AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

MEXANİKİ SİSTEMLƏRİN İDARƏ OLUNMASI ALQORİTMLƏRİNİN REALİZƏ EDİLMƏSİNƏ SİSTEMLİ YANAŞMA

İxtisas: 3338.01 – Sistemli analiz, idarəetmə və informasiyanın işlənməsi (sahələr üzrə)

Elm sahəsi: Texnika elmləri

İddiaçı: **Ülviyyə Zakir qızı Rəsulova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi
almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

BAKI - 2025

Dissertasiya işi Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universitetində yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər:	Texnika üzrə elmlər doktoru **Mütəllim Mirzəəhməd oğlu Mütəllimov**
Elmi məsləhətçi:	Fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, akademik **Fikrət Əhmədəli oğlu Əliyev**
Rəsmi opponentlər:	Texnika elmləri doktoru, professor **Qeylani Minhac oğlu Pənahov**
	Texnika elmləri doktoru, professor **Ramin Rza oğlu Rzayev**
	Texnika elmləri doktoru, **Zərifə Qasım qızı Cəbrayılova**

Azərbaycan Respublikası Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.20 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:	Akademik, texnika elmləri doktoru, professor **Əli Məhəmməd oğlu Abbasov**
Dissertasiya şurasının elmi katibi:	Texnika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent **Tahir Əli oğlu Əlizadə**
Elmi seminarın sədri:	Texnika elmləri doktoru, dosent **Fəhrad Heydər oğlu Paşayev**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı. Müxtəlif təyinatlı mexaniki sistemlərin idarə olunması müasir elmin qarşısında duran mühüm problemlərdən biridir. Mexaniki sistemlərin araşdırılması zamanı yaranan problemləri əsasən iki yerə bölmək olar: bu sistemlərin kinematikası və dinamikasının modelləşdirilməsi və onların idarə olunması. Bu iki problem bir – biri ilə sıx bağlıdır və onların birinin həlli zamanı digərindən geniş istifadə olunur.

Mexaniki sistemlərin dinamikasının riyazi modellərinin qurulması ən vacib addımlardan biridir ki, bu da həmin sistemlərin riyazi metodlarla idarə olunmasına imkan verir. Mürəkkəb mexaniki sistemlərin idarə olunması zamanı vahid riyazi modelin və müvafiq həll alqoritminin tətbiq edilməsi heç də həmişə adekvat nəticəyə gətirib çıxarmır. Bu səbəbdən də həmin obyektə və ya prosesə tam bir sistem kimi baxmaq və araşdırmaq lazımdır. Bu tipli obyekti və ya prosesi sistemli yanaşma metodu ilə araşdırmaq lazımdır ki, bu da sistemin ayrı – ayrı hissələrini ayrıca araşdırmaq əvəzinə, sistemi bütöv sistem kimi tədqiq etməyi ehtiva edir. Qeyd etmək lazımdır ki, sistemli yanaşma mürəkkəb sistemi və ya prosesi bütün faktorları və imkanları onların əhəmiyyətlilik dərəcəsinə uyğun olaraq idarə edilməsinə imkan verir, bu da real sistemin optimal iş rejiminin tapılmasına gətirib çıxarır. Son vaxtlar sistemli yanaşmanın köməyi ilə müxtəlif problemlər həll olunmağa başlanmışdır. Özü də bu problemlər cəmiyyətin və iqtisadiyyatın müxtəlif sahələrində meydana çıxır və çıxmaqdadır.

Sistemli yanaşmanın tətbiqinin zəruri olduğu sahələrdən biri də neft quyularının istismarıdır. Neftin çıxarılması prosesi o qədər mürəkkəbdir ki, onu ayrı – ayrı hissələrə bölüb həll etmək və sonradan birləşdirmək lazımi nəticələri vermir. Belə mürəkkəb proseslərə vahid bir sistem kimi baxmaq və burada yaranan bir çox məsələləri sistemli analiz və sistemli yanaşma üsullarından istifadə etməklə həll etmək daha məqsədəuyğundur.

Məlumdur ki, neft yataqlarının işlənməsi və neftin istehsalı müxtəlif üsullarla həyata keçirilir. İlkin mərhələdə neft quyularının istismarı fontan üsulu ilə həyata keçirilir. Bu üsulun mahiyyəti ondan ibarətdir ki, neft layda böyük təzyiq hesabına yerin təkindən onun səthinə öz enerjisi hesabına çıxır. Bu proses uzun müddət davam etmir. Lay təzyiqi tədricən azaldığından neftin fontan üsulu ilə çıxarılması daha mümkün olmur və bu səbəbdən də digər neftçıxarma üsullarından istifadə olunur. Bunlara qazlift üsulunu, ştanqlı nasos qurğuları vasitəsi ilə neftin çıxarılması üsulunu və s. göstərmək olar.

Qazlift üsulu fontan üsulundan sonra geniş tətbiq olunan istismar üsuludur. Bu üsulun mahiyyəti ondan ibarətdir ki, lay təzyiqnin azalması səbəbindən fontan üsulu ilə artıq neftin çıxarılması mümkün olmadıqda quyuya əlavə qaz vurulmaqla quyu dibində neft – qaz qarışığı yaranır və bu qarışığın xüsusi çəkisi azaldığından quyudibi təzyiq bu qarışığın yerin səthinə çıxmasına imkan verir. Bu prosesə qazlift prosesi deyilir ki, bu da orta məhsuldar quyuların ən geniş yayılmış istismar üsullarından biridir. Qazliftin ideyası erliftə əsaslanır ki, bu da mayeyə şaquli olaraq salınmış borudan hava vurmaqla maye – hava qarışığını yuxarı qaldırmağa imkan verir.

Qazlift prosesinin nəzəri olaraq araşdırılması onun modelləşdirilməsindən başlayır. Bu istiqamətdə A.X. Mirzəcanzadənin, İ. M. Muravyovun, V. İ. Şurovun, R. N. Baktizinin və başqalarının işlərini qeyd etmək olar. Bu işlərdə müxtəlif şəraitlərdə fəaliyyət göstərən qazlift prosesinin müxtəlif modelləri qurulmuş və bu modellər əsasında qazliftin optimallaşdırılması məsələsinə baxılmışdır.

Qazlift prosesinin modelləşdirilməsi üzrə ən aktual işlərdən biri F. Ə. Əliyevin və başqaların gördüyü işlərdir[12]. Bu işlərin əsas əhəmiyyəti ondan ibarətdir ki, burada qazlift prosesi xüsusi törəməli diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunur ki, bunlar da müxtəlif çevirmələrdən sonra elə şəklə gətirilir ki, alınan yeni məsələ optimal

---

[1] Алиев, Ф.А. Задачи моделирования оптимальной стабилизации газлифтного процесса / Ф.А. Алиев, М.Х. Ильясов, Н.Б. Нуриев // Прикладная механика, - Киев:- 2010. Т. 46. №6,- с.113-122.

[2] Алиев, Ф.А. Моделирование работы газлифтной скважины/ Ф. А. Алиев, М. Х. Ильясов, М. А. Джамалбеков// Доклады НАН Азербайджана, -Баку:- 2008. Т. LXIV. №4, - с. 30 – 41.

idarəetmə məsələsinə gətirilə bilər. Bu halda qazliftin optimizasiya məsələsi, yəni minimal qaz vurmaqla maksimal debitin əldə olunması klassik xətti kvadratik optimal idarəetmə məsələsi kimi həll olunur.

Qazlift prosesinin təsvir edən müxtəlif modellər təklif olunmuşdur ki, bunlardan da bir çoxu diferensial tənliklərlə təsvir olunur. Dissertasiyada belə bir modellərdən biri təkmilləşdirilərək prosesi təsvir edən tənliklərdə quyu dibindəki qaz-maye qarışığının alınmasında gecikən arqumentdən istifadə edilmişdir ki, bu da prosesin daha adekvat təsvir etməyə imkan verir.

Quyu dibində baş verən proseslər ən mürəkkəb proseslərdən biridir. Boru ətrafında vurulan qazın neftlə qarışması və bu qarışığın qaldırıcı boruya ötürülməsi müəyyən zaman gecikməsi ilə həyata keçir ki, bu gecikmənin riyazi modeldə nəzərə alınması çox mühümdür. Bu gecikmənin nəzərə alınması modeli təsvir edən diferensial və fərq tənliklərində özünü göstərə bilər ki, bu da son nəticədə gecikən arqumentli diferensial tənliklərin alınmasına gətirib çıxara bilər. Bu səbəbdən gecikən arqumentli diferensial tənliklərin araşdırılması, onların həll üsullarının işlənməsi, habelə bu, tənliklər vasitəsilə qoyulmuş optimal idarəetmə məsələlərinin tədqiq edilməsi aktual məsələ kimi qarşıya çıxır.

Gecikən arqumentli diferensial tənliklərlə təsvir olunan başlanğıc məsələlərinin və onlar əsasında qoyulmuş optimal idarəetmə məsələlərinin araşdırılmasına müxtəlif işlər həsr olunmuşdur[3][4][5][6][7]. Belə məsələlərin araşdırılmasına S.B.Norkinin,

---

[3]Митропольский, Ю.А. Периодические и квази периодические колебания систем с запаздыванием/ Ю.А.Митропольский, Д. И. Мартынюк, - Киев: Вища школа, -1979. -248 с.

[4] Мышкис, А.Д. Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом/ А.Д. Мышкис.- Москва : Наука, -1972. -352 с.

[5] Пименов, В. Г. Функционально-дифференциальные уравнения в биологии и медицине/ В. Г. Пименов.-Екатеринбург:-2008. -92 с.

[6] Эльсгольц, Л.Э. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом/ Л.Э. Эльсгольц, С.Б. Норкин -Москва: Наука, -1971. -296 с.

[7] Gopalsamy, K. Stability and oscillations in delay differential equations of population dynamics/ K. Gopalsamy.- Netherlands: Dordrecht, -1992, -512 p.

N.N.Krasovskinin, R.F.Qabasovun, P.T.Yanuşevskinin, F.M.Kirillovanın və b. əsərlərində rast gəlmək olur.

Kompyuter texnikasının və informasiya texnologiyalarının inkişafı hal-hazırda sistemli analiz və riyazi modelləşdirmədən mürəkkəb texniki sistemlərin idarəetmə məsələlərinin keyfiyyətcə yeni səviyyədə həlli vasitəsi kimi istifadə etməyə imkan verir. Tətbiqi proqramların müasir riyazi paketlərindən istifadə yüksək dəqiqliklə və bu texniki sistemlərin resurslarının minimal xərclənməsi ilə çoxtərəfli tədqiqatlar aparmağa imkan verir.

