

АЗЕРБАЙДЖАНСКАЯ РЕСПУБЛИКА

На правах рукописи

**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ
СЕТЕЙ С ГЕТЕРОГЕННЫМИ СЕРВЕРАМИ**

Специальность: 1203.01 – Компьютерные науки

Область науки: Техника

Соискатель: **Эсмירה Видади кызы Мехбалыева**

Диссертация на соискание учёной степени доктора философии

АВТОРЕФЕРАТ

БАКУ - 2022

Диссертационная работа выполнена на кафедре «Математический анализ и теория функций» Сумгаитского государственного университета.

Научный руководитель: член-корреспондент НАНА доктор технических наук, профессор
Меликов Агаси Зарбали оглы

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор
Ровшан Агакиши оглы Гулиев

доктор технических наук,
Муталлим Мирзаахмад оглы Муталлимов

доктор философии по технике,
доцент
Нармин Элдар кызы Рзаева

Диссертационный совет ED 1.20 Высшей Аттестационной Комиссии при Президенте Азербайджанской Республики, действующий на базе Института Систем Управления НАНА.

Председатель
диссертационного совета:

академик, доктор технических наук,
профессор

Али Мухаммед оглы Аббасов

Ученый секретарь
диссертационного совета:

доктор технических наук, профессор
Наиля Фуад кызы Мусаева

Председатель научного
семинара:

доктор технических наук, доцент
Фахрад Гейдар оглы Пашаев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Анализ классических моделей систем обслуживания показал, что они не могут служить достаточно адекватными математическими моделями процессов обработки запросов в реальных компьютерных сетях, телекоммуникационных системах и других сложных системах с неоднородными серверами. Несоответствие классических моделей систем обслуживания и реальных процессов обработки запросов в сложных системах объясняется тем, что в классических моделях, как правило, игнорируются существенные различия между скоростями обслуживания различных серверов системы. С другой стороны, в них не учитывается различие требований к качеству обслуживания, предъявляемых различными типами заявок. Последнее обстоятельство позволило выделить достаточно широкий класс систем обслуживания с гетерогенными серверами и разнотипными заявками.

Анализ доступной литературы показывает, что в настоящее время отсутствует достаточно эффективные модели и методы, позволяющие решать задачи расчета и оптимизации систем обслуживания с гетерогенными серверами и разнотипными заявками. Проблема еще усугубляется тем, что реальные системы, как правило, имеют большую размерность, из-за чего классические методы расчета и оптимизации не приемлемы при решении указанных задач. Исходя из этих фактов в данной диссертационной работе разрабатываются и исследуются математические модели систем обслуживания с гетерогенными серверами и разнотипными заявками. Этими обстоятельствами объясняется актуальность темы данной работы.

Цели и задачи диссертации. Цель работы состоит в разработке таких моделей и методов, позволяющих осуществить анализ и оптимизацию систем обслуживания с гетерогенными серверами и разнотипными заявками. С учетом этой цели в работе решаются следующие задачи:

- анализ существующих моделей и методов исследования систем обслуживания с гетерогенными серверами и разнотипными заявками;

- разработка таких моделей систем обслуживания с гетерогенными серверами и разнотипными заявками, которые адекватно описывают работу современных систем обработки информации;

- разработка методов расчета и оптимизации систем обслуживания с гетерогенными серверами, разнотипными заявками и приоритетами.

Методы исследований. Для достижения поставленной цели использованы методы теории много-поточковых систем массового обслуживания, теории графов, теории многомерных цепей Маркова (ЦМ) и математического моделирования и численные методы оптимизации.

Положения, выносимые на защиту. Автор защищает следующие положения.

1. Математические модели систем обслуживания с гетерогенными серверами без буферов при использовании различных схем доступа.

2. Численные методы расчета стационарных вероятностей состояний двумерных ЦМ, которые являются математическими систем обслуживания с гетерогенными серверами, буферами конечного и бесконечного размера и скачкообразными приоритетами.

3. Численные методы расчета стационарных вероятностей состояний двумерных ЦМ, которые являются математическими систем обслуживания с гетерогенными серверами, буферами конечного и бесконечного размера и рандомизированной N-политикой доступа.

4. Алгоритмы решения задач оптимизации характеристик систем обслуживания с гетерогенными серверами за счет выбора надлежащих значений вводимых скачкообразных приоритетов и N-политики доступа.

Научная новизна. На защиту выносятся следующие результаты:

1. Разработаны математические модели систем обслуживания с гетерогенными серверами, без буферов и однотипными заявками при использовании трех наиболее часто используемых схем выбора серверов: рандомизированный доступ (Randomized Access), “первым используется быстрый сервер” (Fast Server First, FSF) и “первым используется медленный сервер” (Slow Server First, SSF). Получены точные формулы для нахождения характеристик изучаемых моделей при использовании каждой схемы.

2. Предложена новая схема рандомизированного доступа в систему обслуживания с гетерогенными серверами, без буферов и разнотипными заявками, в которой заявки высокого приоритета обслуживаются в высокоскоростных серверах, а заявки низкого приоритета – в низкоскоростных серверах. В случаях занятости всех серверов в соответствующих группах допускается обслуживание поступившей заявки в другой группе, при этом вероятности переназначения зависят от числа занятых серверов в соответствующей группе. Разработаны методы точного и приближенного анализа и оптимизации характеристик этой системы.

3. Разработаны новые модели систем обслуживания с гетерогенными серверами, буферами (сепарабельными и общими) ограниченного и неограниченного размера и скачкообразными приоритетами. Предложены две схемы определения скачкообразных приоритетов: в одной схеме скачкообразные приоритеты определяются в зависимости от разности заявок низкого и высокого приоритета; в другой схеме скачкообразные приоритеты зависят от конкретных значений числа заявок каждого типа. Разработаны точный и приближенный методы расчета характеристик указанных моделей и показана высокая точность разработанных приближенных формул для вычисления их стационарных распределений и характеристик.

