəsi azalır, əks halda (məsələn, müştəri məhsulu bəyənəməzsə və ya xidmətdən narazı qalarsa) isə dəyişməz qalır.

Dissertasiyada baxılan modeldə müştəri tipləri anlayışı ehtiyatları xarab olan bilən KXES üçün tətbiq edilmiş, həmçinin aşağıdakı yeniliklər və əlavələr nəzərə alınmışdır:

1. Ehtiyatları xarab olan modellərə baxılmışdır.
2. Fərz edilir ki, sorğular sistemə anbar ehtiyatı sıfır olduğu halda da daxil ola bilər.

¹ Krishnamoorthy, A., Manikandan, R., Shajin, D. Analysis of a Multiserver Queueing-Inventory System // – London: Advances in Operations Research, – 2015. – 16 p.

3. Ehtiyat əldə edən və etməyən sorğuların xidmət vaxtları fərqli qəbul edilir. Bu fərziyyə reallığa daha uyğundur. Çünki, əksər hallarda, ehtiyat əldə edən sorğuların xidmət vaxtı daha çox olur (məsələn, ehtiyatın qablaşdırılması əlavə vaxt tələb edə bilər). Ehtiyat əldə etməyən sorğular isə yalnız xidmət tələb etdiyindən onların xidmət vaxtı nisbətən az olur.
4. Baxılan modelin analizi üçün hesablama mürəkkəbliyi daha az olan fəza iriləşdirilməsi alqoritmi tətbiq edilmişdir. Nəticələrin dəqiqliyi ədədi eksperimentlər vasitəsilə nümayiş olunmuşdur.

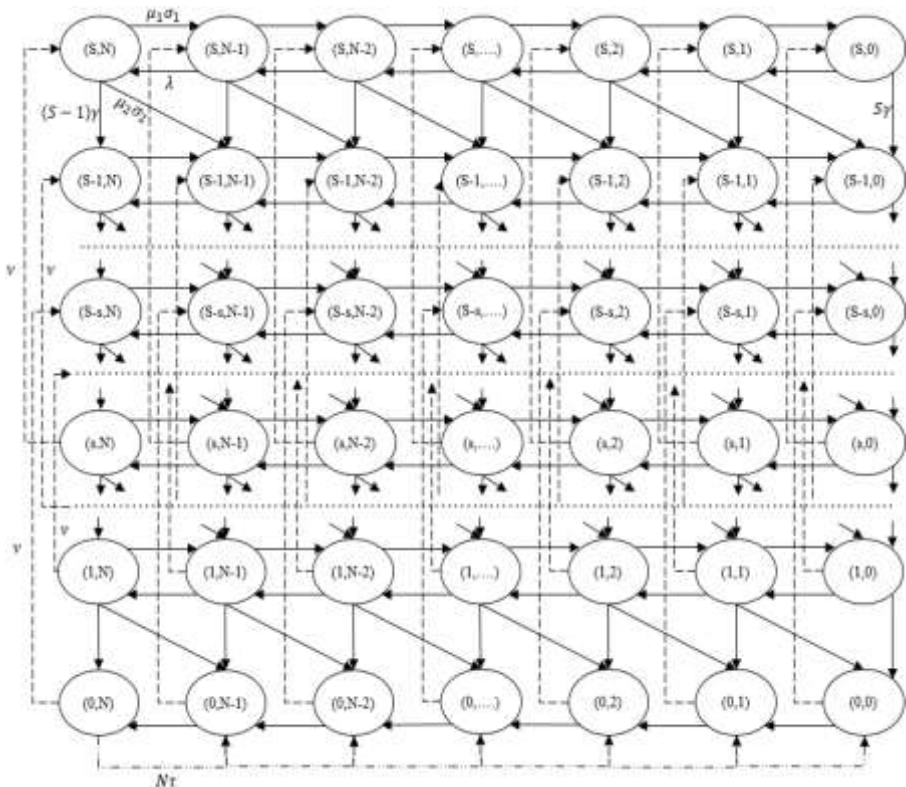
Məsələnin qoyuluşu isə belədir: sistemdə ehtiyatların səviyyəsinin və növbənin uzunluğunun birgə stasionar paylanması tapılması tələb olunur. Stasionar ehtimallar hesablandıqdan sonra sistemin keyfiyyət göstəricilərinin qiymətləndirilməsi də məsələnin qoyuluşuna daxildir. Sistemin keyfiyyət göstəricilərinə aşağıdakılar aiddir:

- S_{av} – Anbardakı ehtiyatların orta səviyyəsi;
- Γ_{av} – Ehtiyatların orta xarab olma intensivliyi;
- RR – EA tələblərinin orta intensivliyi;
- PL – Sorğuların itmə ehtimalı;
- L_{av} – Sistemdə sorğuların orta sayı.

Baxılan sistem vəziyyəti (m, n) vektoru ilə işarələnən iki ölçülü Markov zənciri ilə təsvir olunur, burada m anbarda ehtiyatların səviyyəsini, n isə sistemdə sorğuların sayını ifadə edir. Sistemin vəziyyətlər fəzası (VF) aşağıdakı qaydada müəyyən olunur:

$$E = \{(m, n): m = 0, 1, \dots, S; n = 0, 1, \dots, N\} \quad (1)$$

Vəziyyətlər arasındakı keçidlərin qrafı Şəkil 2-də təsvir edilmişdir. Burada üfüqi keçidlər növbə, şaquli keçidlər isə anbar ehtiyatı komponentinin dəyişməsinə təsvir edir. Diaqonal keçidlər isə vəziyyət vektorunda hər iki komponentin dəyişməsinə ifadə edir.



Şəkil 2. (s, S) modeli üçün vəziyyətlər arasındakı keçidlərin qrafı

Baxılan modelin **sonlu növbəli** ($N < \infty$) halı üçün stasionar ehtimalları hesablamaq üçün fəza iriləşdirilməsi algoritmi tətbiq olunmuşdur. Fəza iriləşdirilməsi metodunun korrekt tətbiqi üçün fərz olunur ki, sorğuların daxilolma intensivliyi anbarda ehtiyatların xarəbolma intensivliyindən və EA intensivliyindən olduqca böyükdür, yəni, $\lambda \gg \max\{\nu, \nu\}$. Əlavə olaraq, öncə qeyd edildiyi kimi qəbul olunur ki, $\mu_2 \ll \mu_1$.

Yuxarıdakı şərtlərin doğruluğunu qəbul etməklə baxılan modelin (1) vəziyyətlər fəzasını aşağıdakı qaydada alt fəzalara parçalayaq:

$$E = \bigcup_{m=0}^S E_m, E_{m_1} \cap E_{m_2} = \emptyset, m_1 \neq m_2 \text{ olduqda} \quad (2)$$

Burada $E_m = \{(m, n) \in E: n = 0, 1, \dots, N\}$.

Növbəti addımda (2) parçalanmasına əsasən iriləşmə funksiyası aşağıdakı qaydada müəyyən olunur:

$$U((m, n)) = \langle m \rangle \quad (3)$$

Burada $\langle m \rangle \in E_m, m = 0, 1, \dots, S$ vəziyyətlər sinfini təşkil edən iriləşmiş vəziyyətdir və iriləşmiş vəziyyətlər fəzası belə işarə olunur: $\Omega = \{\langle m \rangle: m = 0, 1, \dots, S\}$.