Belə mürəkkəb sistemlərdən biri də informasiyanın uzaqdan toplanması, ətraf mühitin monitorinqi, kiçik yüklərin çatdırılması, döyüş tapşırıqlarının yerinə yetirilməsi və bir sıra digər vəzifələri yerinə yetirmək üçün əlverişli və nisbətən ucuz texniki vasitə kimi son vaxtlar getdikcə populyarlaşan pilotsuz uçuş aparatları (PUA), xüsusən də kvadrokopterlərdir.

PUA-nın bir növü olan kvadrokorpterlər müxtəlif sahələrdə istifadə olunurlar ki, onların da əsas üstünlükləri çəkisinin az olması, ölçüsünün kiçikliyi, manevrliliyi, sadə idarəetmə sistemi, bu xüsusiyyətlər kvadrokopterləri müxtəlif sahələrdə, o cümlədən hərbi sahədə istifadə etməyə imkan verir. Buna görə də PUA-ların hərəkətinin adekvat riyazi modelinin qurmaq vacibliyi yaranır. Kvadrokopterin ucuz dinamikasının idarə edilməsi prosesi adekvat riyazi model əsasında olmalıdır[8]. Onu da qeyd eləmək lazımdır ki, PUA-ların hərəkətinin dayanıqlığı və idarə olunması kimi müxtəlif məsələlər arasında kvadrokopterlərin hərəkətinin riyazi modelinin qurulması və idarə olunması məsələsi aktual problemlərdən biridir[9]. Yüksək manevrli ucuş aparatı olan kvadrokorterin yüngül olması səbəbindən zəif dayanıqlığa malikdir[10]. Kvadrokopterin idarə

[8] Castillo, P., Lozano R., Dzul, A. Stabilization of a Mini Rotorcraft with Four Rotors// IEEE Control Systems Magazine, december, -vol.25. – 2005. iss.6, –p. 45 – 55.

[9] Larin,V. B. Synthesis of the Quad-rotor Control Algorithms in the Basic Flight Modes/ V. B. Larin, A. A. Tunik // TWMS Journal of Pure and Appl. Math., -vol. – 9. –2018., N.2. – p. 147 – 158.

[10] Aliev, F.A., Mutallimov, M.M., Velieva, N.İ., Huseynova, N.Sh. Mathematical modeling and control of quadcopter motion // Proceedings of the 8th International

olunması sistemi bucaq və fəza tənzimlənməsini həyata keçirməklə müəyyən hündürlüyə qalxma, yerə eniş etmə, havada durma və müəyyən trayektoriya üzrə uçma kimi əməliyyatları yerinə yetirməlidir[11][12]. Beləliklə, kvadrokopterin uçuşunun riyazi modelinin təkmilləşdirilməsi, onun hərəkətinin idarə edilməsi və tənzimlənməsi məsələləri aktual problem olaraq qalır.

PUA-ların hərəkətinin idarə olunmasının digər, əhəmiyyəti az olmayan məsələlərindən biri də uçan aparatlar üçün naviqasiya sistemlərinin araşdırılması və işlənməsi məsələsidir. Pilotlu və pilotsuz uçuş aparatlarının naviqasiya sistemlərinin yaradılması çox mürəkkəb məsələlərdən biridir. Qeyd etmək lazımdır ki, uçan aparatın koordinatlarının və digər naviqasiya parametrlərinin tapılması üçün istifadə olunan üsullardan biri yer səthinə nəzərən hərəkətdə olan obyektin naviqasiya parametrlərini - vəziyyətini, hərəkət sürətini və istiqamətini müəyyən etmək üçün istifadə olunan inersial naviqasiya sistemidir (INS).

Sadə inersial naviqasiya sistemləri PUA-larda da istifadə olunur. Amma bu cür İNS-in avtonom olaraq uzun zaman istifadə edilməsi böyük xətalara gətirib çıxara bilər ki, bunun da nəticəsində naviqasiya parametrlərinin müəyyən edilməsi zamanı lazım olan dəqiqlik əldə edilmir. Buna görə də sistemli analiz baxımından INS istifadə olunarkən onun naviqasiya məlumat mənbəyi olan digər kanallarla inteqrasiya edilməsi lazım gəlir. Belə kanallardan biri peyk naviqasiya sistemidir (GPS) ki, bu halda INS-ə GPS/INS naviqasiya kompleksinin bir hissəsi kimi baxılır. Belə olan halda naviqasiya parametrlərinin müəyyən edilməsi aparatın hərəkətinin riyazi modeli əsasında kvadrokopter idarəetməsinin sintezi üçün effektiv alqoritm qurmağa imkan verir, bu da hazırda öz aktuallığını saxlayır.

Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, (COIA 2022), -Baku, Azerbaijan:- 24-26August, -vol. 1.- 2022. - p.81-83.

[11] Красовский, А.Н. О математической модели управляемого движения дрона-квадрокоптера/ А.Н.Красовский, О.А. Суслова //Аграрный вестник Урала,-Екатеринбург:- 2016. № 4, -с. 55–59.

[12] Чумаков, А. Н. Системный подход и его значение в осуществлении// -Москва: Пространство и Время, -2014. № 4,- с. 30–35.

Beləliklə, qeyd olunan məsələlərin həllinə tətbiq olunan sistemli yanaşma yuxarıda göstərilən problemlərin həll edilməsini ehtiva edir və mexaniki sistemlərin idarə olunması alqoritmlərinin işlənməsində aktual problem olaraq qalmaqdadır.

Tədqiqatın obyekti və predmeti. Dissertasiya işinin obyekti idarə olunması nəzərdə tutulan mexaniki sistemlərin sistemli yanaşma riyazi modelləridir ki, onlar əsasında idarəetmə üsullarını işləmək mümkün olsun. Tədqiqatın predmeti isə belə mexaniki sistemlərin idarə olunmasında yeni alqoritmlərin işlənməsi və istifadə olunmasıdır.

İşin məqsədi. Dissertasiya işinin məqsədi sistemli yanaşmanı tətbiq etməklə mexaniki sistemlərin idarə olunması alqoritmlərinin işlənməsindən, onların qazlift prosesinə və kvadrokopterlərin hərəkətinə tətbiq edilməsindən ibarətdir.

- Qazlift prosesinin riyazi modelinin sistemli yanaşma ilə təkmilləşdirilməsi;
- Qazlift üsulu ilə istismar prosesi üçün gecikən arqumentli optimal idarəetmə məsələsinin qoyulması;
- Gecikən arqumentli diferensial tənliklərin ədədi həll üsullarının işlənməsi;
- Gecikən arqumentli kəsilməz optimal idarəetmə məsələsinin ədədi həll üsulunun işlənməsi;
- Gecikən arqumentli diskret optimal idarəetmə məsələsinin həlli üsulunun işlənməsi;
- Kvadrokopterin fəzada hərəkətini idarə etmək üçün optimal tənzimləyicinin qurulması;
- Kvadrokopterlərin inersial naviqasiya sisteminin işlənməsi;
- Qərarlaşmış rejimdə diskret xətti-kvadratik Qauss məsələsi üçün optimal idarəetdiricilər və filtirlərin qurulması;
- Xətti-kvadratik Qauss məsələsinin kvadrokopterin fəzada hərəkətinin tənzimlənməsinə tətbiqi.

Tədqiqat üsulları. İşdə sistemli analiz nəzəriyyəsindən, diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin üsullarından, optimal idarəetmə metodlarından, riyazi modelləşdirmə metodlarından, ədədi analiz üsullarından istifadə edilmişdir.

Elmi yeniliklər.

- Sistemli yanaşma vasitəsi ilə qazlift prosesinin riyazi modeli təkmilləşdirilmişdir;
- Qazlift üsulu ilə istismar prosesini təsvir edən gecikən arqumentli optimal idarəetmə məsələsi qoyulmuş və araşdırılmışdır;
- Gecikən arqumentli diferensial tənliklərin həlli üçün ədədi üsullar işlənmişdir;
- Gecikən arqumentli kəsilməz optimal idarəetmə məsələsinin ədədi həll üsulu işlənmişdir;
- Gecikən arqumentli diskret optimal idarəetmə məsələsinin həll üsulu hazırlanmışdır;
- Kvadrokopterin fəzada hərəkətini idarə etmək üçün optimal tənzimləyici qurulmuşdur;
- Kvadrokopterlərin inersial naviqasiya sisteminin işlənmişdir;
- Qərarlaşmış rejimdə diskret xətti-kvadratik Qauss məsələsi üçün optimal idarəetdiricilər və filtirlərin qurulması alqoritmi işlənmişdir;
- Xətti-kvadratik Qauss məsələsinin həlli kvadrokopterin fəzada hərəkətinin tənzimlənməsinə tətbiq edilmişdir.

Elmi və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiya işində alınmış nəticələr gecikən arqumentli optimal idarəetmə məsələsinin həllində, gecikən arqumentli kəsilməz və diskret optimal idarəetmə məsələlərinin həllində, qazlift üsulu ilə neft quyularının istismar prosesinin təkmilləşdirilməsində, habelə kvadrokopterin fəzada hərəkətini idarə etmək üçün optimal tənzimləyicinin qurulmasında, pilotsuz uçuş aparatlarının inersial naviqasiya sisteminin işlənməsində istifadə oluna bilər.

Alınmış nəticələrin dürüstlüyü. Dissertasiya işinin əsas nəticələri riyazi olaraq ciddi əsaslandırılmışdır. Təklif olunan alqoritmlər model misallar üzərində realizə olunmuş və oxşar işlərin nəticələri ilə müqayisə olunaraq onların üstünlüyü və effektivliyi aydın bir şəkildə nümayiş etdirilmişdir.

İşin aprobasiyası. Dissertasiyada alınmış nəticələr aşağıdakı seminar və konfranslarda məruzə edilmişdir:

- The 8th international Conference COIA, 2022, Baku, Azerbaijan;
- 44 Günlük Vətən Müharibəsində Qazanılan Qələbənin 2-ci ildönümünə Həsr Olunmuş Respublika Elmi-Praktik Konfransı, 2022, Bakı, Azərbaycan;
- The 7th international Conference COIA, 2020, Baku, Azerbaijan;
- The 6th international Conference COIA, 2018, Baku, Azerbaijan;
- The 5th international Conference COIA, 2015, Baku, Azerbaijan;
- Akademik Akif Hacıyevin 80 illik yubileyinə həsr olunmuş beynəlxalq konfrans, 2017, Bakı, Azərbaycan;
- BDU – nun Tətbiqi Riyaziyyat İnstitutunun elmi seminarı;
- AzMİU – nun "İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrasının seminarı.

Nəşrlər. Dissertasiyanın əsas nəticələri müəllifin **7** məqaləsində və **6** tezisində çap olunmuşdur.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiya işinin ümumi həcmi: Dissertasiya işinin ümumi həcmi - 165131 işarədir (titul, mündəricat və giriş – 39934 işarə, birinci fəsil –35888 işarə, ikinci fəsil – 40974 işarə, üçüncü fəsil – 46943 işarə, nəticə-1392 işarə). Dissertasiya işi giriş, üç fəsil, nəticə, 120 adda ədəbiyyat siyahısından və əlavədən ibarətdir. Dissertasiya işinə 143 səhifəli mətn və 13 şəkil daxil edilmişdir.