4. Предложена рандомизированная N -политика включения медленного сервера в системе обслуживания с

двумя гетерогенными серверами, однотипными заявками при наличии буфера ограниченного или неограниченного размера. Считается, что при достижении длины очереди заявок определенной величины $N, N < \infty$, медленный сервер включается с определенной вероятностью. Для систем с неограниченным буфером найдено условие ее эргодичности. Разработаны численные методы расчета распределения вероятностей состояний систем с ограниченной и неограниченной очередью.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Теоретическая значимость работы заключается в том, что предложены новые математические модели систем обслуживания с неоднородными серверами и решены задачи нахождения их характеристик. Практическая значимость работы заключается в том, что предложенные математические модели более адекватно описывают работу широкого класса систем обслуживания с неоднородными серверами, в том числе компьютерных и коммуникационных сетей, в которых используются компьютеры с различными характеристиками, колл-центров и т.д. Полученные формулы позволяют вычислить и улучшить характеристик указанных систем.

Апробация работы. Основные научные и практические результаты работы докладывались и обсуждались на XXII Республиканской научной конференции докторантов и молодых исследователей, Баку, Азербайджан, 22-23 ноябрь 2018 г.; на XVIII Международных конференциях «Информационные технологии и математическое моделирование», Томск, Россия, 26-30 июнь 2019 г.; на XII Международной научно-практической конференции «Интернет, Образования, Наука» (ИОН-2020), Винница, 26-29 мая, 2020г.; на IV Республиканской научной конференции «Прикладные проблемы математики и новые информационные технологии», Сумгаит, 9-10 декабрь 2021 г.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 печатных работ, из них 8 работы без соавторов, в т.ч. 3 статьи в научных журналах и 5 тезисы докладов.

Название учреждения, где выполнена работа. В диссертационную работу включены результаты, полученные автором в Сумгайтском Государственном Университете с 2018 года.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из 143 страниц текста, 19 рисунков, 20 таблиц и списка из 86 использованных источников. Титульный лист диссертации состоит из 388, оглавления - 3495, введения - 10800, первой главы - 27408, второй главы - 26251, третьей главы - 48330, четвертой главы - 48330, заключения - 5343 знаков и списка из 86 наименований. Общий объем диссертации составляет 158676 знаков.

Основное содержание работы

Во введении показывается актуальность проводимых исследований, сформулированы цели и задачи диссертационной работы, перечислены основные и новые научные результаты и указаны теоретическая и практическая значимость работы. Здесь дано краткое содержание каждой главы диссертационной работы.

В первой главе указываются основные специфические особенности систем обслуживания с гетерогенными серверами. Отмечается, что теория систем массового обслуживания в последние годы исследуются более интенсивно в связи с появлением новых систем теле-трафика (проводных и беспроводных). При этом в них, в основном, изучаются модели систем с гомогенными (однородными) серверами. Однако в реальной жизни, например, в компьютерных и телекоммуникационных сетях, в колл-центрах, а также в производственных системах, где в процессе обслуживания участвуют не машины, а люди, зачастую встречаются системы с разнородными приборами (серверами). Поэтому для математического анализа подобных систем необходимо использовать модели систем обслуживания с гетерогенными серверами и разнотипными заявками. Анализ доступной литературы показал, что эти модели систем обслуживания мало

изучены. Показано, что для повышения адекватности моделей систем обслуживания к реальным ситуациям необходимо разрабатывать модели с гетерогенными серверами, в которых используются различные схемы доступа разнотипных заявок. Проведена классификация моделей систем обслуживания с гетерогенными серверами на основе различных факторов и выделены два класса систем: системы без буферов и системы с буферами. Указано на необходимости разработки способов для организации эффективного (в известном смысле) доступа разнотипных заявок с учетом текущей ситуации в системе. В связи с этим отмечается целесообразность введения скачкообразных приоритетов для решения проблемы повышения эффективности исследуемых систем. Определены основные характеристики систем обслуживания с гетерогенными серверами и показано, что для их вычисления необходимо применять аппарат теории одномерных и двумерных цепей Маркова. Дан способ нахождения характеристик рассматриваемых систем на основе вычисления стационарных распределений соответствующих цепей Маркова.

Во второй главе изучаются модели систем обслуживания с гетерогенными серверами при отсутствии буферов для ожидания заявок. Сначала рассматривается модель с однотипными заявками, при этом считается, что каждая группа содержит произвольное количество серверов. Для такой модели предложены три наиболее часто используемые схемы определения сервера, который выделяется для обслуживания поступившей заявки: (1) “Случайный выбор группы серверов”; (2) “Первым выбирается сервер с высокой скоростью обслуживания”; (3) “Первым выбирается сервер с низкой скоростью обслуживания”. Разработаны явные формулы для вычисления характеристик системы при использовании каждой схемы и на их основе проведены численные эксперименты по расчету и оптимизации указанных характеристик.

Далее изучается следующая модель при наличии заявок двух типов. Изучаемая система содержит высокоскоростные (F -серверы) и медленные сервера (S -серверы). В систему поступают простейшие потоки двух типов: высокоприоритетные (H -заявки) и низкоприоритетные (L -заявки), при этом их интенсивности равны λ_H и λ_L соответственно. Обслуживания разнотипных заявок осуществляется согласно следующим правилам:

- если в моменты поступления H -заявок (L -заявок) имеется хотя бы один свободный сервер в группе F -серверов (S -серверов), то эти заявки мгновенно начинают обслуживаться в своих группах;

- если в моменты поступления H -заявок или L -заявок все сервера в обеих группах заняты, то они теряются с вероятностью единица;

- если в момент поступления H -заявки все F -сервера заняты и количества занятых S -серверов равно $i, 0 \leq i \leq N_S - 1$, то поступившая H -заявка либо с вероятностью $\alpha(i), 0 < \alpha(i) \leq 1$, начинает обслуживаться в любом свободном S -сервере, либо с вероятностью $1 - \alpha(i)$ покидает систему не получив обслуживания (т.е. теряется);

- если в момент поступления L -заявки все S -сервера заняты и количество занятых F -серверов равно $j, 0 \leq j \leq N_F - 1$, то поступившая L -заявка либо с вероятностью $\beta(j), 0 < \beta(j) \leq 1$, начинает обслуживаться в любом свободном F -сервере, либо с вероятностью $1 - \beta(j)$ покидает систему.