Stasionar ehtimalları təqribi düsturla bu cür hesablamaq olar²:

$$p(m, n) \approx \rho_m(n)\pi(\langle m \rangle) \quad (4)$$

(4) düsturunda $\rho_m(n)$ vəziyyətlər fəzası $E_m, m = 0, 1, \dots, S$ olan parçalanma daxilində (m, n) vəziyyətinin stasionar ehtimalı, $\pi(\langle m \rangle)$ isə iriləşmiş $\langle m \rangle \in \Omega$ vəziyyətinin stasionar ehtimalına bərabərdir.

(2) parçalanmasından alınır ki, E_m vəziyyətlər sinfində hər bir vəziyyət yalnız ikinci komponentlə müəyyən olunur. Buna görə də, parçalanmış $(m, n) \in E_m$ vəziyyətlər sinfini tədqiq edərkən həmin sinfin vəziyyətləri sadəlik üçün $n, n = 0, \dots, N$ ilə işarə olunacaq.

Beləliklə, Şəkil 2-ə əsasən $E_m, m = 1, \dots, S$ parçalanmaları daxilindəki vəziyyətlərin stasionar ehtimalları, $a = \lambda/(\mu_1\sigma_1)$ yüklü $M/M/1/N$ modelinin stasionar ehtimalları ilə üst-üstə düşür:

$$\rho_m(n) = a^n \frac{1 - a}{1 - a^{N+1}}; \quad m = 1, \dots, S \quad (5)$$

² Melikov, A.Z., Ponomarenko, L., Shahmaliyev, M.O. Analysis of perishable queuing-inventory systems with different types of requests // – New York: Journal of Automation and Information Sciences, – 2017. Vol. 49, Issue 9, – p. 42-60

Nəhayət, $\rho_m(n)$ və $\pi(\langle m \rangle)$ məlum olduqdan sonra ilkin modelin stasionar ehtimalları (4) düsturu ilə hesablanır. Stasionar ehtimallar məlum olduqdan sonra keyfiyyət göstəriciləri üçün aşağıdakı təqribi düsturları əldə edirik:

$$\left. \begin{aligned}
 S_{av} &\approx \sum_{m=1}^S m \pi(\langle m \rangle) \\
 \Gamma_{av} &\approx \gamma \left[\sum_{m=1}^S \pi(\langle m \rangle) (m\rho(0) + (m-1)(1-\rho(0))) \right] \\
 RR &\approx \pi(\langle s+1 \rangle) ((s+1)\gamma\rho(0) + (\mu_2\sigma_2 + s\gamma)(1-\rho(0))) \\
 PL &\approx \rho(N)(1-\pi(\langle 0 \rangle)) + \pi(\langle 0 \rangle)(\rho_0(N) + \\
 &\quad + \sum_{n=1}^{N-1} \rho_0(n) \frac{n\tau}{\lambda + n\tau}) \\
 L_{av} &\approx \pi(\langle 0 \rangle) \sum_{n=1}^N n\rho_0(n) + (1-\pi(\langle 0 \rangle)) \sum_{n=1}^N n\rho(n)
 \end{aligned} \right\} (6)$$

Beləliklə, fəza iriləşdirilməsi alqoritmi müxtəlif sorğulu modelin sonsuz növbəli və $(S-1, S)$ sxemi istifadə olunan növlərinə də analogi qaydada tətbiq olunmuş, stasionar ehtimallar və keyfiyyət göstəriciləri üçün uyğun düsturlar alınmışdır. Əlavə olaraq, $(s, S-m)$ qaydası tətbiq olunan model müxtəlif sorğulu model üçün stasionar ehtimalların hesablanmasında spektral genişlənmə alqoritmi tətbiq edilmişdir.

Təqribi alqoritmin dəqiqliyini qiymətləndirmək məqsədilə $MS/(s, S)$ modelinin sonlu növbəli halı üçün fəza iriləşdirilməsi alqoritminin nəticələri dəqiq üsulla müqayisə olunmuşdur. Müqayisə zamanı $\|N\|_1$ - maksimum mütləq fərq, $\|N\|_2$ - Jaccard oxşarlığı və $\|N\|_3$ - cosinus normalarından istifadə edilmişdir.

Ekspərimətlər zamanı parametrlər üçün aşağıdakı qiymətlər istifadə edilmişdir:

$$\mu_1 = 15, \mu_2 = 3, \gamma = 2, \nu = 1, \tau = 0.5, \sigma_1 = 0.3, \phi_1 = 0.6 \quad (7)$$

Ədədi eksperimentlər Python SciPy kitabxanalarından istifadə etməklə yaradılmış program təminatı vasitəsilə aparılmış və nəticələr Cədvəl 1-də təqdim olunmuşdur.

Cədvəl 1. MS/(s, S) modelində stasionar ehtimalların dəqiqliyi

| Parametrlərin qiymətləri | | | | Normalar | | |
|--------------------------|-----|-----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| s | S | N | λ | $\ N\ _1$ | $\ N\ _2$ | $\ N\ _3$ |
| 6 | 20 | 10 | 40 | 0.00796 | 0.999029 | 0.915987 |
| | | 10 | 60 | 0.005631 | 0.999577 | 0.942885 |
| | | 30 | 40 | 0.004257 | 0.998506 | 0.911695 |
| | | 30 | 60 | 0.002826 | 0.999538 | 0.944291 |
| | | 50 | 60 | 0.002826 | 0.998905 | 0.928744 |
| | | 70 | 60 | 0.00403 | 0.992309 | 0.859102 |
| 11 | 30 | 10 | 40 | 0.00639 | 0.998987 | 0.91286 |
| | | 10 | 60 | 0.004521 | 0.99956 | 0.940802 |
| | | 30 | 40 | 0.003417 | 0.998503 | 0.909424 |
| | | 30 | 60 | 0.002268 | 0.999518 | 0.941928 |
| | | 50 | 40 | 0.004682 | 0.987063 | 0.825411 |
| | | 50 | 60 | 0.002268 | 0.998962 | 0.929457 |
| | | 70 | 60 | 0.003235 | 0.993323 | 0.87311 |
| 16 | 40 | 10 | 20 | 0.00875 | 0.995336 | 0.831666 |
| | | 10 | 40 | 0.005497 | 0.998962 | 0.911085 |
| | | 10 | 60 | 0.003889 | 0.99955 | 0.939618 |
| | | 30 | 40 | 0.00294 | 0.998504 | 0.908135 |
| | | 30 | 60 | 0.001951 | 0.999507 | 0.940586 |
| | | 50 | 60 | 0.001951 | 0.998995 | 0.929864 |
| | | 70 | 60 | 0.002783 | 0.993855 | 0.881173 |
| 21 | 50 | 10 | 20 | 0.007799 | 0.995252 | 0.829281 |
| | | 10 | 40 | 0.004899 | 0.998946 | 0.9099 |
| | | 10 | 60 | 0.003466 | 0.999543 | 0.938827 |
| | | 30 | 40 | 0.00262 | 0.998505 | 0.907273 |
| | | 30 | 60 | 0.001739 | 0.9995 | 0.939689 |
| | | 50 | 60 | 0.001739 | 0.999016 | 0.930135 |
| | | 70 | 60 | 0.00248 | 0.994197 | 0.886607 |

Cədvəl 1-dən görünür ki, fəza iriləşdirilməsi alqoritmin dəqiqliyi olduqca yüksəkdir. Belə ki, daxilolma intensivliyinin böyük qiymətlərində $\|N\|_1$ norması sıfıra, digər normalar isə vahidə yaxınlaşır ki, bu da dəqiqliyin daha da artması deməkdir. Bu onunla izah olunur ki, daxilolma intensivliyi λ artıqca $E_m, m = 1, \dots, S$ alt fəzaları arasındakı keçidlərin intensivliyi azalır. Bu isə fəza iriləşdirilməsi alqoritminin korrekt tətbiq oluna bilməsi üçün əsas şərtidir.