DİSSERTASİYA İŞİNİN ƏSAS MƏZMUNU

Girişdə mövzunun aktuallığı əsaslandırılmış, işin məqsədi müəyyən edilmiş, əsas elmi yeniliklər, işin nəzəri və praktiki əhəmiyyəti, müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar göstərilmiş, tədqiqat üsulları və işin aprobasiyası haqqında məlumat verilmişdir.

Dissertasiyanın birinci fəsli üç yarımfəsildən ibarətdir və mexaniki sistemlərin idarə olunmasına sistemli yanaşmanın bəzi aspektləri şərh olunmuşdur.

Dissertasiya işinin birinci fəslinin birinci yarımfəslində mexaniki sistemlərinin idarə olunmasının bəzi xüsusiyyətləri araşdırılmış və idarəetmə məsələlərinin bir sistem kimi mühüm əlamətləri tədqiq olunmuşdur. Burada müxtəlif mexaniki sistemlər üçün qoyulmuş idarəetmə məsələlərinin mahiyyəti müqayisəli şəkildə təhlil edilmişdir.

Birinci fəslin ikinci yarımfəslində qazlift quyuları bir mexaniki sistem kimi araşdırılmış, neft quyularının qazlift üsulu ilə istismar prosesinə sistemli yanaşma tətbiq olunaraq bir sıra hallarda onun mövcud riyazi modelləri təhlil olunmuş bu modellər əsasında qoyulmuş müxtəlif məsələlərin həlli yolları göstərilmişdir.

Birinci fəslin üçüncü yarımfəsli pilotsuz uçuş aparatlarının bir mexaniki sistem kimi hərəkətinin modelləşdirilməsi və idarə edilməsi üsullarına həsr olunmuş işlərdəki riyazi modellər təhlil olunmuş bu modellər əsasında qoyulmuş müxtəlif məsələlərin – optimallaşdırma və tənzimləmə məsələlərinin konstruktiv həlli yolları təsvir edilmişdir. Qeyd edilmişdir ki, kvadrokopterin hərəkətinin idarə edilməsi və tənzimlənməsi sisteminin işlənməsi prosesinin vacib bir tərkib hissəsi kimi onun riyazi modelinin qurulması ən mühüm işlərdən biri sayılır.

Dissertasiyanın ikinci fəsli qazlift quyularının idarə olunmasında sistemli yanaşmanın tətbiqinə həsr olunmuşdur.

Dissertasiya işinin ikinci fəslinin birinci yarımfəsli qazlift prosesinin riyazi modelinin təkmilləşdirilməsinə yeni bir yanaşma təklif olunmuşdur. Bu yanaşmanın mahiyyəti ondan ibarətdir ki, quyudibi zonada vurulan qazın laydakı neftə qarışması və yaranan maye – qaz qarışığının qaldırıcı boruya ötürülməsi müəyyən bir gecikmə ilə təsvir olunur ki, bunun da nəticəsində riyazi modeli təsvir edən diferensial tənliklərdə gecikən arqumentli hədd meydana çıxır. Bu yanaşma daha adekvat modelin alınması üçün vəsilə ola bilər. Məlumdur ki, qazlift quyusunun istismar prosesinin riyazi modeli xətti diferensial tənliklər sisteminin xüsusi törəmələri ilə təsvir edilir:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial t} = -\dfrac{c^2}{\overline{F}}\dfrac{\partial Q}{\partial x} \\ \dfrac{\partial Q}{\partial t} = -\overline{F}\dfrac{\partial P}{\partial x} - 2aQ \end{cases} \tag{1}$$

burada $t \geq 0, x \in [0,2L]$. Daha sonra bu model əsasında gecikən arqumentli optimal idarəetmə məsələsi qoyulur. Bunun üçün $l = L/N$ hissələrinə bölərək düz xətlər üsulundan istifadə edilməklə yuxarıdakı xüsusi törəməli diferensial tənliklər sistemindən N=2 olan zaman boru arxası (halqavarı) oblast üçün aşağıdakı adi törəməli diferensial tənliklər sistemi alınır.

$$\begin{cases} \dot{P}_1(t) = -\dfrac{c_1^2}{F_1 l}Q_1(t) + \dfrac{c_1^2}{F_1 l}Q_0(t), \\ \dot{Q}_1(t) = -\dfrac{F_1}{l}P_1(t) + \dfrac{F_1}{l}P_0(t) - 2a_1Q_1(t), \\ \dot{P}_2(t) = -\dfrac{c_1^2}{F_1 l}Q_2(t) + \dfrac{c_1^2}{F_1 l}Q_1(t), \\ \dot{Q}_2(t) = -\dfrac{F_1}{l}P_2(t) + \dfrac{F_1}{l}P_1(t) - 2a_1Q_2(t). \end{cases} \tag{2}$$

Burada $Q_0(t), P_0(t)$ funksiyaları, halqavarı oblasta vurulan qazın həcmi sərfiyyatına və təzyiqinə uyğundur ki, bunların köməyi ilə qazlift prosesi idarə olunur. $Q_2(t)$ və $P_2(t)$ isə halqavarı oblastın dibinə uyğun qiymətlərdir. Biz burada digər işlərdən fərqli olaraq qəbul edirik ki, quyudakı qaldırıcı borunun dibində formalaşan təzyiq və sərfiyyat onların uyğun olaraq halqavarı oblastın dibində t arqumentinin müəyyən τ gecikməsi ilə olan qiymətlərindən asılıdırlar, yəni

$$\begin{aligned} \overline{Q}_2(t) &= \alpha Q_2(t-\tau), \\ \overline{P}_2(t) &= \beta P_2(t-\tau), \end{aligned} \tag{3}$$

Münasibətləri ödənilir. Bunu nəzərə almaqla, qaldırıcı boru üçün

$$\begin{cases} \dot{P}_3(t) = -\frac{c_2{}^2}{F_2 l} Q_3(t) + \frac{c_2{}^2}{F_2 l} \alpha Q_2(t-\tau), \\ \dot{Q}_3(t) = -\frac{F_2}{l} P_3(t) + \frac{F_2}{l} \beta P_2(t-\tau) - 2a_2 Q_3(t), \\ \dot{P}_4(t) = -\frac{c_2{}^2}{F_2 l} Q_4(t) + \frac{c_2{}^2}{F_2 l} Q_3(t), \\ \dot{Q}_4(t) = -\frac{F_2}{l} P_4(t) + \frac{F_2}{l} P_3(t) - 2a_2 Q_4(t). \end{cases} \tag{4}$$

tənliklərini alarıq.

Beləliklə, biz (3) şərtləri ilə bağlanmış (2), (4) differensial tənliklər sistemini alırıq ki, onun da başlanğıc şərtlərini aşağıdakı kimi götürmək olar:

$$P_k(t_0) = P_k^0, \quad Q_k(t_0) = Q_k^0 \qquad k = \overline{1,4} \tag{5}$$

İndi isə aşağıdakı

$$x(t) = [P_1(t), Q_1(t), P_2(t), Q_2(t), P_3(t), Q_3(t), P_4(t), Q_4(t)]',$$
$$x^0 = [P_1^0, Q_1^0, P_2^0, Q_2^0, P_3^0, Q_3^0, P_4^0, Q_4^0]',$$
$$u(t) = [Q_0(t), P_0(t)]'$$

işarələmələrini aparsaq (2), (4) və (5) ifadələrindən kompakt şəkildə aşağıdakı

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B(\alpha,\beta)x(t-\tau) + Gu(t), \tag{6}$$
$$x(t) = x^0(t),\ t \in [-\tau, 0] \tag{7}$$

məsələsini alarıq. BuradaA, B, G(2), (4) tənliklərinin əmsallarından düzələn matrislər, $u(t)$ isə idarəedici funksiyadır.

$$J = \frac{1}{2}\left[Q_4(T) - \overline{Q}\right]^2 + \frac{1}{2}\int_0^T \{x'(t)Rx(t) + u'(t)Cu(t)\}dt \tag{8}$$

funksionalının minimallaşdırmasını tələb etsək gecikən arqumentli xətti-kvadratik optimal idarəetmə məsələsi alarıq. Burada $R' = R > 0,\ C' = C > 0$. Müəyyən çevirmələrdən sonra (8) funksionalını standart

$$J = \frac{1}{2}(x(T) - \overline{x})' N(x(T) - \overline{x}) + \frac{1}{2}\int_0^T \{x'(t)Rx(t) + u'(t)Cu(t)\}dt \tag{9}$$

şəklinə gətirmək olar.

(6), (7), (9) məsələsi üçün genişlənmiş funksionalı qurub onun qradiyentini 0-a bərabər etsək

$$x'(t)=Ax(t)+Bx(t-\tau)-GC^{-1}G'\lambda(t) \quad (10)$$

$$\lambda'(t)=-Rx(t)-A'\lambda(t)-B'\lambda(t+\tau) \quad (11)$$

$$x(0)=x^0 \quad (12)$$

$$\lambda(T)=N'\left[x(T)-\overline{x}\right] \quad (13)$$

Eyler – Laqranj tənliklər sistemini alarıq. Qeyd edək ki, bu tənliklər sistemin τ parametri və α,β əmsalları naməlumdurlar ki, onları da identifikasiya usulları ilə müəyyən etmək olar.

Dissertasiyanın ikinci fəslinin ikinci yarımfəslində (6)-(7) gecikən arqumentli diferensial tənliklər sistemi üçün identifikasiya məsələsinə, yəni qazlift prosesi üçün qurulmuş bir riyazi model əsasında bir identifikasiya məsələsinə baxılır. Qaldırıcı borunun dibində formalaşan təzyiq və sərfiyyatın halqavari oblastın dibində formalaşan təzyiq və sərfiyyatdan müəyyən zaman gecikməsi və parametrlərdən asılı olduğunu qəbul etməklə qurulan riyazi modelə əsasən gecikmə və parametrlərin identifikasiyası üçün üsul təklif edilir.