Задача состоит в нахождении совместного распределения числа занятых серверов в различных группах, а также характеристики системы: коэффициент использования F -серверов (C_F) и S -серверов (C_S); вероятности потери H -заявок (PB_H) и L -заявок (PB_L); интенсивность H -заявок, которые обслуживались на S -серверах (R_{HS}) и интенсивность L -заявок, которые обслуживались на F -серверах (R_{LF}).

Построена математическая модель этой системы в виде двумерной цепи Маркова (2-D MC), состояния которой задается двумерным вектором (k_F, k_S) , где его компоненты k_F и k_S указывают число занятых каналов в группах F -серверов и S -серверов соответственно. Пространство состояний модели определяется как $E = \{0, 1, \dots, N_F\} \times \{0, 1, \dots, N_S\}$.

Дан алгоритм вычисления элементов генератора построенной 2-D MC. Вероятность состояния $(k_F, k_S) \in E$ в стационарном режиме обозначается через $p(k_F, k_S)$. Разработана система уравнений равновесия (СУР) для вероятностей состояний. Указано, что полученная СУР имеет единственное решение, и после нахождения ее решения требуемые характеристики системы вычисляются так:

$$C_x = \tilde{N}_x / N_x, x \in \{F, S\}, \quad (1)$$

где \tilde{N}_F и \tilde{N}_S обозначают среднее число занятых серверов в группах F -серверов и S -серверов соответственно, т.е.

$$\tilde{N}_F = \sum_{k_F=1}^{N_F} k_F \sum_{k_S=0}^{N_S} p(k_F, k_S); \quad \tilde{N}_S = \sum_{k_S=1}^{N_S} k_S \sum_{k_F=0}^{N_F} p(k_F, k_S); \quad (2)$$

$$PB_H = p(N_F, N_S) + \sum_{k_S=0}^{N_S-1} (1 - \alpha(k_S)) p(N_F, k_S); \quad (3)$$

$$PB_L = p(N_F, N_S) + \sum_{k_F=0}^{N_F-1} (1 - \beta(k_F)) p(k_F, N_S). \quad (4)$$

Указано, что разработанный подход вычисления характеристик (1)-(4), основанный на использовании СУР, легко реализуется для моделей умеренной размерности. Однако с ростом числа разнотипных серверов в каждой группе его применение требует неоправданно большого времени выполнения, а известные матрично-геометрические методы имеют ряд недостатков. Исходя из этих фактов используется приближенный метод, который ранее разработан в работах А.З. Меликова и основан на идеях фазового укрупнения состояний

2-D MC. С применением указанного метода искомые характеристики вычисляются с помощью явных формул:

$$PB_H \approx \rho_{N_S}(N_F)\pi(< N_S >) + E_B(v_H, N_F) \sum_{i=0}^{N_S-1} (1 - \alpha(i))\pi(< i >); \quad (5)$$

$$PB_L \approx \pi(< N_S >) \left(\rho_{N_S}(N_F) + \sum_{i=0}^{N_F-1} (1 - \beta(i))\rho_{N_S}(i) \right); \quad (6)$$

$$R_{HS} \approx \lambda_H E_B(v_H, N_F) \sum_{i=0}^{N_S-1} \alpha(i)\pi(< i >); \quad (7)$$

$$R_{LF} \approx \lambda_L \pi(< N_S >) \sum_{i=0}^{N_F-1} \rho_{N_S}(i)\beta(i). \quad (8)$$

$$\tilde{N}_F \approx (1 - \pi(< N_S >)) \sum_{i=1}^{N_F} i\rho(i) + \pi(< N_S >) \sum_{i=1}^{N_F} i\rho_{N_S}(i); \quad (9)$$

$$\tilde{N}_S \approx \sum_{j=1}^{N_S} j\pi(< j >). \quad (10)$$

Входящие в формулы (5)-(10) параметры вычисляются так:

$$\rho_j(i) = \frac{v_H^i}{i!} \left/ \sum_{j=0}^{N_F} \frac{v_H^j}{j!} \right., i = \overline{0, N_F}, \text{ где } v_H = \lambda_H / \mu_F;$$

$$\rho_{N_S}(i) = \frac{1}{i! \mu_F^i} \prod_{j=0}^{i-1} \tilde{\lambda}_H(j) \rho_{N_S}(0), i = \overline{1, N_F};$$

$$\tilde{\lambda}_H(j) = \lambda_H + \lambda_L \beta(j), j = \overline{0, N_S - 1}; \sum_{j=0}^{N_F} \rho_{N_S}(j) = 1;$$

$$\pi(< j >) = \frac{1}{j! \mu_S^j} \prod_{i=0}^{j-1} \tilde{\lambda}_L(i) \pi(< 0 >), j = \overline{1, N_S};$$

$$\tilde{\lambda}_L(j_1) = \lambda_L (1 - E_B(v_H, N_F)) + (\lambda_L + \lambda_H \alpha(j_1)) E_B(v_H, N_F), j_1 = \overline{0, N_S - 1};$$

$$\sum_{j=0}^{N_S} \pi(< j >) = 1;$$

$$E_B(\rho_x, N_x) = \frac{\rho_x^{N_x}}{N_x!} \bigg/ \sum_{k=0}^{N_x} \frac{\rho_x^k}{k!} .$$

Приводятся результаты численных экспериментов. В этих экспериментах изучены зависимости характеристик системы от исходных параметров модели, а также с их помощью показана высокая точность предложенных приближенных формул.