Aparılan ədədi eksperimentlərdə sonlu modellər üçün stasionar ehtimalların dəqiq qiymətlərinin balans tənliklərindən hesablanması qeyd olunmuşdur. Balans tənliklərinin hesablanması alqoritmlərinin mürəkkəbliyi $O(n^3)$ -ə bərabərdir. Bu o deməkdir ki, S və N parametrlərinin artması ilə resurslara və vaxta olan tələbat polinomial qaydada artır. Məsələn, $S = 100$ və $N = 100$ olduqda CPU Core i7 2.40 Ghz və 8GB RAM resurslu kompüterdə stasionar ehtimalların və QoS-ların hesablanması üçün, təxminən, 3-4 saat vaxt tələb olunmuşdur. Bununla belə, eyni parametrlər üçün stasionar ehtimalların və keyfiyyət göstəricilərinin təqribi alqoritmlə hesablanması 3-4 saniyəyə başa gəlmişdir. Bu cür nəticələr iriölçülü modellərin praktiki analizi üçün fəza iriləşdirilməsi alqoritminin səmərəli və sürətli seçim olmasını bir daha sübut edir.

Əlavə olaraq, ədədi eksperimentlər vasitəsilə təqribi alqoritmin anbar prosesləri ilə əlaqəli QoS-larda tam dəqiqliyi, sorğulara xidmətlə əlaqəli QoS-larda isə praktiki nəzərə alınmayacaq xətaların olması göstərilmişdir.

MS/(s, S) və MS/(s, S-m) modellərinin müqayisəli analizin nəticələrindən ehtiyatların saxlanması və optimallaşdırılma baxımından MS/(s, S) modelinin daha üstün olması bəlli olmuşdur.

Fərqli optimallaşdırma məsələlərinə baxılmış, sistemin idarə olunan parametrləri kimi EA həddi və təchizatçı seçimi müəyyən edilmiş, yeni bir və iki ölçülü məqsəd funksiyaları təqdim olunmuşdur. Məqsəd funksiyaları tam seçmə üsulu ilə minimallaşdırılmış və EA həddinin EA məsrəfini azaltmaq üçün minimal seçilməsi qənaətinə gəlinmişdir. MS/(S,S-1) modeli üçün optimal intensivlikli xidmət serverinin seçilməsi məsələsi həll olunmuş və anbar ehtiyatının böyük qiymətlərində sonlu halda aşağı,

sonsuz halda isə yuxarı intensivlikli təchizatçı seçiminin səmərəliliyi bəlli olmuşdur.

Üçüncü fəsildə üçölçülü EX-KXES modelləri analiz olunmuşdur. Belə ki, ikinci fəsildə baxılan müxtəlif tipli sorğulu modellərin vəziyyət vektoruna əks əlaqə və ya orbit komponenti əlavə olunmuşdur. Yəni, modelin vəziyyəti iki ölçülü analoqdan fərqli olaraq üç komponentli vektorla - anbar ehtiyatının səviyyəsi, növbədəki və orbitdəki sorğuların sayı ilə müəyyən edilir.

Orbit komponentinin istifadə məqsədinə nəzərən iki fərqli model təqdim edilmişdir. Birinci növ əks əlaqəli modeldə xidmət olunduqdan sonra təkrar xidmət tələb edən sorğulu sistemlərə baxılmışdır və orbit əks əlaqə buferi kimi istifadə olunmuşdur. İkinci növ əks əlaqəli modeldə isə səbirsiz və ya ehtiyat olmadıqda müvəqqəti növbəni tərk edərək orbitə qoşulub sistemə sonradan müraciət edən təkrar sorğulu modellər analiz olunmuşdur.

Müxtəlif tipli sorğuları olan modeldə fərz olunur ki, xidməti bitmiş sorğu Bernulli sxeminə əsasən ehtiyat əldə edir və ya sistemi əliboş tərk edir və sorğu ehtiyat əldə etmədiyi halda anbardakı ehtiyatların səviyyəsi dəyişməz qalır. Bu fərziyyə bir çox real sistemlərdə ödənilir və klassik KXES sistemlərində nəzərə alınmır.

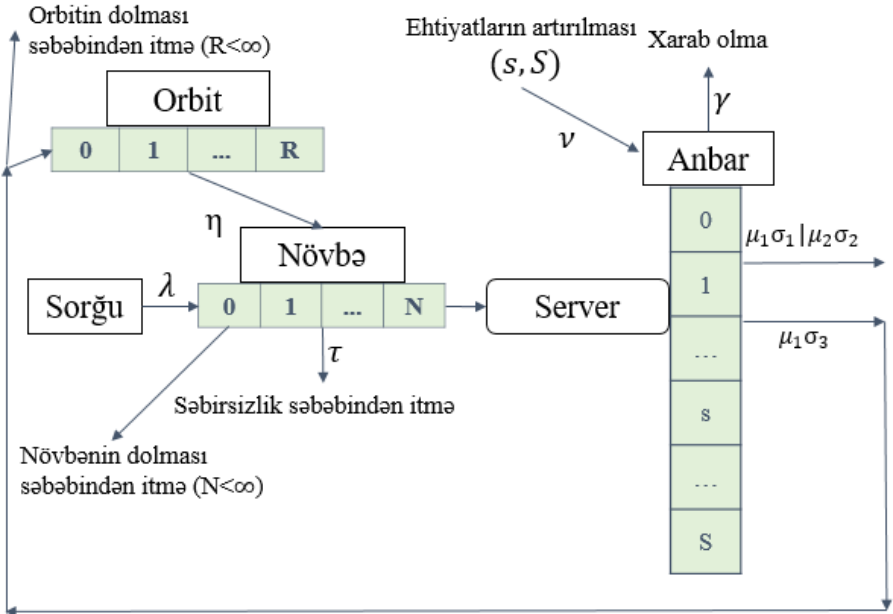
Klassik KXES sistemlərində xidmət olunmuş sorğuların təkrar xidmət əldə etmək üçün sistemə yenidən müraciət etməsi ehtimalı nəzərə alınmamışdır. Bu hadisə KXES terminologiyasında **əks əlaqə** (feedback) adlanır. Bu fərziyyə bir çox real sistemlərdə rast gəlinən haldır. Məsələn, xidmətdən razı qalmış sorğu sonradan sistemə təkrar xidmət almaq üçün müraciət edə bilər. Bu baxımdan əks əlaqəli modelləri iki qrupa ayırmaq olar. Belə ki, xidmət olunmuş sorğu təkrar müraciəti dərhal (Ani əks əlaqəli modellər, ingilis dilli ədəbiyyatda - Instantaneous Feedback, IFB) və ya müsbət təsadüfi müddətdən sonra (Gecikən əks əlaqəli modellər, ingilis dilli ədəbiyyatda - Delayed Feedback, DFB) edə bilər.