Burada N parametrinin ixtiyari qiymətində, yəni $N=n$ qiymətində düz xətlər üsulu tətbiq edilərək (6)-(7) sisteminə uyğun sistem alınır. Bu halda

$$x(t)=\left[P_1(t),Q_1(t),P_2(t),Q_2(t),\ldots,P_n(t),Q_n(t),P_{n+1}(t),Q_{n+1}(t),\ldots,P_{2n}(t),Q_{2n}(t)\right]',$$

$$x^0=\left[P_1^0,Q_1^0,P_2^0,Q_2^0,\ldots,P_n^0,Q_n^0,P_{n+1}^0,Q_{n+1}^0,\ldots,P_{2n}^0,Q_{2n}^0,\right]',$$

kimi təyin olunur. (6)-(7) sistemini dekompozisiya edərək

$$\begin{cases} x_1'(t)=A_1x_1(t)+B_1u(t) \\ x_2'(t)=A_1x_2(t)+B_1x_1(t) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n'(t)=A_1x_n(t)+B_1x_{n-1}(t) \\ x_{n+1}'(t)=A_2x_{n+1}(t)+V(\alpha,\beta)x_n(t-\tau) \\ x_{n+2}'(t)=A_2x_{n+2}(t)+B_2x_{n+1}(t) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{2n}'(t)=A_2x_{2n}(t)+B_2x_{2n-1}(t) \end{cases} \quad (14)$$

$$x_i(0)=x_i{}^0, i=\overline{1,n}, i=\overline{n+2,2n} \quad (15)$$

$$x_{n+1}(t) = x^0_{n+1}(t), t \in [-\tau, 0] \quad (16)$$

sistemini alarıq ki, burada $x_i(t) = \begin{bmatrix} P_i(t) \\ Q_i(t) \end{bmatrix}, x_i^0 = \begin{bmatrix} P_i^0 \\ Q_i^0 \end{bmatrix}, i = \overline{1,2n}$

və $A_1, A_2, B_1, B_2, V(\alpha,\beta)$ matrisləri $F, c, a, l, \alpha, \beta$ parametrlərindən asılıdırlar.(14) – (16) Koşi məsələsinin həlli α, β və τ parametrlərindən və u(t) idarəedicisindən və onu

$$x(t) = x[\alpha, \beta, \tau, u(t), t]$$

şəklində göstərə bilərik. Onda bu həllin $x_{2n}(t)$ koordinatı $x_{2n}(t) = \lfloor P_{2n}(t), Q_{2n}(t) \rfloor$ şəklində olduğundan

$$Q_{2n}(\alpha,\beta,\tau,u,t) = \mathrm{I} \cdot x_{2n}(t), \quad \mathrm{I} = [0\,1]$$

alarıq.

Indi isə fərz edək ki, qazlift quyusunun tarixçəsindən müəyyən bir T zaman anı üçün $\overline{Q_0^i}$ və $\overline{Q_{2n}^i}$ (i=1, k. k – müşahidə sayı) statistik verilənləri məlumdur. $\overline{Q_0^i}$ - qazlift quyusunun girişində vurulan qazın həcmi, $\overline{Q_{2n}^i}$- debitin miqdarıdır. İndi isə fərz edək ki, (14) – (16) məsələsinin Q_0^i statistik verilənləri daxilindəki həllindən

$$Q_{2n}^i(\alpha, \beta, \tau, Q_0^i, T)$$

qiymətini tapa bilərik. Onda α, β və τ parametrlərinin tapılması məsələsi

$$\mathrm{I}(\alpha,\beta,\tau) = \sum_{i=1}^{k} \left[Q_{2n}^i(\alpha,\beta,\tau,Q_0^i,T) - \overline{Q_{2n}^i} \right]^2$$

funksionalın minimumunun tapılması məsələsinə gətirilir. Yarımfəsildə həm (14) – (16) məsələsinin həlli alqoritmi, həm də $\mathrm{I}(\alpha,\beta,\tau)$ funksionalının minimumunun tapılması alqoritmi verilmişdir. Baxılan məsələ həm də diskret hal üçün həll edilmişdir.

Alqoritm.

Addım 1. C, F, a, L sabitləri və $Q_0(t)$ və $P_0(t)$ funksiyaları daxil edilir.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial t} = -\dfrac{c^2}{\bar{F}}\dfrac{\partial Q}{\partial x} \\ \dfrac{\partial Q}{\partial t} = -\bar{F}\dfrac{\partial P}{\partial x} - 2aQ \end{cases}$$

$$Q(L+0,t) = \alpha Q(L-0,t-\tau),$$
$$P(L+0,t) = \beta P(L-0,t-\tau).$$

$$\bar{P}_n(t) = \beta P_n(t-\tau)$$

$$\bar{Q}_n(t) = \alpha Q_n(t-\tau)$$

<u>Addım 2.</u> $Q_0{}^i$və $Q_{2n}^i(i=\overline{1,k})$ statistik verilənlər daxil edilir.

<u>Addım 3.</u> Aşağıdakı tənliklər sistemi həll olunur və $Q_{2n}^i(\alpha,\beta,\tau,Q_0^i,T)$ kəmiyyəti tapılır.

$$\begin{cases} \acute{x}_1(t) = A_1x_1(t) + B_1u(t) \\ \acute{x}_2(t) = A_1x_2(t) + B_1x_1(t) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \acute{x}_n(t) = A_1x_n(t) + B_1x_{n-1}(t) \\ \acute{x}_{n+1}(t) = A_2x_{n+1}(t) + V(\alpha,\beta)x_n(t-\tau) \\ \acute{x}_{n+2}(t) = A_2x_{n+2}(t) + B_2x_{n+1}(t) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \acute{x}_{2n}(t) = A_2x_{2n}(t) + B_2x_{2n-1}(t) \end{cases}$$

$$x_i(0) = x_i{}^0, i = \overline{1,n}, i = \overline{n+2,2n}$$
$$x_{n+1}(t) = x_{n+1}^0(t), t \in [-\tau, 0]$$

<u>Addım 4.</u> Aşağıdakı funksional formalaşdırılır.

$$I(\alpha,\beta,\tau) = \sum_{s=1}^{k}\left[Q_{2n}^s(\alpha,\beta,\tau,T) - Q_{2n}^{s,st}\right]^2$$

<u>Addım 5.</u> α,β və τ parametrləri tapılır

$$\frac{\partial I(\alpha,\beta,\tau)}{\partial\beta} \approx \frac{I(\alpha,\beta+h_\beta,\tau) - I(\alpha,\beta,\tau)}{h_\beta}$$

$$\frac{\partial I(\alpha,\beta,\tau)}{\partial\tau} \approx \frac{I(\alpha,\beta,\tau+h_\tau) - I(\alpha,\beta,\tau)}{h_\tau}$$

$$\frac{\partial I(\alpha,\beta,\tau)}{\partial\alpha} = 0$$

$$\frac{\partial I(\alpha,\beta,\tau)}{\partial\beta} = 0$$

$$\frac{\partial I(\alpha,\beta,\tau)}{\partial\tau}=0$$

Addım 6. Kifayət qədər kiçik $\varepsilon > 0$ ədədi üçün

$$\left|\frac{\partial I(\alpha,\beta,\tau)}{\partial\alpha}\right|<\varepsilon,\left|\frac{\partial I(\alpha,\beta,\tau)}{\partial\beta}\right|<\varepsilon,\left|\frac{\partial I(\alpha,\beta,\tau)}{\partial\tau}\right|<\varepsilon$$

şərtləri ödədikdə hesablama dayandırılır, əks halda $h_\alpha, h_\beta, h_\tau$ addımları kiçildilərək təkrarən 3–cü addım keçirilir.

Beləliklə, qazlift quyusunun tarixçəsini adekvat əks etdirməyə imkan verən α,β və τ parametrləri, bununla da prosesə adekvat olan riyazi model qurulur.

İkinci fəslin üçüncü yarımfəslində isə xətti kvadratik optimal idarəetmə məsələsini həll etmək üçün metod təklif edilimişdir. Burada müəyyən işarələmələrdən və əvəzləmələrdən sonra kompakt şəkildə aşağıdakı gecikən və qabaqlayan arqumentli diferensial tənliyini alınır.

$z(t)=[x(t),\lambda(t)]^T$ işarələməsini etsək, onda (10) –(11) sistemini

$$\begin{bmatrix} x'(t) \\ \lambda'(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} A & -Gc^{-1}G^T \\ -R & -A' \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t) \\ \lambda(t) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t-\tau) \\ \lambda(t-\tau) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -B' \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t+\tau) \\ \lambda(t+\tau) \end{bmatrix} \quad (17)$$

şəklində yazıb və müəyyən işarələmələr aparsaq kompakt şəkildə aşağıdakı gecikən və qabaqlayan arqumentli

$$\dot z(t)=\overline{A}z(t)+\overline{B}z(t-\tau)+\overline{C}z(t+\tau) \quad (18)$$

diferensial tənliyini almış oluruq. (18) sisteminin həlli kimi $[t_0-\tau, T+\tau]$ parçasında təyin olunmuş elə $z(t)$funksiyasını axtaracağıq ki, o $[t_0, T]$ parçasında sanki hər yerdə diferensiallanan olub (18) diferensial tənliyini və

$$\begin{cases} z(t)=\varphi(t), & t_0-\tau\le t\le t_0 \\ z(t)=\psi(t), & T\le t\le T+\tau \end{cases} \quad (19)$$

sərhəd şərtlərini ödəsin. Z ilə $[t_0-\tau, T+\tau]$ parçasında təyin olunmuş, $[t_0, T]$ parçasında kəsilməz olan və yalnız $t=t_0$ və $t=\tau$

nöqtələrində birinci növ kəsilməsi olan hissə - hissə kəsilməz vektor funksiyalar çoxluğunu işarə edək. Belə bir Z çoxluğunda $k > 0$ ədədi üçün

$$\rho_k(z_1, z_2) = \sup_t \left[e^{-kt} \| z_1(t) - z_2(t) \| \middle| x_0 - \tau \le t < T + \tau \right] \qquad (20)$$

metrikasını daxil edək. Z çoxluğunun

$$\Omega = \{ z \in Z | z(t) = \varphi(t), t \in [t_0 - \tau, t_0), x(t) = \psi(t), t \le (T, T + +\tau] \} \qquad (21)$$

alt çoxluğunu götürək. İndi isə aşağıdakı bərabərliklərlə təyin olunan $T\Omega \to \Omega$ operatoruna baxaq:

$$Tz(t) = \varphi(t), \quad t_0 - \tau \le t \le t_0,$$

$$Tz(t) = \psi(t), \quad T \le t \le T + \tau, \qquad (22)$$

$$Tz(t) = z_0 + \int_{t_0}^{t} [Az(\xi) + Bz(\xi - \tau) + Cz(\xi + \tau)] d\xi, \quad t_0 \le t \le T.$$

Onda Ω - dan olan ixtiyari iki z_1 və z_2 elementi üçün isbat etmək olar ki,

$$\rho_k(Tz_1, Tz_2) = \max_{t_0 \le t \le T} \left[e^{-kt} \| Tz_1(t) - Tz_2(t) \| \right] \le \delta_k \rho_k(z_1, z_2) \qquad (23)$$

Göstərmək olar ki, k-nın müəyyən qiymətində $\delta_k < 1$ ödənilir. Onda (23) münasibətinə görə (22)- la təyin olunmuş T operatoru Ω çoxluğunda sıxılan operatordur. Ω tam metrik fəza olduğundan T operatorunun yeganə tərpənməz nöqtəsi vardır [28, 543 s.]. Bu z(t) tərpənməz nöqtəsi (18), (19) sərhəd məsələsinin yeganə həlli olacaqdır.