В третьей главе изучаются модели систем обслуживания с гетерогенными серверами, буферами (сепарабельными и общими) ограниченного и неограниченного размера и скачкообразными приоритетами. Сначала изучаются модели с сепарабельными буферами ограниченного размера. Структурная схема системы показана на рис. 1. Для ожидания запросов в очереди имеются отдельные буфера конечных размеров, при этом размер буфера для H -заявок (H -буфер) равен $K_H - 1$, а соответствующий буфер для L -заявок (L -буфер) имеет размерность $K_L - 1$. Для предотвращения “старения” L -заявок в очереди, рандомизированные скачкообразные приоритеты (Jump Priorities, JP) определяются следующим образом. Поступающие H -заявки всегда присоединяются к H -буферу, а L -заявки в зависимости от состояния системы могут переходить в H -буфер, при этом состояния системы в каждый момент времени задается двумерным вектором (n_H, n_L) , где компоненты n_H и n_L указывают на число H -заявок и L -заявок в системе соответственно. В момент поступления L -заявки один из них с вероятностью $J(n_H, n_L)$, $0 < J(n_H, n_L) \leq 1$, переходит в H -буфер (если там имеется свободное место) или с дополнительной вероятностью $1 - J(n_H, n_L)$ либо присоединяется в L -буфер (если тут имеется свободное место), либо покидает систему необслуженным (если тут не имеется свободное место). Если L -заявка переходит в H -буфер, то в дальнейшем он обслуживается как H -заявка.

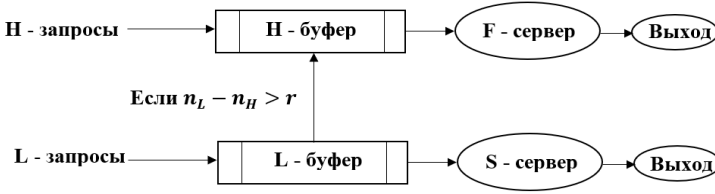


Рис. 1. Структурная схема системы при наличии сепаратных буферов.

Здесь рандомизированные JP $J(n_H, n_L)$ определяются так:

$$J(n_H, n_L) = \begin{cases} \alpha, & \text{если } n_L - n_H \geq r, \\ 0 & \text{в других случаях.} \end{cases} \quad (11)$$

Если в соотношении (11) считать, что $\alpha = 1$, то получаются детерминированные JP, т.е. каждый раз, когда разница между числом L -заявок и H -заявок не меньше, чем r , то L -заявка, стоящий в начале очереди, присоединяется к очереди H -заявок.

Задача состоит в нахождении совместного распределения числа разнотипных заявок в описанных выше системах с гетерогенными серверами и разработке методов вычисления их следующих характеристик:

вероятность потери H -заявок (PB_H):

$$PB_H = \sum_{n_L=0}^{K_L} p(K_H, n_L). \quad (12)$$

вероятность потери L -запросов (PB_L):

$$PB_L = (1 - \alpha) \sum_{n_H=0}^{\min(K_L-r, K_H-1)} p(n_H, K_L) + \sum_{n_H=K_L-r+1}^{K_H} p(n_H, K_L). \quad (13)$$

средняя интенсивность скачков L -заявок в H -буфер (RJ_{LH}):

$$RJ_{LH} = \lambda_L \alpha \sum_{n_L=r}^{K_L} \sum_{n_H=0}^{n_L-r} p(n_H, n_L). \quad (14)$$

Среднее число H -заявок (N_H) и L -заявок (N_L) в системе:

$$N_H = \sum_{n_H=1}^{K_H} n_H \sum_{n_L=0}^{K_L} p(n_H, n_L); \quad (15)$$

$$N_L = \sum_{n_L=1}^{K_L} n_L \sum_{n_H=0}^{K_H} p(n_H, n_L). \quad (16)$$

Указан метод построения СУР для вероятностей состояний данной 2-D МС для вычисления точных значений характеристик (12)-(16). Отмечено, что для моделей огромной размерности целесообразно использовать указанный выше приближенный метод. С помощью этого метода получены явные формулы для вычисления приближенных значений характеристик (12)-(16) системы с отдельными очередями:

$$PB_H \approx \sum_{l=0}^{K_L} \rho_l(K_H) \pi(< l >); \quad (17)$$

$$PB_L \approx \pi(< K_L >) \left((1-\alpha) \sum_{h=0}^{K_L-r} \rho_{K_L}(h) + \sum_{h=K_L-r+1}^{K_H} \rho_{K_L}(h) \right); \quad (18)$$

$$RJ_{LH} \approx \lambda_L \alpha \sum_{l=r}^{K_L} \pi(< l >) \sum_{h=0}^{l-r} \rho_l(h); \quad (19)$$

$$N_H \approx \sum_{h=1}^{K_H} h \sum_{l=0}^{K_L} \rho_l(h) \pi(< l >); \quad (20)$$

$$N_L \approx \sum_{l=1}^{K_L} l \pi(< l >). \quad (21)$$

В формулах (17)-(21) использованы следующие величины:

для случаев $0 \leq l \leq r-1$:

$$\rho_l(h) = v_H^h (1-v_H) / (1-v_H^{K_H+1}), \quad h = \overline{0, K_H}, \quad v_H = \lambda_H / \mu_F;$$

для случаев $r \leq l \leq K_L$:

$$\rho_l(h) = \begin{cases} (v_H + \alpha b)^h \rho_l(0), & \text{если } 0 \leq h \leq l - r + 1, \\ v_H^h (1 + \alpha c)^{l-r+1} \rho_l(0), & \text{если } l - r + 1 \leq h \leq K_H, \end{cases}$$

где $\sum_{h=0}^{K_H} \rho_l(h) = 1$ для каждого $l, r \leq l \leq K_L$;

$$b = \lambda_L / \mu_F, c = \lambda_L / \lambda_H;$$

$$\pi(< l >) = \begin{cases} v_L^l \pi(< 0 >), & \text{если } 0 \leq l \leq r, \\ \left(\frac{v_L}{\tilde{v}_L} \right)^r \tilde{v}_L^l \pi(< 0 >), & \text{если } r + 1 \leq l \leq K_L, \end{cases} \quad \text{где}$$

$$v_L = \lambda_L / \mu_S, \tilde{v}_L = \tilde{\lambda} / \mu_S;$$

$$\tilde{\lambda}_L = \lambda_L \left((1 - \alpha) \sum_{h=0}^{l-r} \rho_{l_1}(h) + \sum_{h=l-r+1}^{K_H} \rho_{l_1}(h) \right); \sum_{l=0}^{K_L} \pi(< l >) = 1.$$

В работе приводятся результаты объемных вычислительных экспериментов, которые имеют три цели: 1) оценить точность разработанных приближенных формул для расчета стационарных вероятностей состояний и характеристик изучаемых систем; 2) изучить зависимость этих характеристик от значений порогового параметра r скачкообразных приоритетов; 3) решить задачи оптимизации этих характеристик.