Dissertasiyada **gecikən əks əlaqəli ehtiyatları xarab olan** modelə baxılmışdır. Baxılan model bundan sonra PQIS/DFB kimi işarə olunacaq. Təqdim olunan modellərə aşağıdakı yeniliklər əlavə edilmişdir:

- Ehtiyatları xarab olan anbar sisteminə baxılmışdır.

- Xidməti bitmiş sorğu müəyyən ehtimalla:
 - Sistemi əliboş tərk edir;
 - Ehtiyat əldə edərək sistemi tərk edir;
 - Sorğu ehtiyat əldə etmir və qərar qəbul etmək üçün orbitə qoşulur.
- r -sorğular da ehtiyat əldə edə bilər.
- Sonlu və sonsuz növbəli modellərə baxılmışdır.
- Növbədə olan sorğular ehtiyat olmadıqda səbirsiz olub sistemi eksponensial paylanmış təsadüfi anlarda tərk edir.

Təqdim olunan EX-KXES modelinin təsviri və parametrlərinə əsasən sistemin işləmə prinsipi Şəkil 3-də təsvir edilmişdir.



Şəkil 3. Gecikən əks əlaqəli EX-KXES sisteminin işləmə prinsipi

Sistem vəziyyəti (m, n, k) ilə işarələnən üçölçülü Markov zənciri ilə modelləşdirilir. Burada m anbar ehtiyatının səviyyəsini, n və k uyğun olaraq növbədə və orbitdə gözləyən sorğuların sayının

işarələmək üçün istifadə edilir. Sistemin vəziyyətlər fəzası isə aşağıdakı kimi müəyyən olunur:

$$E = \{(m, n, k) : m = 0, 1, \dots, S; n = 0, 1, \dots, N; k = 0, 1, \dots, R\} \quad (8)$$

Modelin Q-matrisinin psevdo-kod ilə təsviri Şəkil 4-də təqdim olunmuşdur:

```

1. function QELEM( $m_1, n_1, k_1, m_2, n_2, k_2$ )  $\Delta q((m_1, n_1, k_1), (m_2, n_2, k_2))$ 
2.   define  $q := 0$ 
3.   if  $k_2 = k_1$  and  $m_1 > 0$  then
4.     if  $m_2 = m_1$  and  $n_2 = n_1 + 1$  then  $q := \lambda$ 
5.     else if  $m_2 = m_1$  and  $n_2 = n_1 - 1$  then  $q := \mu_1 \sigma_1$ 
6.     else if  $m_2 = m_1 - 1$  and  $n_2 = n_1 - 1$  then  $q := \mu_2 \sigma_2$ 
7.     else if  $m_2 = m_1 - 1$  and  $n_2 = n_1 = 0$  then  $q := m_1 \gamma$ 
8.     else if  $m_2 = m_1 - 1$  and  $n_2 = n_1 > 0$  then  $q := (m_1 - 1) \gamma$ 
9.     else if  $m_1 \leq s$  and  $m_2 = m_1 + S - s$  and  $n_2 = n_1$  then  $q := \nu$ 
10.  else if  $k_2 = k_1$  and  $m_1 = 0$  then
11.    if  $m_2 = 0$  and  $n_2 = n_1 + 1$  then  $q := \lambda \phi_1$ 
12.    else if  $m_2 = 0$  and  $n_2 = n_1 - 1$  then  $q := n_1 \tau$ 
13.    else if  $m_2 = S - s$  and  $n_2 = n_1$  then  $q := \nu$ 
14.  else if  $k_2 \neq k_1$  and  $m_2 = m_1 > 0$  then
15.    if  $n_2 = n_1 - 1$  and  $k_2 = k_1 + 1$  then  $q := \mu_1 \sigma_3$ 
16.    else if  $n_2 = n_1 + 1$  and  $k_2 = k_1 - 1$  then  $q := k_1 \eta$ 
17.  return  $q$ 

```

Şəkil 4. Keçid matrisinin psevdo-kod vasitəsilə təsviri

Növbəti addımda vəziyyətlər fəzasını aşağıdakı qaydada alt fəzalara parçalayaq:

$$E = \bigcup_{k=0}^R E_k, \quad E_{k_1} \cap E_{k_2} = \emptyset, \quad k_1 \neq k_2 \text{ olduqda} \quad (9)$$

Burada $E_k = \{(m, n, k) \in E : m = 0, 1, \dots, S; n = 0, 1, \dots, N\}$, $k = 0, 1, \dots, R$.

Stasionar ehtimalları və QoS-ları hesablamaq üçün $(S + 1)(N + 1)(R + 1)$ ölçülü tənliklər sistemini həll etmək tələb olunur. Bu cür hesablama praktiki cəhətdən effektiv olmadığından məsələ iyerarxiyalı fəza iriləşməsi alqoritmi vasitəsilə həll edilmişdir. Alqoritmin səmərəliliyini artırmaq məqsədilə fərz edilir ki, E_k fəzaları arasındakı keçidlər bu fəzaların daxilindəki keçid intensivliklərinə nəzərən çox kiçikdir.

Beləliklə, vəziyyət vektorunun hər üç komponentinə nəzərən sonlu və sonsuz PQİS/DFB modellərin stasionar ehtimalları və keyfiyyət göstəriciləri üçün təqribi düsturlar alınmışdır.

Vahid serverli, sadə axınlı, müsbət xidmət vaxtlı, sonsuz növbəli üçölçülü təkrar sorğulu M/M/1/∞ modelində sistemə daxil olan ilkin p-sorğular anbarda ehtiyat olmadıqda Bernulli sxeminə əsasən ya növbəyə durur, ya da orbitə qoşulur³. Növbədəki səbirsiz sorğular ya sistemi tərk edir, ya da orbitə daxil olur. Orbitdəki r-sorğular təsadüfi vaxtlarda sistemə təkrar müraciət edir. Burada orbitin mənbəyini xidməti bitmiş sorğular deyil, səbirsiz və ya anbar boş olduqda sistemi tərk edən sorğular təşkil edir. (s,S) və (s, S-m) EA sxemləri tətbiq olunan modellərin stasionar ehtimalları və QoS göstəriciləri təqribi və simulyasiya üsulları vasitəsilə hesablanmışdır. (s,S) modelində QoS-lar üçün aşağıdakı düsturlar alınmışdır:

$$\left. \begin{aligned} S_{av} &\approx \sum_{m=1}^S m \pi_2(\langle m \rangle) \\ L_s &\approx b\pi_2(\langle 0 \rangle) + (1 - \pi_2(\langle 0 \rangle)) \frac{a^2}{1 - a} \\ L_o &\approx c \\ \Gamma_{av} &\approx \gamma \left[\sum_{m=1}^S \pi_2(\langle m \rangle) (m - a) \right] \\ RR &\approx \pi_2(\langle s + 1 \rangle) ((s + 1)\gamma(1 - a) + (\mu_2\sigma_2 + s\gamma)a) \\ RL_s &\approx \lambda\phi_1\pi_2(\langle 0 \rangle) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

³ Melikov, A.Z., Shahmaliyev, M.O. Queueing System M/M/1/∞ with Perishable Inventory and Repeated Customers // – Berlin: Automation and Remote Control, – 2019. Vol. 80, Issue 1, – p. 53-65.