(18), (19) sərhəd məsələsinin həlli üçün təqribi üsuldan istifadə edək. Məsələni diskretləşdirmək üçün aşkar Eyler sxemindən istifadə edək. Burada sadəlik üçün fərz edək ki, elə natural $l \in N$ ədədi var ki, $\frac{T - t_0}{\tau}$. Digər tərəfdən τ ədədini $m \in N$ bərabər hissəyə bölək və onu Δt adlandıraq: $\Delta t = \frac{\tau}{m}$. Onda biz

$[t_0-\tau, T+\tau]$ parçasını Δt addımı ilə bölməklə aşağıdakı şəbəkəni almış oluruq.

$$t_i = t_0 + \Delta t \cdot i, i = \overline{-m,\ p+m} \tag{24}$$

Bu şəbəkədən və Δt addımına görə Eyler sxemindən istifadə etsək (18), (19)-dən aşağıdakı sonlu fərqli tənliyi alarıq:

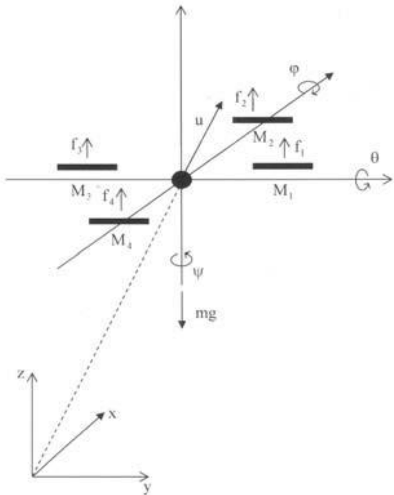
$$\begin{cases} u^i = \varphi^i, i = -m, \dots, -1 \\ u^{i+1} = u^i + \Delta t \cdot \left[Au^i + Bu^{i-m} + cu^{i+m}\right], i = 0, \dots, p-1 \\ u^i = \psi^i, i = p+1, \dots, p+m \end{cases} \tag{25}$$

$u^i(i = \overline{-m, p+m})$ məchullarını tapmaq üçün alınan (25) tənliyi $p+2m+1$ ölçülü xətti cəbri tənliklər sistemidir və $u^i \approx z^i = z(t_i)$ (18), (19) sərhəd məsələsinin təqribi həllidir.

Dissertasiya işinin üçüncü fəsli pilotsuz uçuş aparatlarının hərəkətinin idarə olunmasına və onlar üçün optimal tənzimləyicilərin qurulmasına həsr olumuşdur.

Bu fəslin birinci yarımfəslində kvadrokopterlərin fəzada hərəkətini idarə etmək üçün optimal tənzimləyicilərin qurulması həyata keçirilmişdir. Bunun üçün əvvəlcə məlum riyazi model xəttiləşdirilərək təkmilləşdirilmiş və onun əsasında xətti kvadratik optimal idarəetmə məsələsi qoyulmuşdur. Daha sonra kvadrokopterin dinamikasının xəttiləşdirilmiş riyazi modeli əsasında kvadrokopterin üfüqi müstəvidə eyni anda kren bucağı altında verilmiş hündürlüyə qaldırıldıqda onun fəzada hərəkətini idarə etmək üçün optimal requlyatorlar qurulmuşdur.

Verilmiş fiziki parametrlərə malik kvadrokopteri (şək.1) nəzərdən keçirək, onun vintlərinin fırlanma sürətini dəyişdirməklə idarə oluna bilər. Kosmik gəmi Yerlə əlaqəli və bir-birinə perpendikulyar olan Ox, Oy və Oz koordinat oxları ilə verilən sabit inersial istinad sisteminə nisbətən hərəkət edir və Oz oxu cazibə vektorunun əksinə yönəldilir. Bu işdə tapşırıq ondan ibarətdir ki, kvadrokopter başlanğıc nöqtədən (x_0, y_0, z_0) , ilkin bucaqlar $(\theta_0, \varphi_0, \psi_0)$ ilə verilmiş nöqtəyə $(0,0,z_d)$ bucaq $(0,0,\psi_d)$ilə hərəkət edir, bu da kvadrokopterin verilmiş hündürlüyə qaldırılması və kurs bucağı boyunca fırlanması deməkdir. Bu fərziyyənin eksperimental yoxlanışı göstərdi ki, belə bir aproksimasiyanın xətası olduqca kiçikdir və praktiki tətbiq üçün nəzərə almamaq olar



Şəkil 1. Kvadrokopterin sxemi.

Məlumdur ki, kvadrokopterin hərəkəti aşağıdakı tənliklər ilə təsvir olunur:

$$m\ddot{x} = -u \sin\theta, \tag{26}$$

$$m\ddot{y} = u\cos\theta\sin\varphi, \tag{27}$$

$$m\ddot{z} = u\cos\theta\cos\varphi - mg, \tag{28}$$

$$\ddot{\psi} = \tilde{\tau}_{\psi}, \tag{29}$$

$$\ddot{\theta} = \tilde{\tau}_{\theta}, \tag{30}$$

$$\ddot{\phi} = \tilde{\tau}_{\varphi}. \tag{31}$$

(26)-(31) bərabərliklərində m – kvadrokopterin kütləsi, $g = 9{,}8$ m/s^2 – sərbəstdüşmə təcili, u, eləcə də $\tilde{\tau}_{\psi}, \tilde{\tau}_{\theta}, \tilde{\tau}_{\varphi}$ $- f_i$ -dən asılı olan

idarəedicilərdir. Nəzərə alsaq ki, u, aparatın hərəkət hündürlüyə qalxması üçün istifadə olunur, $\tilde{\tau}_{\psi}$ idarəetmə isə kurs bucağını tənzimləməyə imkan verir.
İndi, $\cos\theta\cos\varphi \neq 0$ fərziyyəsinə qəbul edirik və əsasən, aparatın uçuş hündürlüyünə qalxmasını təyin edən u idarəedicisini aşağıdakı münasibət ilə müəyyən edirik:

$$u = (r_1 + mg)\frac{1}{\cos\theta\cos\varphi} \tag{32}$$

Bu halda r_1 üçün aşağıdakını alarıq

$$r_1 = a_1\dot{z} + a_2 z + a_3 \tag{33}$$

(28) düsturunda (32) və (33) – i münasibətini nəzərə alsaq, onda

$$m\ddot{z} = a_1\dot{z} + a_2 z + a_3 .$$

Eyni qayda ilə kurs bucağını idarə etmək üçün aşağıdakını alırıq

$$\tilde{\tau}_{\psi} = b_1\dot{\psi} + b_2\psi + b_3 \tag{34}$$

Daha sonra $\cos\theta\cos\varphi \neq 0$ şərtini (32)-(34) nəzərə alınmaqla (28), (29) düsturlarından alarıq:

$$\ddot{z} = \frac{1}{m}(a_1\dot{z} + a_2 z + a_3) , \tag{35}$$

$$\ddot{\psi} = b_1\dot{\psi} + b_2\psi + b_3 . \tag{36}$$

Qeyd edək ki, bu tənliklərdəki naməlum əmsallar a_1, a_2, a_3 və b_1, b_2, b_3 şaquli istiqamətdə və kurs bucağında asimptotik dayanıqlıq şərtindən seçilməlidir ki, bu da öz növbəsində verilmiş z_d, ψ_d üçün $z \to z_d$, $\psi \to \psi_d$ münasibətinin yerinə yetirilməsini təmin edəcəkdir.

Diferensial tənliklər nəzəriyyəsindən məlumdur ki, (35) diferensial tənlik üçün

$$k^2 - \frac{a_1}{m}k - \frac{a_2}{m} = 0 \tag{37}$$

xarakteristik tənliyinin kökləri əgər a_1, a_2 əmsalları mənfi olarsa, kompleks müstəvisinin sol yarımmüstəvisində yerləşir, yəni

$\operatorname{Re} k_i < 0, i = 1{,}2$. Beləliklə, $z = -\dfrac{a_3}{a_2}$ funksiyası (35) qeyri-bircins tənliyin xüsusi həlli olduğundan,

$$z = c_1 e^{k_1 t} + c_2 e^{k_2 t} - \frac{a_3}{a_2}, \tag{38}$$

funksiyası bu tənliyin ümumi həllidir və $t \to \infty$ şərtində $z(t) \to -\dfrac{a_3}{a_2}$ münasibəti də yerinə yetirilir. Əgər $a_1 = -a_{z_1}, a_2 = -a_{z_2}$ və $-\dfrac{a_3}{a_2} = z_d$ kimi işarələsək, onda (33) düsturundan r_1 üçün aşağıdakı münasibəti alarıq:

$$r_1 = a_1 \dot{z} + a_2 z + a_3 = -a_{z_1} \dot{z} - a_{z_1} z + a_{z_1} z_d = -a_{z_1} \dot{z} - a_{z_1} (z - z_d) \tag{39}$$

Bu halda (35) aşağıdakı tənliyə keçəcəkdir:

$$\ddot{z} = \frac{1}{m}\left(-a_{z_1} \dot{z} - a_{z_2} (z - z_d)\right). \tag{40}$$

Analoji olaraq (36) tənliyindən

$$\ddot{\psi} = -a_{\psi_1} \dot{\psi} - a_{\psi_2} (\psi - \psi_d) \tag{41}$$

tənliyini alarıq.

Qeyd edək ki, (40), (41) tənliklərindəki a_{ψ_1}, a_{ψ_2}, a_{z_1}, a_{z_2}, əmsallarının müsbət qiymətləri üçün bu sistemlərin asimptotik dayanıqlıq şərtinin ödənilməsi təmin edilir ki, bu da öz növbəsində $\psi \to \psi_d$, $z \to z_d$ münasibətlərinin yerinə yetirilməsini təmin edəcəkdir.

Burada qeyd etmək lazımdır ki, şaquli hərəkətin tənzimlənməsi alqoritmini tətbiq etməklə eyni nəticə əldə edəcəyik. Belə ki,

$$p_1 = [(z - z_d),\ \frac{d(z - z_d)}{dt}]'$$

vektorunu quraq. Onda

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ u_1 = \frac{r_1}{m} \tag{42}$$

işarələmələri aparsaq, (39) və (40) düsturlarından alarıq:

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= A_1 p_1 + B_1 u_1 \\ p_1(0) &= p_1^0 \end{aligned}, \tag{43}$$

Bu halda

$$J_1 = \int_0^{\infty} \left(p_1' Q_1 p_1 + u_1' R_1 u_1 \right) dt, \tag{44}$$

keyfiyyət meyarından istifadə edək. Fərz edək ki, Q_1 və R_1 matrisləri kvadrokopterin z oxu boyunca hərəkətini idarə edən sintez məsələsinin həllini təmin edirlər. Onda LQR-sintez standart prosedurunu tətbiq etsək, vəziyyət üzrə əks əlaqə əmsallarını $u_1 = -K_z p_1$ yaxud $K_z = \frac{1}{m}[a_{z_1}, a_{z_2}]$ və ya $u_1 = \frac{r_1}{m} = \frac{1}{m}[-a_{z_1}\dot{z} - a_{z_2}(z - z_d)]$ alarıq, bu halda $t \to \infty$ şərti daxilində $z \to z_d$ təmin olunur.