Точность приближенных значений вероятностей состояний оценивается с помощью следующих мер близости:

подобия косинуса:

$$\|N\|_1 = \sum_{n \in E} p(n) \tilde{p}(n) / \left(\sum_{n \in E} (p(n))^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{n \in E} (\tilde{p}(n))^2 \right)^{1/2}; \quad (22)$$

максимум разностей:

$$\|N\|_2 = \max_{n \in E} |p(n) - \tilde{p}(n)|; \quad (23)$$

Результаты сравнительного анализа значений вероятностей состояний при точном и приближенном подходах показаны в табл. 1. Здесь исходные данные модели выбраны

так: $\mu_F = 50, \mu_S = 30, \alpha = 0.2$; для двух пар размеров буферов $(K_H, K_L) = (5, 5)$ и $(K_H, K_L) = (10, 5)$ значения порогового параметра $r = 3$, а для пары $(K_H, K_L) = (10, 10)$ выбран $r = 8$. Из табл. 1 видно, что мера близости (22) равна почти 1, а также в подавляющем большинстве экспериментов точные и приближенные значения вероятностей состояний в наихудших случаях отличаются в третьем знаке после десятичной точки, иными словами, на высокую степень точности разработанных приближенных формул указывает и мера близости (23). Проведенные численные эксперименты показали и высокую степень точности разработанных приближенных формул для характеристик системы, при этом в них исходные данные остались прежними (см. табл. 2 и 3).

На рис. 2 показаны зависимости характеристик системы от параметра r в модели с отдельными очередями, при этом исходные параметры системы выбираются так: $\lambda_H = 50, \lambda_L = 30, \mu_F = 40, \mu_S = 20, K_H = K_L = 10$.

Здесь решена задача минимизации суммарных штрафов (Total Cost, TC), связанных с функционированием системы. Предполагается, что размеры буферов, а также нагрузочные параметры системы являются фиксированными величинами и единственный параметр оптимизации – пороговый параметр r . Суммарные штрафы определяются как:

$$TC(r) = c_{JP}RJ(r) + \lambda_H c_{LH}PB_H(r) + \lambda_L c_{LL}PB_L(r) + c_{WH}N_H(r) + c_{WL}N_L(r), \quad (24)$$

где c_{JP} – цена одного скачка из L -очереди в H -очередь; $c_{LH} (c_{LL})$ – штрафы за потери одной H -заявки (L -заявки); $c_{WH} (c_{WL})$ – цена за единицу времени пребывания в системе одной H -заявки (L -заявки). Тогда задача оптимизации формально записывается в виде:

$$r^* = \arg \min_r TC(r). \quad (25)$$

Табл. 1. Оценка точности вычисления вероятностей состояний относительно различных норм близости для модели с отдельными очередями.

(λ_H, λ_L)	(K_H, K_L)	Значения нормы	
		(22)	(23)
(45, 30)	(5, 5)	0.98107	0.01635
	(10, 5)	0.97716	0.00924
	(10, 10)	0.97258	0.00806
(45, 35)	(5, 5)	0.99305	0.00740
	(10, 5)	0.98431	0.00634
	(10, 10)	0.97095	0.00553
(50, 30)	(5,5)	0.98420	0.01243
	(10, 5)	0.97538	0.00729
	(10, 10)	0.97556	0.00504
(50, 35)	(5, 5)	0.99333	0.00603
	(10, 5)	0.97559	0.00910
	(10, 10)	0.96838	0.00431
(55, 30)	(5, 5)	0.98663	0.00939
	(10, 5)	0.97735	0.00953
	(10, 10)	0.97738	0.00402
(55, 35)	(5, 5)	0.99331	0.00729
	(10, 5)	0.97310	0.01211
	(10, 10)	0.96655	0.00485

Табл. 2. Оценка точности вычисления характеристик системы с отдельными очередями.

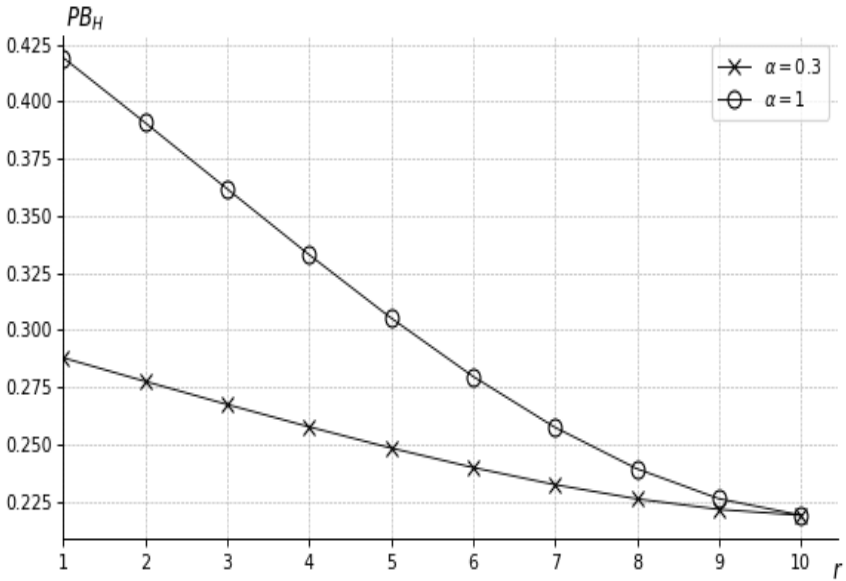
(λ_H, λ_L)	(K_H, K_L)	PB_H		PB_L		RJ_{LH}	
		точн.	прибл.	точн.	прибл.	точн.	прибл.
(45, 30)	(5, 5)	0.11881	0.11657	0.14669	0.10453	1.88413	1.38154
	(10, 5)	0.06333	0.04084	0.15415	0.11490	1.25283	1.00849
	(10, 10)	0.04114	0.04028	0.08278	0.05163	0.75563	0.45316
(45, 35)	(5, 5)	0.11976	0.11883	0.14842	0.15651	1.89222	1.79899