(s, S-m) modelinin Gillespie metoduna əsasən simulyasiyasının python proqramlaşdırma dilində reallaşdırılması Şəkil 5-də təsvir olunmuşdur.

```

1  import random
2  def nextStateSpace(self,m1,n1,k1):
3      nextStateSpace = {}
4      for m2 in (m1, m1 + 1, m1 - 1, S):
5          for n2 in (n1, n1 + 1, n1 - 1):
6              for k2 in (k1, k1 + 1, k1 - 1):
7                  tr = self.Q_elem(m1, n1, k1, m2, n2, k2)
8                  if tr > 0: nextStateSpace[state] = tr
9      return nextStateSpace
10 def simulate(initialState = 0, simulationTime = 5000):
11     currState = initialState
12     timePassed = 0
13     reachedStates = {} # dict(state: sojournTime)
14     nextStatesAll = {} # dict(state: nextStates)
15     while timePassed < simulationTime:
16         if currState not in reachedStates:
17             reachedStates[currState] = 0
18         if currState not in nextStatesAll:
19             nextStatesAll[currState] = nextStateSpace(currState)
20         nextStates = nextStatesAll[currState]
21         rateSum = sum(nextStates.values()) # transition rate sum
22         nextInterval = random.expovariate(rateSum)
23         r = random.uniform(0,1)
24         prevRateSum = 0
25         for st in nextStates:
26             p_sum = prevRateSum / rateSum
27             n_sum = (prevRateSum + nextStates[st]) / rateSum
28             if r > p_sum and r < n_sum:
29                 reachedStates[currState] += nextInterval
30                 currState = st
31                 break
32             prevRateSum += nextStates[st]
33         timePassed += nextInterval
34     totalTime = sum(reachedStates.values())
35     return {s: reachedStates[s] / totalTime for s in reachedStates}

```

Şəkil 5. PQIS/RC/VSO modelinin simulyasiyası üçün Gillespie’s Direct algoritminin python proqramlaşdırma dilində reallaşdırılması

Təqdim olunmuş modellər üçün aparılmış ədədi ekperimentlərin nəticələri vizuallaşdırılmış və təhlil edilmişdir. Təqribi alqoritmlərin dəqiqliyi, keyfiyyət göstəricilərinin sistem parametrlərindən asılılığı və optimallaşdırma məsələləri analiz olunmuşdur.

PQIS/DFB modelinin növbə və orbit komponentlərinə nəzərən iki halı üçün keyfiyyət göstəricilərinin müqayisəli analizinə baxılmışdır.

1. Sonlu növbəli və sonsuz orbiti olan hal: $N < \infty, R = \infty$.

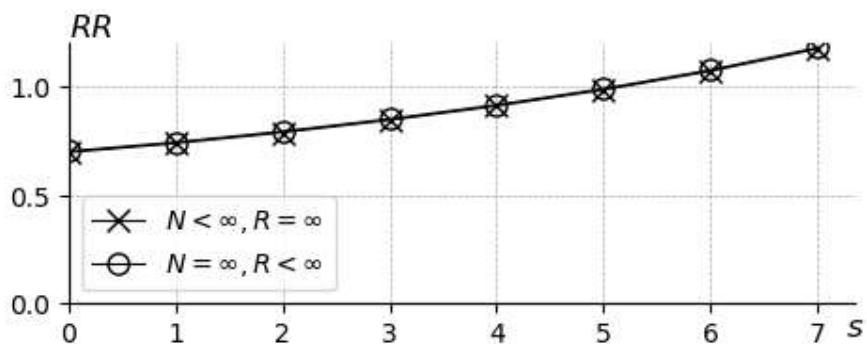
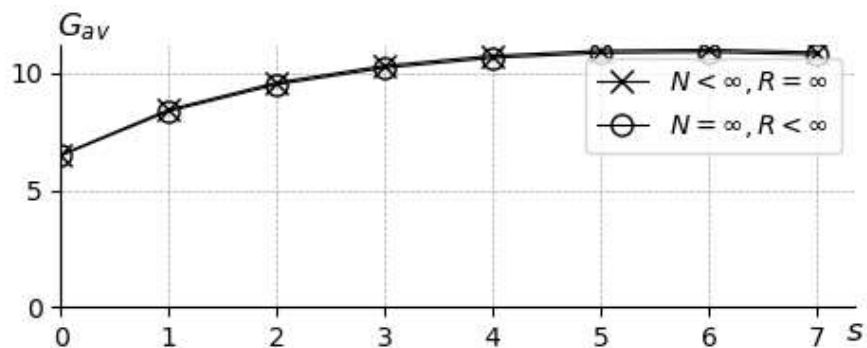
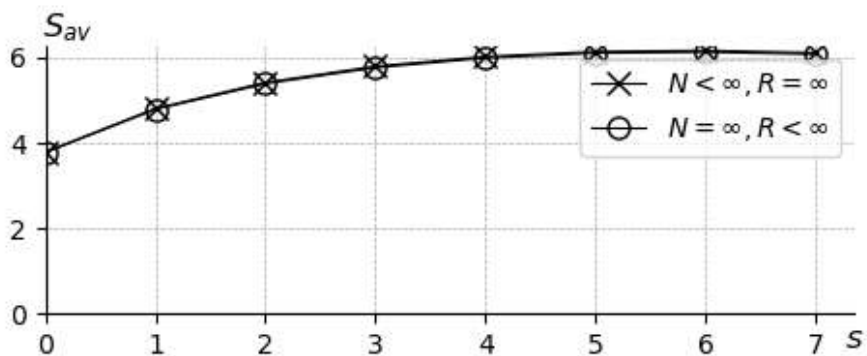
2. Sonsuz növbəli və sonlu orbiti olan hal: $N = \infty, R < \infty$.