Kurs bucağının idarə olunması üzrə sintez məsələsi bu qayda ilə həll edilir. Bu prosedurdan istifadə etməklə həm (φ, y), həm (θ, x) koordinatlarının idarə olunmasını həyata keçirə bilərik. Beləliklə, kvadrokopterin idarə olunmasının sintezi nəticəsində elə $x(t), y(t), z(t)$ və $\theta(t), \varphi(t), \psi(t)$ həllərini alırıq ki, $t \to \infty$ şərti daxilində onlar üçün müvafiq olaraq $\theta \to 0,\ x \to 0,\ y \to 0,\ \varphi \to 0, \psi \to \psi_d,\ z \to z_d$ təmin olunur.

Dissertasiyanın üçüncü fəslinin ikinci yarımfəslində kvadrokopterlərin inersial naviqasiya sistemi işlənməsinə və onun GPS, maqnitometr, hündürlük ölçən cihaz ilə inteqrasiyada korreksiyası alqoritminin hazırlanmasına həsr olunmuşdur.

Fərz edək ki, akselerometr cihazı uçan aparatın $w_a(t)$ təcilini ölçür, giroskop cihazından isə $\psi(t), \vartheta(t), \varphi(t)$ Eyler bucaqlarının qiyməti alınır. Bu halda mütləq təcil aşağıdakı düstürun köməyi ilə hesablanır:

$$w(t) = w_a(t) - g \tag{45}$$

Burada g- sərbəstdüşmə təcilidir. Uçan aparatın bucaq sürəti vektorunun PUA ilə bağlı koordinat oxları üzrə $\omega(t) = [\omega_1(t), \omega_2(t), \omega_3(t)]^T$ proyeksiyası aşağıdakı formada olacaqdır:

$$\begin{cases} \omega_1(t) = \dot{\psi}(t) sin\vartheta(t) sin\varphi(t) + \dot{\vartheta}(t)\cos\varphi(t), \\ \omega_2(t) = \psi(t) sin\vartheta(t) cos\varphi(t) + \dot{\vartheta}(t)\sin\varphi(t), \\ \omega_3(t) = \psi(t) cos\theta(t) + \dot{\varphi}(t). \end{cases} \qquad (46)$$

Əgər PUA-nın başlanğıc zaman anında vəziyyəti məlumdursa, onda $\omega(t)$ funkasiyasının qiyməti ölçüldüyü halında Rodriq-Hamilton parametrlərinin $\lambda(t) = [\lambda_0(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t)]^T$ vektoru (kvaternion)

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{2\Omega\lambda} \qquad (47)$$

tənliyindən tapılır.
Burada

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 - \omega_1 - \omega_2 - \omega_3 \\ \omega_1 \quad 0 \quad \omega_3 \quad - \omega_2 \\ \omega_2 - \quad \omega_3 \quad 0 \quad \omega_1 \\ \omega_3 \quad \omega_2 \quad - \omega_1 \quad 0 \end{bmatrix}, \ \|\lambda\|^2 = \lambda^T \lambda\,, \qquad (48)$$

başlanğıc şərt isə

$$\lambda(t_0) = \lambda^0 = [\lambda_0^0 \lambda_1^0 \lambda_2^0 \lambda\,_3^0]^T \qquad (49)$$

yuxarıda göstərildiyi kimi olacaqdır.

PUA-nın sürət koordinatlarının dəyişməsinin hesablanması üçün tənlik

$$\frac{dv}{dt} = w(t) - 2\Omega_z \times v - \Omega_z \times \Omega_z \times R \qquad (50)$$

şəklində götürülür ki, burada v - obyektin nisbi sürəti, Ω_z -yerin fırlanmasının bucaq sürəti r - isə geosentrik kvordinat sistemində nöqtənin radius vektorudur. Akselerometrin göstəricilərinin yerə nəzərən tərpənməz $(Oxyz)$ koordinat sistemindən PUA ilə bağlı tərpənən koordinat sisteminə yenidən proyeksiya etmək üçün A çevirmə matrisini Rodriq-Hamilton parametrlərinin vektorunun kordinatları vasitəsi ilə tapırıq:

$$A(\lambda) = \begin{bmatrix} \lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda\,_3^2 & 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0\lambda_3) & 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2) \\ 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0\lambda_3) & \lambda_0^2 - \lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda\,_3^2 & 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_0\lambda_1) \\ 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2) & 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_0\lambda_1) & \lambda_0^2 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2 + \lambda\,_3^2 \end{bmatrix} \qquad (51)$$

(51) matrisi həm də kosinuslar matrisi adlanır. Onda biz (50) düsturunda $w(t)$ funksiyası yerinə

$$\widetilde{w}(t) = A\big(\lambda(t)\big)\, w(t) \tag{52}$$

düsturu ilə təyin olunan $\widetilde{w}(t)$ funksiyasından istifadə edəcəyik.

Əvvəlcə qeyd etdiyimiz kimi INS inersial naviqasiya sistemi korreksiya olunmadan uzun müddət işlədikdə böyük xətalara gətirib çıxarır. Buna görə də INS köməyi ilə alınan naviqasiya parametrlərini korreksiya etmək üçün onu digər naviqasiya məlumatlarının mənbələri ilə inteqrasiya etmək lazımdır. Bu tip kanallardan biri kimi GPS peyk naviqasiya sistemindən istifadə etmək olar.

Yuxarıda göstərilən sxemdən göründüyü kimi, INS inersial naviqasiya sisteminin köməyi ilə naviqasiya parametrlərinin tapılması məsələsi (50) diferensial tənliklər sisteminin həlli ilə əlaqədardır. Digər tərəfdən giroskopdan və akselerometrdən ölçmələrin qəbulu diskret formada, yəni bərabər Δt zaman anından sonra baş verir. Bu səbəbdən axtarılan naviqasiya parametrlərinin hər bir Δt zaman anından sonra hesablamaq məqsədəuyğun hesab olunur. Bu zaman giroskopun ölçmələrinə görə $\omega(t)$ vektorunu təyin etdikdən sonra

$$\nabla\theta_i = \int_{t_i-1}^{t_i} \omega(t)dt \approx \frac{\Delta t}{12}[5\omega(t_i) + 8\omega(t_{i-1}) - \omega(t_{i-1})] \tag{53}$$

düsturu ilə $\nabla\theta_i$ kvarikoordinatlarını hesablaya bilərik.

Bundan sonra (48) düsturu ilə Ω matrisini təyin edib Δt zaman intervalında $\delta\lambda(t_i)$ elementar kvaternionları $\delta\lambda(t_0) = [1\ 0\ 0\ 0\ ]^T$ başlanğıc şərti daxilində (47) tənliyinin həlli kimi tapa bilərik.

$$\delta\lambda(t_i) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{12}\|\nabla\theta_i\|^2 \\ \frac{1}{2}\nabla\theta_i - \frac{1}{24}(\nabla\theta_i \times \nabla\theta_{i-1}) \end{bmatrix} \tag{54}$$

Rodriq-Hamilton parametrləri aşağıdakı şəkildə təyin olacaqdır:

$$\lambda(t_i) = \begin{bmatrix} \lambda_0(t_i) \\ \lambda_1(t_i) \\ \lambda_2(t_i) \\ \lambda_3(t_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta\lambda_0(t_i) - \delta\lambda_1(t_i) & - \delta\lambda_2(t_i) - \delta\lambda_3(t_i) \\ \delta\lambda_1(t_i)\delta\lambda_0(t_i) & \delta\lambda_3(t_i) \quad - \delta\lambda_2(t_i) \\ \delta\lambda_2(t_i) \quad - \delta\lambda_3(t_i) & \delta\lambda_0(t_i)\delta\lambda_1(t_i) \\ \delta\lambda_3(t_i) \quad \delta\lambda_2(t_i) & - \delta\lambda_1(t_i) \quad \delta\lambda_0(t_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_0(t_{i-1}) \\ \lambda_1(t_{i-1}) \\ \lambda_2(t_{i-1}) \\ \lambda_3(t_{i-1}) \end{bmatrix} \tag{55}$$

İndi isə uçan aparatın naviqasiya parametrlərinin $v(t)$ sürətinin və $r(t)$ koordinatlarının təyin olunmasına baxaq. Əvvəlcə qeyd etdiyimiz kimi, akselerometrin göstəricilərinə və (51) kosinuslar matrisinə görə (45) və (52) düsturları vasitəsi ilə $\widetilde{w}(t)$ funksiyasını təyin edək. Sonra isə t_{i-2}, t_{i-1}, t_i anlarında $\widetilde{\omega}(t)$ funksiyasının qiymətlərindən istifadə edərək naviqasiya parametrlərinin təyin edən

$$v(t_i) = [5w(t_i) + 8\widetilde{w}(t_{i-1}) - \widetilde{w}(t_{i-2})]\frac{\Delta t}{12} + v(t_{i-1}) \tag{56}$$

$$r(t_i) = [3\widetilde{w}(t_i) + 10\widetilde{w}(t_{i-1}) - \widetilde{w}(t_{i-2})]\frac{\Delta t^2}{24} + \Delta t \cdot v(t_{i-1}) + r(t_{i-1}) \tag{57}$$

münasibətlərini alarıq.

Tutaq ki, $\mu, \delta v, \delta r$ ilə INS -in xəta vektorları işarə olunub, burada μ obyektin bucaq sürətinin hesablanmasının xəta vektoru, $\delta v, \delta r$- obyektin sürəti və koordinatının xəta vektoru, δc isə giroskopun sistematik xəta vektorudur.

Əgər $w = [w_1, w_2, w_3]^T$ tam təcil vektorudursa və A kosinuslar matrisi (51) düsturu ilə tapılırsa, onda INS-in xətalar tənliyi aşağıdakı şəkildə olacaqdır:

$$\dot{x} = Fx + n, \tag{58}$$

burada

$$x = \begin{bmatrix} \mu \\ \delta v \\ \delta r \\ \delta c \end{bmatrix}, \qquad F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & A \\ c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{59}$$

n vektoru isə ağ küydür. 0 - sıfır matris, I isə müvafiq ölçülü vahid matrisdir. Burada x və n vektorlarının 12-ölçülü olmağı aydın görünür.