	(10, 5)	0.06785	0.04142	0.15607	0.17099	1.23767	1.30213
	(10, 10)	0.04135	0.04087	0.08324	0.11174	0.75783	0.85095
(50, 30)	(5,5)	0.15776	0.15471	0.14937	0.10894	1.76281	1.30443
	(10, 5)	0.10764	0.07532	0.15817	0.12214	0.92926	0.78534
	(10, 10)	0.07625	0.07468	0.08510	0.05517	0.58096	0.35471
(50, 35)	(5, 5)	0.15884	0.15698	0.15104	0.16261	1.76915	1.70360
	(10, 5)	0.11373	0.07598	0.15998	0.18083	0.91205	1.01543
	(10, 10)	0.07658	0.07535	0.08556	0.11870	0.58240	0.66653
(55, 30)	(5, 5)	0.19844	0.19465	0.15180	0.11302	1.62298	1.21308
	(10, 5)	0.15924	0.11958	0.16105	0.12806	0.64989	0.57480
	(10, 10)	0.12133	0.11897	0.08700	0.05808	0.41913	0.26068
(55, 35)	(5, 5)	0.19961	0.19683	0.15345	0.16820	1.62789	1.58922
	(10, 5)	0.16632	0.12020	0.16275	0.18881	0.63443	0.74500
	(10, 10)	0.12177	0.11961	0.08745	0.12436	0.42001	0.49072

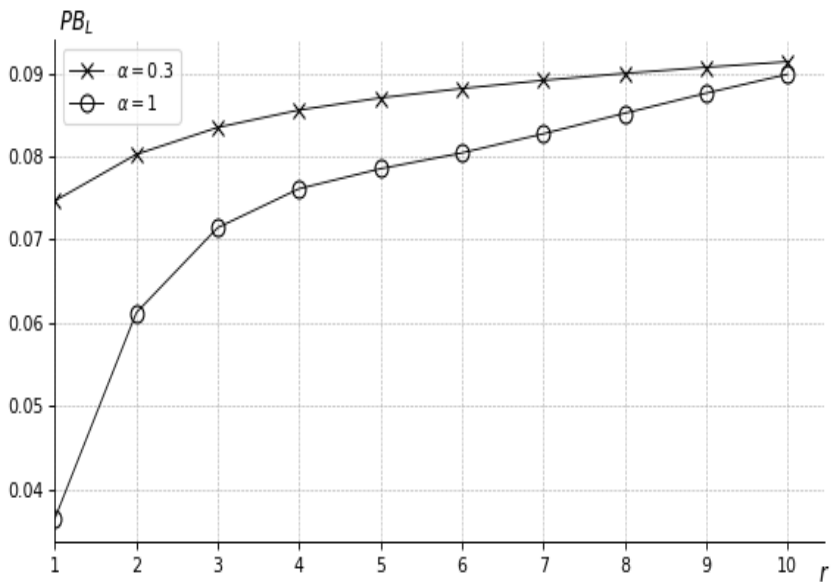
Табл. 3. Оценка точности вычисления характеристик системы с отдельными очередями.

(λ_H, λ_L)	(K_H, K_L)	N_H		N_L	
		точн.	прибл.	точн.	прибл.
(45, 30)	(5, 5)	2.11021	2.14099	2.50324	2.20164
	(10, 5)	4.06072	3.69311	2.50675	2.23510
	(10, 10)	3.62392	3.64854	5.00139	4.28145
(45, 35)	(5, 5)	2.11428	2.17261	2.51378	2.63391
	(10, 5)	4.13853	3.73762	2.51656	2.67306
	(10, 10)	3.62573	3.69415	5.00713	5.76926
(50, 30)	(5,5)	2.41348	2.43558	2.50392	2.21611
	(10, 5)	5.11320	4.67430	2.50569	2.25744
	(10, 10)	4.62511	4.63850	5.00337	4.30395
(50, 35)	(5, 5)	2.41774	2.46313	2.51389	2.65067
	(10, 5)	5.19698	4.71011	2.51461	2.69851
	(10, 10)	4.62761	4.67537	5.00896	5.80187

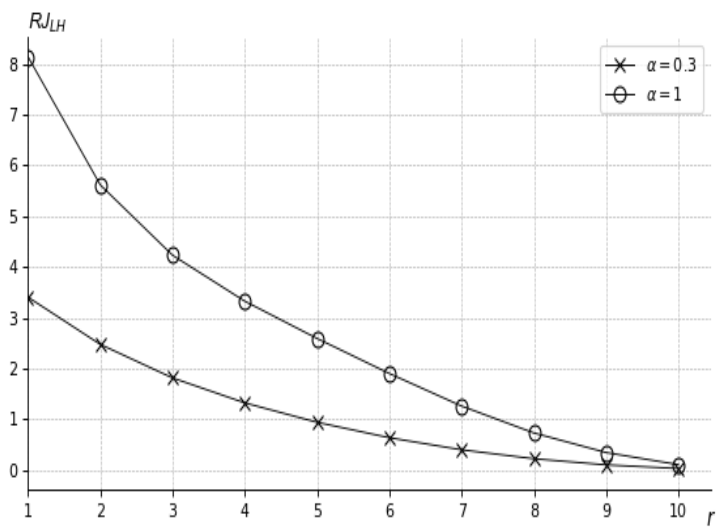
(55, 30)	(5, 5)	2.69103	2.70563	2.50421	2.22916
	(10, 5)	6.05095	5.60473	2.50355	2.27515
	(10, 10)	5.57604	5.57883	5.00519	4.32193
(55, 35)	(5, 5)	2.69530	2.72911	2.51382	2.66570
	(10, 5)	6.12994	5.63073	2.51181	2.71850
	(10, 10)	5.57895	5.60568	5.01085	5.82767