Ədədi eksperimentlər zamanı sistem parametrlərinin qiymətləri aşağıdakı qaydada seçilmişdir:

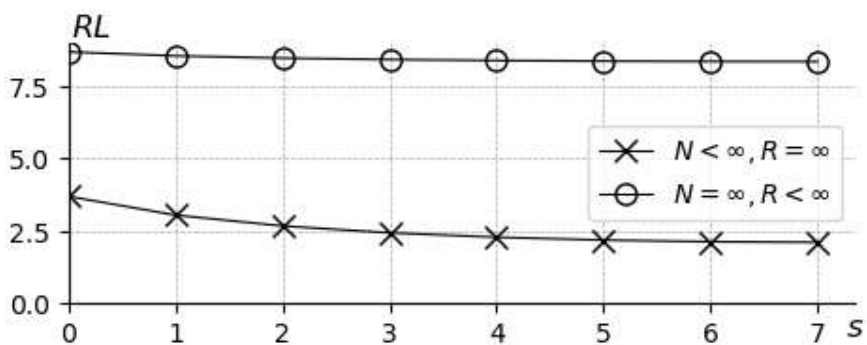
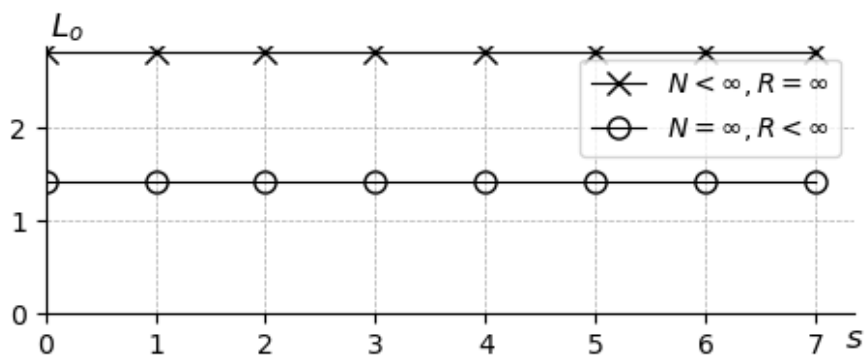
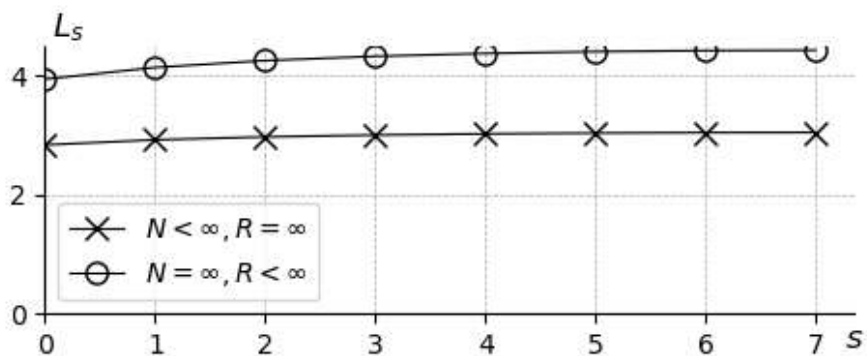
$$\begin{aligned} &= 10, \eta = 5, \mu_1 = 60, \mu_2 = 15, \gamma = 2, \nu = 2, \tau = 1.5, \\ &\sigma_1 = 0.2, \sigma_2 = 0.5, \phi_1 = 0.3, S = 15 \end{aligned} \quad (11)$$

Əlavə olaraq, sonlu növbəli halda $N = 10$, sonlu orbitli halda isə $R = 2$ qəbul edilir. Ədədi eksperiment zamanı keyfiyyət göstəricilərinin hesablanması üçün fəza iriləşdirilməsi alqoritmindən istifadə olunmuşdur. Eksperimentin nəticələri Qrafik 1 və Qrafik 2-də təqdim olunur. Bütün qrafiklərdə 1-ci və 2-ci halı təsvir edən əyriyə uyğun olaraq x və o ilə işarələnmişdir.

Anbar prosesləri əlaqəli olan keyfiyyət göstəricilərinin müqayisəli analizi Qrafik 1-də təsvir edilmişdir. Göründüyü kimi S_{av} anbarın orta səviyyəsi, RR bərpa tələbinin orta yerləşdirilmə intensivliyi, Γ_{av} anbarın orta xarab olma intensivliyi hər iki halda, demək olar ki, üst-üstə düşür. Bu nəticə onunla izah olunur ki, bu keyfiyyət göstəriciləri yalnız anbarın səviyyəsindən asılıdır və növbənin və ya orbitin ölçüsü bu göstəricilərə təsir etmir. Digər tərəfdən, s ehtiyatların artırılması həddi artdıqca RR kəmiyyəti də, təbii olaraq, artır. RR kəmiyyətinin artması, öz növbəsində, anbarın orta səviyyəsinin qalxmasına səbəb olur. Əlavə olaraq, qrafiklərdən göründüyü kimi $\Gamma_{av} \approx \gamma S_{av}$ münasibəti də ödənilir.



Qrafik 1. PQIS/DFB modelinin anbar prosesləri ilə əlaqəli QoS göstəricilərinin müqayisəsi



Qrafik 2. PQIS/DFB modelinin sorğulara xidmətlə əlaqəli QoS göstəricilərinin müqayisəsi

Sorğulara xidmətlə əlaqəli olan QoS göstəricilərin müqayisəsi Qrafik 2-də təqdim olunur. Qrafiklərdən görüldüyü kimi, intuitiv olaraq, növbənin L_S və orbitin L_o orta uzunluğu uyğun qaydada $N = \infty$ və $R = \infty$ halları üçün daha yüksək qiymətlər alır. Sorğuların orta itmə intensivliyi RL isə orbit sonlu hal üçün daha yüksəkdir.

Təqdim olunan modellər üçün optimallaşdırma məsələlərinə də baxılmışdır və onların həlli zamanı təqribi düsturlardan istifadə olunmuşdur.

PQIS/DFB modeli üçün optimallaşdırılacaq məqsəd funskiyasını aşağıdakı qaydada müəyyən edilmişdir:

$$TC(d, s) = (K + c_r(S - s))RR + c_s S_{av} + c_p \Gamma_{av} + c_l RL + c_{ws} L_S + c_{wo} L_o \quad (12)$$

Burada K – EA tələbinin birdəfəlik icra olunma məsrəfi,

c_r – EA tələbinin vahid ehtiyat üçün daşınma məsrəfi,

c_s – anbarda vahid ehtiyatın saxlanma məsrəfi,

c_p – anbarda vahid ehtiyatın xarab olma məsrəfi,

c_l – sorğunun itmə məsrəfi,

c_{ws} – növbədə vahid sorğunun gözləmə məsrəfi,

c_{wo} – orbitdə vahid sorğunun gözləmə məsrəfi.

(12) məsələsini həll etmək üçün fərz olunur ki, EA tələbini yerinə yetirəcək müxtəlif təchizatçılar mövcuddur və icra intensivliyindən asılı olaraq müxtəlif qiymət siyasətlərinə məxsusdur. Belə ki, $d: d = 0, \dots, D$ nömrəli bərpa xidmətinin intensivliyi və qiymət siyasəti $(v, K, c_r)_d$ ilə işarə olunur. Məsələnin qoyuluşu isə məqsəd funskiyasını minimallaşdıran (d, s) cütliyünü tapmaqla sistemin stasionar halda işləməsini optimallaşdırmaqdan və onun keyfiyyət göstəricilərini yaxşılaşdırmaqdan ibarətdir.