(58) tənliyinin diskret analoqu

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k + n_k \tag{60}$$

şəklində olacaqdır, burada

$$\Phi_k = I + F\Delta t + \frac{(\Delta t)^2}{2}F^2 = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & A^T\Delta t \\ c\Delta t & I & 0 & c\,A^T(\frac{\Delta t}{2})^2 \\ c\left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 & I\Delta t & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \tag{61}$$

şəklindədir, n_k isə INS-in işinin təsadüfi xətalar vektorudur. Burada aşağı k indeksi $k\Delta t$ zaman müddətinə uyğun gəlir. Tutaq ki, INS-in işinin k-cı addımında peykdən GPS-informasiya daxil olur, yəni

$$z_k = Hx_k + \xi_k \tag{62}$$

müşahidəsi həyata keçirilir, burada $H = \begin{bmatrix} 0 \; I \; 0 \; 0 \\ 0 \; 0 \; I \; 0 \end{bmatrix}, \xi_k$ isə ölçmələrin xətasıdır.

Bu isə onu göstərir ki, (62) münasibətindən istifadə etməklə INS-in korreksiya məsələsinə optimal filtrasiya məsələsi kimi baxmaq olar. Onda optimal filtrasiyanın bu məsələsinin həlli (kalman filtri) aşağıdakı şəkildə olacaqdır:

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + K_k(z_k - H\bar{x}_k); \quad \bar{x}_{k+1} = \Phi_k \hat{x}_k, \tag{63}$$

burada K_k matrisi

$$K_k = M_k H^T (HM_k H^T + R_k)^{-1}, \tag{64}$$

$$M_{k+1} = \Phi_k S_k \Phi_k^T + Q_k^T, \tag{65}$$

$$S_k = M_k - K_k(HM_k H^T + R_k)K_k^T \tag{66}$$

münasibətləri vasitəsi ilə təyin olunacaqdır.

Burada (64)-(66) düsturlarında istifadə olunan $Q_{k,} R_{k,}$ matrisləri u_k, ξ_k küylərinin kovariasiya matrisləridir. M_0 matrisi verilir.

Beləliklə, (63) filtr tənliyini həll edərək $\bar{x}_k$ vektorunu təyin edirik ki, onun da ilk 9 komponenti $\mu_k, \delta v_k, \delta r_k$ xəta vektorlarının qiymətləndirilmələridir. Buradan isə PUA-nın korreksiya olunmuş naviqasiya parametrləri

$$\omega_{kor}(t_k) = \omega(t_k) - \mu_k, \tag{67}$$

$$v_{\ kor}(t_k) = v(t_k) - \delta v_k, \tag{68}$$

$$r_{kor}(t_k) = r(t_k) - \delta r_k \tag{69}$$

düsturları ilə tapılacaqdır.

H matrisi isə9×12 ölçülü olub aşağıdakı şəkildə tapılır:

$$H = [H_{9,9};\ O_{9,3}], \qquad H_{9,9} = \begin{bmatrix} O_{8,1} & I_{8,8} \\ O_{8,1}^T & 1 \end{bmatrix} \tag{70}$$

Burada $O_{9,3}$- 9×3ölçülü sıfır matris, $O_{8,1}$ - 8×1 ölçülü sıfır matris , $I_{8,8}$ isə 8×8 ölçülü vahid matrisdir.

GPS siqnallarından başqa maqnitometr və hündürlük ölçən barometrin cihaz göstəricilərindən istifadə olunmaqla INS işinin korreksiyası məsələsi də uyğun qaydada həll edilmişdir.

Alqoritm.

1. T uçuş müddəti və Δt zaman intervalı daxil edilir.
2. $M = \frac{T}{\Delta t}$ hesablanır. $t_0 = 0$ qəbul olunur. $k = 0$ götürülür.

3. Akselerometrin $W_a(t_k)$ qiyməti götürülür.
4. Mütləq təcil (45) düsturu ilə hesablanır.
5. Giroskopun göstəriciləri qəbul olunur və $\psi(t), \vartheta(t), \varphi(t)$Eyler bucaqları tapılır.
6. $\omega(t_k)$ bucaq sürəti vektoru (46) düsturu ilə hesablanır.
7. $n_c = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T$sistematik xəta vektoru və $n_\omega = [\tau_1^\omega, \tau_2^\omega, \tau_3^\omega]^T$ təsadüfü xəta vektoru verilir.
8. $\Delta\theta_k$ kvazikoordinatları (58) düsturu vasitəsilə hesablanır.
9. Elementar kvaternionlar (54) düsturu ilə tapılır.
10. Rodriq-Hamilton parametrləri (55) düsturu ilə hesablanır.
11. $A(\lambda(t_k))$ kosinuslar matrisi (51) düsturu ilə tapılır.
12. $\widetilde{w}(t)$funksiyası (52) düsturu ilə müəyyən olunur.
13. $v(t_k), r(t_k)$naviqasiya parametrləri (55) və (57) düsturları ilə tapılırlar.
14. H matrisi (70) düsturu ilə təyin olunur.
15. M_0 kovariasiya matrisi verilir.
16. Q_k, R_k matrisləri (60) və (62) düsturlarındakı n_k, ξ_k küylərin kovariasiya matrisləri kimi təyin olunur.
17. K_k matrisi (64) düsturu ilə tapılır.
18. $\hat{x}_k$ vektoru və $\bar{x}_{k+1}$ qiymətləndirilməsi (63) düsturu ilə tapılır.
19. S_k matrisi (66) düsturundan tapılır.
20. M_{k+1} matrisi (65) düsturundan tapılır.
21. Naviqasiya parametrlərinin qiymətlərini (67), (68) və (69) düsturlarının vasitəsi ilə korreksiya olunur.
22. $k = k + 1$ yeni qiymət verilir. $k > M$ olduqda proses dayanır, əks halda 3-21 addımları təkrar olunur.

Alqoritmin işləməsi nəticəsində $t_k = t_0 + \Delta t \cdot k$ qiymətlərində korreksiya edilmiş $\omega_{kor}(t_k), v_{kor}(t_k,)$ və $r_{kor}(t_k,)$ naviqasiya parametrləri tapılır.

Bu fəslin üçüncü yarımfəslində qərarlaşmış rejimdə diskret xətti-kvadrat Qauss (DXKQ) problemi üçün optimal idarəedicilərin və filtrlərin qurulması problemi nəzərdən keçirilir. İdarəetmə hərəkətini tapmaq üçün iki problem həll edilir - xətti-kvadrat deterministik məsələ və Kalman-Bucy fi82ltri ilə alınan xətti-kvadrat Qauss qiymətləndirməsi. Hər iki halda deterministik idarəedicinin və filtrin əmsalları müvafiq cəbr matris Riccati tənliklərinin müsbət-müəyyən həllərindən istifadə etməklə tapılır.

Aşağıdakı diskret xətti-kvadrat Qauss məsələsini nəzərdən keçirək. Obyektin hərəkət tənliyinin təsviri

$$x_{i+1} = \Phi x_i + \Gamma u_i + \omega_i, \qquad (71)$$

və zaman anında i, trayektoriyanın vəziyyəti x_i ilə xətti əlaqəli olan ölçmələr z_i yerinə yetirilir:

$$z_i = Hx_i + v_i \qquad (72)$$

Burada ω_i - təsadüfi xarici xəta vektoru, υ_i- isə "ağ küy" tipli Qauss təsadüfi kəmiyyəti kimi qəbul edilən təsadüfi ölçmə xətalarının vektorudur. Bundan əlavə, fərz edək ki, x_0, ω_i və υ_i təsadüfi dəyişənlər üçün riyazi gözləmələr

$$E(\omega_i) = E(v_i) = E(x_0) = 0 \qquad (73)$$

şəkildədir və korrelyasiya matrisləri isə aşağıdakı kimi təyin olunur

$$E\left\{\begin{bmatrix}\omega_i\\ v_i\end{bmatrix}\left[\omega_j^T v_j^T\right]\right\} = \begin{bmatrix}Q & 0\\ 0 & R\end{bmatrix}\delta_{ij} \qquad (74)$$

$$E\{x_0 x^T\} = P_0,\ E\{x_0\, v_j^T\} = E\{x_0\omega_j^T\} = 0 \qquad (75)$$

z_i müşahidəsinin funksiyası kimi elə u_i idarəedicisinin tapılması tələb olunur ki,

$$J = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\infty}\left\{\left[x_i^T u_i^T\right]\begin{bmatrix}A\ N\\ N\ B\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_i\\ u_i\end{bmatrix}\right\} \qquad (76)$$

kvadratik funksionalını minimum etsin.

(62)-(67) diskret xətti – kvadratik Qauss (LKQ) məsələsinin həllində idarəedicini

$$u_i = -C\widehat{x_i} \qquad (77)$$

şəklində axtaraq, burada C matrisi

$$C = (\Gamma^T S\Gamma + B)^{-1}(\Gamma^T S\Phi + N^T) \qquad (78)$$

$$S = \Phi^T S\Phi - C^T(B + \Gamma^T S\Gamma)C + A \qquad (79)$$

cəbri matris Riccati tənliklər sisteminin həllidir. Daha sonra fərz edək ki, K aşağıdakı

$$K = MH^T(HMH^T + R)^{-1} \qquad (80)$$

$$M = \Phi P\Phi^T + Q \qquad (81)$$

$$P = M - K(HMH^T + R)K^T \qquad (82)$$

matris tənliklər sisteminin həllidir. (80)-i (82)-də yerinə qoysaq

$$P = M - MH^T(HMH^T + R)^{-1}(HMH^T + R)(HMH^T + R)^{-1}HM^T =$$
$$= M - MH^T(HMH^T + R)^{-1}HM^T$$

alarıq. Sonra P üçün alınmış bu ifadəni (81) ifadəsində yerinə qoysaq M üçün aşağıdakı Riccati matris tənliyini alarıq:

$$M = \Phi[M - MH^T(HMH^T + R)^{-1}HM^T]\Phi^T + Q$$

və ya

$$M = \Phi M\Phi^T - \Phi MH^T(HMH^T + R)^{-1}HM^T\Phi^T + Q \qquad (83)$$

Bundan sonra (79) və (83) tənlikləri həll edilərək S və M, ondan sonra isə C və K təyin olunur. u_i təyin edildikdən sonra Kalman-Byusi filtirindən istifadə edərək $\hat{x}_i$ qiymətləndirilməsini aşağıdakı şəkildə ala bilərik:

$$\hat{x}_i = \bar{x}_i + K(z_i - H\bar{x}_i) \qquad (84)$$
$$\bar{x}_{i+1} = \Phi\hat{x}_i + \Gamma u_i \qquad (85)$$

(85) ifadəsini (84)- də yerinə qoysaq alarıq

$$\hat{x}_i = P\hat{x}_{i-1} + \Gamma u_{i-1} + K[z_i - H(\Phi\hat{x}_{i-1} + \Gamma u_{i-1})] =$$
$$= \Phi\hat{x}_{i-1} + \Gamma u_{i-1} + Kz_i - KH\Phi\hat{x}_{i-1} - KH\Gamma u_{i-1} =$$
$$= [\Phi - KH\Phi]\hat{x}_{i-1} + [\Gamma - KH\Gamma]u_{i-1} + Kz_i$$