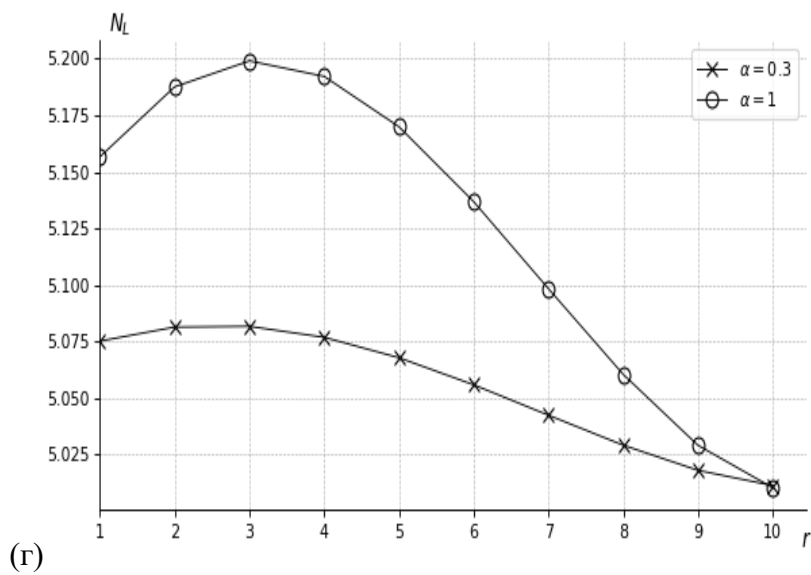
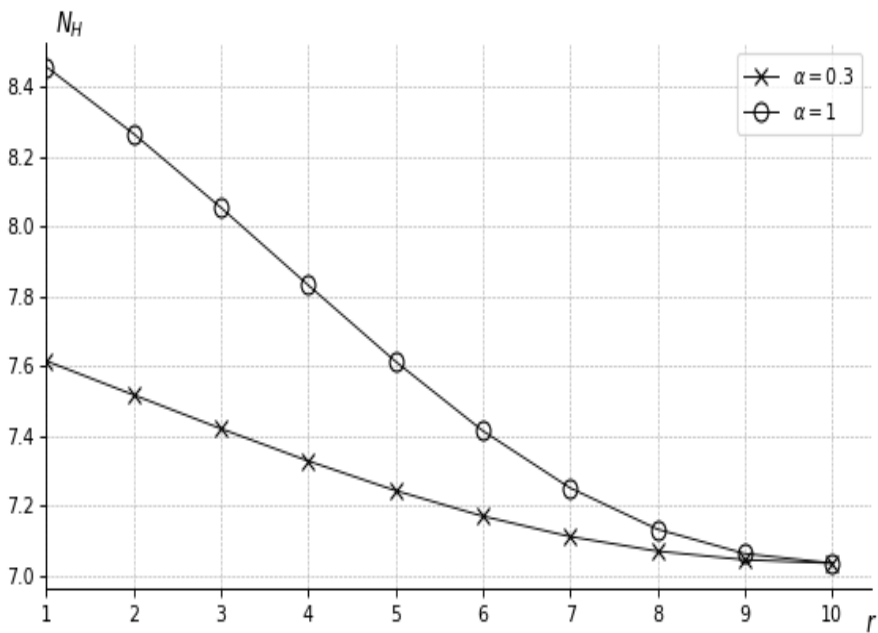
(a)



(6)



(B)



(Д)

Рис. 2. Зависимости характеристик системы от параметра r в модели с отдельными очередями: PB_H (а), PB_L (б), RJ_{LH} (в), N_H (г), N_L (д).

При любых значениях входных параметров задача (25) имеет решение, так как множество возможных (допустимых) решений является дискретным и конечным. В табл. 4 приводятся результаты решения задачи (25) для модели обеих типов со следующими исходными данными: $\lambda_H = 25, \lambda_L = 35, \mu_H = 30, \mu_L = 20, \alpha = 0.7$. Коэффициенты в (24) выбирались как: $c_{JP} = 0.5, c_{LH} = 3, c_{LL} = 2, c_{WH} = 0.7, c_{WL} = 0.2$.

Табл. 4. Результаты решения задачи (25); TC^* - минимальное значение целевой функции (24).

Система с отдельными очередями			Система с общей очередью		
(K_H, K_L)	r^*	TC^*	K	r^*	TC^*
(10,10)	9	11.1721	5	4	27.7911
(10,15)	12	9.6307	10	9	18.0297
(10,20)	17	9.2884	15	14	13.9413
(15,10)	9	12.9474	20	19	11.9985
(15,15)	13	8.9484	25	24	11.0320
(15,20)	17	8.4315	30	29	10.5712
(20,10)	9	25.9872	35	34	10.3989
(20,15)	14	9.4386	40	39	10.4040
(20,20)	18	8.2969	45	44	10.5251

Далее аналогичным образом изучается модель с общим буфером для разнотипных заявок. В другой модели предполагается, что скачкообразные приоритеты зависят не от разности числа разнотипных заявок, а они зависят от конкретных значений числа заявок каждого типа. При этом в

работе изучены модели с неограниченным буфером и установлено условие их эргодичности.

В четвертой главе изучаются модели систем обслуживания с двумя гетерогенными серверами, однотипными заявками при наличии буфера ограниченного или неограниченного размера. Предлагается новая рандомизированная N -политика включения медленного (или быстрого) сервера. В первом случае считается, что F -сервер всегда является активным, а S -сервер может включаться лишь тогда, когда длина очереди заявок не меньше определенной пороговой величины $N, N < \infty$. Схемы включения и отключения S -сервера определяются следующим образом. Если в момент поступления заявки длина очереди не меньше величины N , то S -сервер включается с вероятностью $\alpha, 0 < \alpha < 1$, и одна заявка выбирается из очереди для обслуживания в этом сервере; с дополнительной вероятностью $1 - \alpha$ он остается в спящем режиме, т.е. в отключенном состоянии. По завершении обслуживания заявки в S -сервере он выбирает для обслуживания одну заявку из очереди, если длина очереди в этот момент больше величины N ; иначе S -сервер уходит в спящий режим, т.е. отключается.