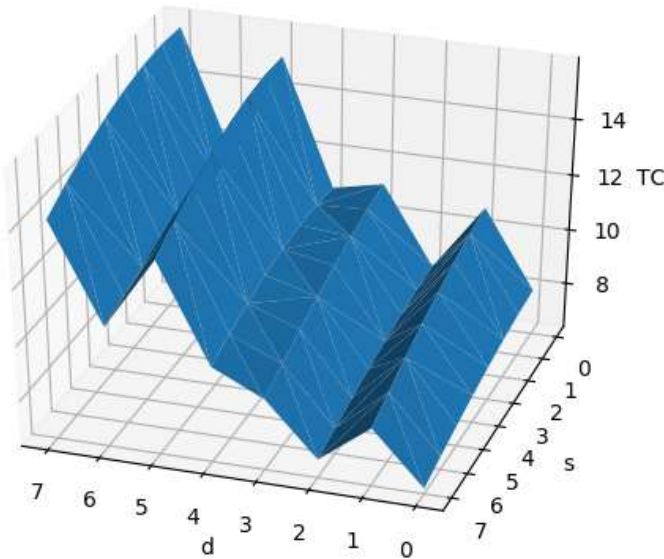
Qeyd edək ki, eksperiment zamanı sistemin parametrlərinin və optimallaşdırma əmsallarının qiymətləri aşağıdakı kimi seçilmişdir:

$$\begin{aligned} c_s = 0.5, c_p = 0.5, c_l = 0.5, c_{ws} = 0.2, c_{wo} = 0.1, \\ \lambda = 5, \eta = 10, \gamma = 2, S = 15, \tau = 0.5, \sigma_1 = 0.2, \\ \sigma_2 = 0.7, \phi_1 = 0.4, \mu_1 = 50, \mu_2 = 30 \end{aligned} \quad (13)$$

Eksperimentdə istifadə olunmuş təchizatçılar bunlardır ($D = 7$):

$$\left\{ \begin{array}{l} (0.5, 1, 0.5), (0.5, 1, 1), (0.5, 2, 0.5), (0.5, 2, 1), \\ (1, 1, 0.5), (1, 1, 1), (1, 2, 0.5), (1, 2, 1) \end{array} \right\} \quad (14)$$

Optimal (s, d) cütünü mümkün həllər çoxluğu diskret sonlu olduğundan tam seçmə (brute force) üsulu ilə tapılır. Eksperimentin nəticəsi Qrafik 3-də təqdim olunmuşdur. Ümumi halda, sistemin optimallaşdırılması üçün EA həddinin minimal, icra olunma intensivliyinin isə maksimal seçilməsi qənaətinə gəlinmişdir.



Qrafik 3. PQIS/DFB modeli üçün optimallaşdırma məsələsinin həlli

Təkrar sorğulu $M/M/1/\infty$ modeli üçün də EA həddindən asılı məqsəd funskiyası müəyyən olunmuşdur. Optimallaşdırma məsələsinin riyazi qoyuluşu verilmiş və məsələ təqribi düsturlar vasitəsilə müxtəlif icra intensivlikləri olan təchizatçılara nəzərən həll edilmişdir. İcra intensivliyinin yüksək qiymətlərində optimal kritik həddin dəyişməməsi və minimal kritik həddin daha “sürətli” təchizatçıları seçməklə təmin olunması nəticəsi alınmışdır.

NƏTİCƏ

1. Mövcüd elmi ədəbiyyatın analizinin nəticələri təhlil edilmişdir. Stasionar paylanmanın və keyfiyyət göstəricilərinin hesablanması üçün dəqiq, təqribi və simulyasiya alqoritmləri müqayisə edilmiş, üstün və çatışmayan cəhətləri təhlil olunmuş, dəqiq üsullardan spektral genişlənmə, təqribi üsullardan fəza iriləşdirilməsi, simulyasiya üsullarından isə Gillespie Direct metodunun səmərəliliyi göstərilmişdir. KXES modellərinin analizi zamanı aparılan ədədi eksperimentlərin, həmçinin optimallaşdırma məsələlərinin növləri xülasə edilmişdir. Qeyd edilmişdir ki, KXES modellərinin təhlili zamanı stasionar paylanmanın və keyfiyyət göstəricilərinin hesablanmasında, ədədi eksperimentlərin aparılmasında əsas məqsəd sistemin uzunmüddətli davranışını öyrənməklə optimallaşdırılmasıdır.

2. Müxtəlif tipli sorğulu modellərin az tədqiq olunması və ehtiyatları xarab olan sistemlərə ümumiyyətlə tətbiq edilməməsi qeyd edilmişdir. Yeni müxtəlif sorğulu EX-KXES modelləri təqdim olunmuşdur. Bu tip modellərdə fərz olunur ki, xidməti bitmiş sorğular Bernulli sxeminə əsasən ya ehtiyat əldə edir, ya da sistemi əliboş tərk edir. Vəziyyətlər fəzası sonlu və sonsuz olan, müxtəlif ehtiyatların artırılması qaydaları tətbiq edilən modellərə baxılmışdır. Uyğun keçid matrisləri qurulmuş və keyfiyyət göstəriciləri müəyyən edilmişdir. Stasionar paylanmanın və keyfiyyət göstəricilərinin hesablanması üçün dəqiq və təqribi üsullar, həmçinin simulyasiya alqoritmləri yaradılmış və uyğun düsturlar alınmışdır. Qeyd edilmişdir ki, dəqiq üsullar yalnız kiçik ölçülü və sonlu modellər üçün yararlıdır. Fəza iriləşdirilməsi alqoritmünün digər üsullara nəzərən praktiki səmərəliliyi və dəqiqliyi ədədi eksperimentlər vasitəsilə nümayiş etdirilmişdir. Keyfiyyət göstəricilərinin sistem parametrlərindən asılılığı və stasionar halda davranışı ədədi eksperimentlər vasitəsilə tədqiq olunmuş. Nəticədə, ümumi məsrəfin azaldılması baxımından (s, S) qaydası tətbiq edilən modelinin daha səmərəli olması qənaətinə gəlinmişdir. EA həddinin və EA sxemlərinin optimal seçilməsi məsələlərinə baxılmış və uyğun məqsəd funksiyaları daxil edilmişdir. Optimallaşdırma məsələləri təqribi və simulyasiya üsulları vasitəsilə həll olunmuşdur. EA

həddinin EA məsrəfini azaltmaq üçün minimal seçilməsi, MS/(S,S-1) modeli üçün sonlu halda aşağı, sonsuz halda isə yuxarı intensivlikli EA xidmətinin seçilməsinin səmərəliliyi bəlli olmuşdur.