Başqa sözlə, qiymətləndirmə üçün

$$\hat{x}_{i+1} = [\Phi - KH\Phi]\hat{x}_i + [\Gamma - KH\Gamma]u_i + Kz_{i+1}, \;\; \hat{x}_0 = 0 \qquad (86)$$

(77) ilə (71)-də nəzərə alsaq

$$x_{i+1} = \Phi x_i - \Gamma C\hat{x}_i \qquad (87)$$

alarıq. (86)-dən isə

$$\hat{x}_{i+1} = [\Phi - KH\Phi]\hat{x}_i + (\Gamma - KH\Gamma)u_i + K[Hx_{i+1} + v_{i+1}] =$$
$$= [\Phi - KH\Phi]\hat{x}_i + [\Gamma - KH\Gamma]u_i + KH[\Phi x_i + \Gamma u_i + w_i] +$$
$$+ Kv_{i+1} = [\Phi - KH\Phi]\hat{x}_i + \Gamma u_i + KH\Phi x_i + KH\omega_i + Kv_{i+1} =$$
$$= [\Phi - KH\Phi]\hat{x}_i + KH\Phi x_i + KH\omega_i + Kv_{i+1} \qquad (88)$$

Sonra isə (71) və (78) yenidən aşağıdakı şəkildə yazaq:

$$x_{i+1} = \Phi x_i - \Gamma C\hat{x}_i + \omega_i \qquad (89)$$
$$\hat{x}_{i+1} = [\Phi - KH\Phi - \Gamma C]\hat{x}_i + KH\Phi x_i + KH\omega_i + Kv_{i+1} \qquad (90)$$

və buradan aşağıdakı fərq tənliklərini qapalı sistemini alırıq:

$$\begin{cases} x_{i+1} - \Phi x_i + \Gamma C\hat{x}_i = \omega_i \\ \hat{x}_{i+1} - [\Phi - KH\Phi - \Gamma C]x_i - KH\Phi x_i = KH\omega_i + Kv_{i+1} \end{cases} \qquad (91)$$

Bu halda (91) qapalı sisteminin $\Delta(z)$ xarakterik determinantı aşağıdakı formada olacaq:

$$\Delta(z) = det\begin{bmatrix} Ez-\Phi & \Gamma C \\ -KH\Phi & Ez-(\Phi-KH\Phi-\Gamma C) \end{bmatrix} =$$

$$det\begin{bmatrix} Ez-\Phi+\Gamma C & \Gamma C \\ Ez-\Phi+\Gamma C & Ez-\Phi+KH\Phi+\ \Gamma C \end{bmatrix} =$$

$$= det\begin{bmatrix} Ez-\Phi+\Gamma C & \Gamma C \\ 0 & Ez-\Phi+KH\Phi \end{bmatrix} =$$

$$= det(Ez-\Phi+\Gamma C)\cdot det(Ez-\Phi+KH\Phi) \qquad (92)$$

Burada əsas məqsəd elə C və K-ni tapmaqdır ki, qapalı sistem asimptotik dayanıqlı olsun. Başqa sözlə desək, $\Delta(z)=0$ tənliyin z kökləri vahid çevrənin daxilində yerləşməlidir.

Beləliklə, aşağıdakı alqoritm təklif olunur.

Alqoritm.

1. Φ, Γ, H,Q, R, A,B, N matrisləri formalaşdırılır.
2. (79) matris cəbri Rikkati tənliyi (MCRT) həll olunur və onun müəyyən –müsbət həlli olan S matrisi tapılır.
3. (83) MCRT həll olunur və onun müəyyən – müsbət həlli olan M matrisi tapılır.
4. (78)–dan C və (80)–dən isə K matrisi formalaşdırılır.
5. (86)–dən $\hat{x}_i$- nin optimal qiymətləndirilməsi və (77)–dən u_i optimal requlyatoru təyin olunur.

Alqoritmdən göründüyü kimi, bu üsulda əsas addım MCRT-nin müsbət-müəyyən həllərini tapmaqdır ki, bunun üçün çoxsaylı üsullar mövcuddur.

Bundan sonra yuxarıda verilmiş qərarlaşmış rejimdə diskret xətti- kvadratik Qaus məsələsi üçün optimal requlyatorların və filtirlərin qurulması alqoritmindən istifadə edərək GPS peyk naviqasiya sistemindən alınan məlumatlar əsasında kvadrokopterlərin uçuşunun tənzimlənməsi alqoritmi işlənmişdir.

NƏTİCƏ

Təqdim olunan dissertasiya işi bəzi mexaniki sistemlərin idarə olunması üçün effektiv metodların və müvafiq alqoritmlərin işlənməsinə həsr olunmuşdur.

Dissertasiya işində aparılmış tədqiqatlar nəticəsində aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

1. Sistemli yanaşma vasitəsi ilə qazlift prosesinin riyazi modeli təkmilləşdirilmişdir [1,2,5,6,7,9,11,13];
2. Qazlift üsulu ilə istismar prosesini təsvir edən gecikən arqumentli optimal idarəetmə məsələsi qoyulmuş və araşdırılmışdır[2,3,6,9,11,13];
3. Gecikən arqumentli diferensial tənliklərin həlli üçün ədədi üsullar işlənmişdir[3,4,5];
4. Gecikən arqumentli kəsilməz optimal idarəetmə məsələsinin ədədi həll üsulu işlənmişdir[3];
5. Gecikən arqumentli diskret optimal idarəetmə məsələsinin həll üsulu hazırlanmışdır[13];
6. Kvadrokopterin fəzada hərəkətini idarə etmək üçün optimal tənzimləyici qurulmuşdur[8,10];
7. Kvadrokopterlərin inersial naviqasiya sisteminin işlənmişdir[8,10];
8. Qərarlaşmış rejimdə diskret xətti-kvadratik Qauss məsələsi üçün optimal idarəetdiricilər və filtirlərin qurulması alqoritmi işlənmişdir[12];
9. Xətti-kvadratik Qauss məsələsinin həlli kvadrokopterin fəzada hərəkətinin tənzimlənməsinə tətbiq edilmişdir [8,10,12].

Dissertasiya işində alınmış nəticələr gecikən arqumentli optimal idarəetmə məsələsinin həllində, gecikən arqumentli kəsilməz və diskret optimal idarəetmə məsələlərinin həllində, qazlift üsulu ilə neft quyularının istismar prosesinin təkmilləşdirilməsində, habelə kvadrokopterin fəzada hərəkətini idarə etmək üçün optimal tənzimləyicinin qurulmasında, pilotsuz uçuş aparatlarının inersial naviqasiya sisteminin işlənməsində istifadə oluna bilər.

Dissertasiya işnin əsas elmi nəticələri üzrə aşağıdakı elmi məqalə və tezislər çap olunmuşdur:

1. Mutallimov, M. M., İmanova, U. Z. On one gaslift problem described by the system of delay differential equations // The 5 th International Conference COİA, -Baku: - 27-29 August,- 2015, -p. 132 – 134.
2. Mütəllimov, M. M. Gecikən arqumentli diferensial tənliklər sistemi ilə təsvir olunan bir qazlift məsələsi haqqında/ M. M. Mütəllimov, Ü. Z. İmanova // Nəzəri və tətbiqi mexanika jurnalı, - Bakı: -2016. № 1 (41), - s. 12 – 16.
3. Resulova, U. Z. About the solution method of an optimal control problem with a delayed argument // Proceedings of the International Conference devoted to the 80 – th anniversary of academician Akif Gadjiyev, - Baku: -6-8 december, -2017, -p. 181 -182.
4. Rəsulova, Ü.Z. Gecikən arqumentli bir differensial tənliyin ədədi həlli//AzMİU Elmi əsərlər, - Bakı: -2018. № 1, -s. 107 -111.
5. Resulova, U. Z., Gasimov, B. M. A numerical solution of differential equations with delay argument // The 6 th International Conference COİA, -Baku:- 11-13 July, -vol.2. -2018. -p. 250 – 252.
6. Rasulova, U.Z. On a modelling of the gaslift process by the system of delay argument differential equations // Advanced Mathematical Models & Applications, -vol.4. -2019. №3, -p.255-259.
7. Resulova, U.Z., The gaslıft process wıth a system of dıfferentıal equatıons wıth a delayed argument// The 7 th International Conference COİA, - Baku: -26-28 August, -vol.2. -2020. -p.323-325.
8. Əliyev, F. Ə., Mütəllimov, M. M., Rəsulova, Ü. Z. , Kvadrokopterin fəzada hərəkətinin idarə olunması üçün optimal requlyatorların qurulması// 44 Günlük Vətən Müharibəsində Qazanılan Qələbənin 2-ci ildönümünə Həsr

Olunmuş Respublika Elmi-Praktik Konfransı, - Bakı:- 2-3 noyabr, -2022, -s. 180-183.

9. Rasulova, U.Z. The task of identifying the gas lift process modeled by a system of differential equations with lagging arguments// -Baku:AzMİU Elmi əsərlər, -2022. № 1, p. 102 -109.
10. Alıev, F.A. Constructıng An Optımal Controller For Maneuver Of Quadrotor In 3-D Space/ F.A. Alıev, M.M. Mutallımov, A.A. Tunık, U.Z.Rasulova [et al.]// TWMS J. Pure Appl. Math., -vol.13. -2022. №.2, -p.211-221.
11. Rasulova, U.Z., The problem of identification of a gas lift process modeled by a system of differential equations with delayed arguments// The 8th International Conference COİA, -Baku, Azerbaijan:- 24-26 August, - vol.2. – 2022. - p.402-404.
12. Муталлимов, М.М.Алгоритм построения оптимальных регуляторов и фильтров для дискретной линейно-квадратичной гауссовой задачи в установившимся режиме/ М.М. Муталлимов, Н.Г.Джавадов, У.З.Расулова, Н.И.Велиева, Ф.А. Алиев, // Proceedings of IAM, - vol.11. -2022.№2, -p.113-119.
13. Mutallimov, M. M. The identification problem in the gas-lift process modeled by the system of differential equations with delayed arguments (discrete case)/ M. M. Mutallimov, U. Z. Rasulova, N.Sh. Huseynova//Advanced Mathematical Models & Applications,-vol.8. -2023. №.1, -p.108-115.

Dissertasiyanın müdafiəsi 31 oktyabr 2025-ci il tarixində saat 15^{00}-da Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyinin İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.20 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1141, Azərbaycan Respublikası, Bakı şəhəri, Bəxtiyar Vahabzadə küçəsi, 68.

Dissertasiya ilə Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyinin İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyinin İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 29 sentyabr 2025-ci il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 25.09.2025
Kağızın formatı: A5
Həcm:38489 simvol
Tiraj: 100 nüsxə