3. Əks əlaqəli üçölçülü modellər təqdim edilmişdir. Birinci tip modeldə xidməti bitmiş sorğu ehtiyat əldə etmədikdə müəyyən ehtimalla qərar vermək üçün orbitə daxil olur. İkinci tip modeldə isə səbirsiz sorğular, həmçinin daxilolma anında anbarda ehtiyat olmadığından sistemi tərək edən sorğular müəyyən ehtimalla orbitə daxil olub sonradan sistemə təkrar müraciət edir. Təqdim olunan hər bir model üçölçülü Markov zənciri ilə modelləşdirilmiş, erqodikliyi göstərilmiş, keçid matrisi diaqram və psevdokodla təsvir edilmişdir. Göstərilmişdir ki, stasionar paylanma və keyfiyyət göstəricilərinin hesablanması üçün analitik və dəqiq metodlar səmərəli deyil, iyerarxiyalı fəza iriləşdirilməsi alqoritmi tətbiq edilmiş, təqribi düsturlar alınmış və üsulun dəqiqliyi ədədi eksperimentlərlə müqayisəli şəkildə isbat olunmuşdur. Keyfiyyət göstəricilərinin davranışı ədədi eksperimentlər vasitəsilə təhlil olunmuş, qrafik və cədvəl şəklində nümayiş etdirilmişdir. Anbar proseslərilə əlaqəli keyfiyyət göstəricilərinin EA icra intensivliyi ilə düz, sorğulara xidmətlə əlaqəli göstəricilərin isə tərs mütənəsb olması qənaətinə gəlinmişdir. Anbar prosesləri əlaqəli keyfiyyət göstəricilərinin orbit və növbənin uzunluğundan asılı olmaması göstərilmişdir. Sonsuz ölçülü modellər üçün məqsəd funksiyaları daxil edilmiş və minimallaşdırılmışdır. Sistemin optimallaşdırılması üçün EA həddinin minimal qalması qənaətinə gəlinmişdir.

4. Elmi tədqiqatlar üçün nəzərdə tutulmuş Python Scipy və Apache Commons Math kitabxanaları vasitəsilə proqram təminatları yaradılmışdır. Belə ki, fəza iriləşdirilməsi alqoritminin yüksək sürətini göstərən ədədi eksperiment üçün proqram təminatı hazırlanmışdır. Eyni şəraitdə stasionar ehtimallar dəqiq üsullarla bir neçə saata, təqribi düsturlarla isə bir neçə saniyəyə hesablanmışdır. Sonsuz Markov zəncirlərinin simulyasiyasında tətbiq edilən Gillespie Direct üsulu, balans tənliklərinin həllində istifadə edilən Gauss və spektral genişlənmə üsulları üçün Python dilində proqramlar yaradılmışdır.

Təqdim olunan modellərin qida/ərzaq, kimya və əczaçılıq sənayesində, qan banklarında və ehtiyat ömrü məhdud olan sistemlərdə tətbiq olunmasının mümkünlüyü qeyd edilmişdir.

Dissertasiyanın mövzusunə dair dərc olunmuş elmi işlərin siyahısı

1. Shahmaliyev M. Алгоритмы расчета характеристик системы с конечным временем жизни запасов и повторными заявками // Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 93-cü ildönümünə həsr olunmuş Gənc Tədqiqatçıların IV Beynəlxalq Elmi Konfransı. Bakı. 2016. Cild 1. S. 393-394.
2. Shahmaliyev M. Расчет характеристик одной системы обслуживания-запасания с конечным временем жизни запасов // Milli Aviasiya Akademiyası - Elmi Məcmuələr. 2016. Cild 18. № 2. S. 121-130.
3. Melikov A., Ponomarenko L., Shahmaliyev M. Models of Perishable Queueing-Inventory System with Repeated Customers // Journal of Automation and Information Sciences. Begell House. 2016. Vol. 48. Issue 6. P. 22-38.
4. Shahmaliyev M. Расчет характеристик системы с портящимися запасами и бесконечной орбитой для повторных заявок // Journal of Qafqaz University, Mathematic and Computer Science. 2016. Vol. 4. Issue 1. P. 30-39.
5. Shahmaliyev M. Об одной модели системы обслуживания-запасания с конечным временем жизни запасов // XV Международная конференция им. А.Ф. Терпугова «Информационные технологии и математическое моделирование ИТММ – 2016». 2016. С. 143-147.
6. Melikov A., Shahmaliyev M. Analysis of Perishable Queueing-Inventory System with Positive Service Time and $(S-1, S)$ Replenishment Policy // Information Technologies and Mathematical Modelling. Queueing Theory and Applications. International Conference on Information Technologies and Mathematical Modelling (ITMM 2017). Springer, Cham. 2017. P. 83-96.
7. Melikov A., Ponomarenko L., Shahmaliyev M. Analysis of perishable queueing-inventory systems with different types of requests // Journal of Automation and Information Sciences. Begell House. 2017. Vol. 49. Issue 9. P. 42-60.

8. Shahmaliyev M. Müsbət xidmət vaxtlı müxtəlif sorğulu və ehtiyatları xarab olan sonsuz növbəli anbar idarəetmə sisteminin analizi // Milli Aviasiya Akademiyası - Elmi Məcmuələr. 2018. Cild 20. № 2. S. 161-168.
9. Shahmaliyev M. Simulation model of infinite perishable queueing inventory system with feedback // Control Systems and Computers. 2018. Issue 3 (275). P. 60-68.
10. Melikov A., Shahmaliyev M. Markov Models of Inventory Management Systems with a Positive Service Time // Journal of Computer and Systems Sciences International. Pleiades Publishing. 2018. Vol. 57. Issue 5. P. 766-783.
11. Melikov A., Krishnamoorthy A., Shahmaliyev M. Perishable Queuing Inventory Systems with Delayed Feedback // Information Technologies and Mathematical Modelling. Queueing Theory and Applications. International Conference on Information Technologies and Mathematical Modelling (ITMM 2018). Springer, Cham. 2018. P. 55-70.
12. Melikov A., Shahmaliyev M. Analysis of perishable queueing-inventory system with different types of demands and various replenishment policies // Azərbaycan Xalq Cümhuriyyətinin 100 illik yubileyinə həsr olunmuş İnformasiya Sistemləri və Texnologiyalar. Nailiyyətlər və Perspektivlər Beynəlxalq Elmi konfransın materialları. Sumqayıt. 2018. S. 6-7.
13. Melikov A., Shahmaliyev M. Queueing System $M/M/1/\infty$ with Perishable Inventory and Repeated Customers // Automation and Remote Control. Pleiades Publishing. 2019. Vol. 80. Issue 1. P. 53-65.
14. Melikov A., Krishnamoorthy A., Shahmaliyev M. Numerical Analysis and Long Run Total Cost Optimization of Perishable Queueing Inventory Systems with Delayed Feedback // Queueing Models and Service Management. 2019. Vol. 2. Issue 1. P. 83-111

Həmmüəlliflərlə birgə nəşr edilmiş əsərlərdə iddiaçının rolu öyrənilən sistemlərdə keyfiyyət göstəricilərinin hesablanması üçün dəqiq və təqribi düsturların tapılması, onların yaxşılaşdırılması və uyğun proqram təminatını yaradaraq ədədi eksperimentlərin aparılması və nəticələrin emal edilməsindən ibarət olmuşdur.



Dissertasiyanın müdafiəsi 21 May 2021 il tarixində saat 13:00 Sumqayıt Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən FD 2.25 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: Azərbaycan, Sumqayıt, 43cü məhəllə, AZ5008

Dissertasiya ilə Sumqayıt Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Sumqayıt Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 9 April 2021 il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 06.04.2021

Kağızın formatı: 60*84^{1/16}

Həcm: 36889

Tiraj: 100