Задача состоит в нахождении совместного распределения числа заявок в системе и статуса S -сервера, а также разработке методов вычисления ее характеристик. При этом основными характеристиками системы являются следующие величины: среднее число заявок в системе (L_s), среднее время пребывания заявки в системе (W_s) и интенсивность включения S -сервера (RS). Кроме того, для модели с ограниченной очередью возникает новая характеристика – вероятность потери заявок (PB).

Показано, что состояние этой системы в произвольный момент времени определяется двумерным вектором (n, k) , где n – число заявок в системе, k – состояние S -сервера, т.е. $k = 0$, если S -сервер является отключенным, и $k = 1$ в

противном случае. Следовательно, работа системы описывается 2D MC с пространством состояний

$$E = E_0 \cup E_1, E_k = \{(n, k) : n = 0, 1, 2, \dots\}, k = 0, 1. \quad \text{Элементы}$$

генератора этой 2D MC $q((n, k), (n', k'))$, определяются из графа, представленного на рис. 3. Условием существования стационарного режима является $\lambda < \mu_F + \mu_S$.

Основными характеристиками данной модели системы являются среднее число заявок в системе (L_s), среднее время пребывания заявки в системе (W_s) и интенсивность включения S-сервера (RS):

$$L_s = \sum_{n=1}^{\infty} n \sum_{k=0}^1 p(n, k); \quad W_s = \frac{1}{\lambda} L_s; \quad RS = \lambda \alpha \sum_{n=N}^{\infty} p(n, 0).$$

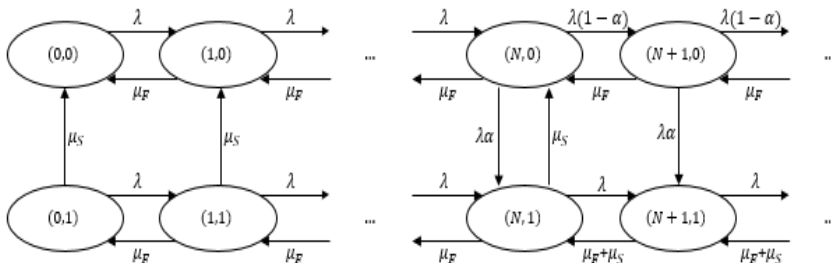


Рис. 3. Граф переходов между состояниями системы.

Для нахождения стационарных вероятностей состояний может быть использован метод производящих функций. Однако его применение связано с определенными методологическими и техническими трудностями из-за сложной структуры производящей матрицы изучаемой цепи Маркова. Поэтому в работе разработан приближенный метод расчета вероятностей состояний и характеристик системы. Так, с применением разработанного приближенного метода после стандартных преобразований определяется приближенное значение среднего числа заявок в системе:

$$L_s \approx \sum_{k=0}^1 \pi(\langle k \rangle) \sum_{n=1}^{\infty} n \rho_k(n) = \pi(\langle 0 \rangle) \rho_0(0) \left(\sum_{n=1}^N n v_F^n + (1-\alpha)^{-N} G(v_F) \right) + \quad (26)$$

$$+ \pi(\langle 1 \rangle) \rho_1(0) \left(\sum_{n=1}^N n v_F^n + \left(1 + \frac{\mu_S}{\mu_F}\right)^N G(v_{FS}) \right),$$

$$\text{где } G(x) = \frac{x^{N+1} ((N+1)(1-x) + x)}{(1-x)^2}.$$

Приближенное значение интенсивности включения S-сервера вычисляется как:

$$RS \approx \lambda \alpha \pi(\langle 0 \rangle) \sum_{n=N}^{\infty} \rho_0(n) = \lambda \alpha \pi(\langle 0 \rangle) \left(1 - \sum_{n=0}^{N-1} \rho_0(n) \right). \quad (27)$$

В формулах (26) и (27) используются следующие обозначения:

$$\rho_0(n) = \begin{cases} v_F^n \rho_0(0), & \text{если } 0 \leq n \leq N, \\ (1-\alpha)^{-N} \tilde{v}_F^n \rho_0(0), & \text{если } n > N, \end{cases} \quad \text{где } \tilde{v}_F < 1,$$

$$v_F = \lambda / \mu_F, \tilde{v}_F = (1-\alpha) v_F, \rho_0(0) = \left(\sum_{n=0}^N v_F^n + v_F^N \frac{\tilde{v}_F}{1-\tilde{v}_F} \right)^{-1};$$

$$\rho_1(n) = \begin{cases} v_F^n \rho_1(0), & \text{если } 0 \leq n \leq N, \\ \left(1 + \frac{\mu_S}{\mu_F} \right)^N \tilde{v}_{FS}^n \rho_1(0), & \text{если } n > N, \end{cases}$$

$$\text{где } v_{FS} < 1, v_{FS} = \lambda / (\mu_F + \mu_S), \rho_1(0) = \left(\sum_{n=0}^N v_F^n + v_F^N \frac{\tilde{v}_{FS}}{1-\tilde{v}_{FS}} \right)^{-1};$$

$$\pi(\langle 0 \rangle) = \frac{q_{10}}{q_{01} + q_{10}}, \pi(\langle 1 \rangle) = 1 - \pi(\langle 0 \rangle),$$

$$\text{где } q_{01} = \lambda \alpha \sum_{n=N}^{\infty} \rho_0(n) = \lambda \alpha \left(1 - \sum_{n=0}^{N-1} \rho_0(n) \right); \quad q_{10} = \mu_S \sum_{n=0}^N \rho_1(n).$$

Исследована также аналогичная модель с рандомизированной N -политикой включения быстрого сервера.

Проведенные вычислительные эксперименты показали высокую точность разработанных приближенных формул. Некоторые результаты для модели с неограниченным размером буфера показаны в табл. 5. Из этой таблицы видно, что во всех экспериментах значения нормы (22) практически равны 1, и значения нормы (23) находятся в приемлемых для инженерных расчетов пределах. Сравнительный анализ результатов вычисления характеристик данной модели с применением различных подходов показаны в табл. 6. Здесь приняты следующие сокращения: ТЗ – точные значения, ПЗ – приближенные значения и ОП – относительная погрешность. Так, из табл. 6 заключаем, что максимальное значение относительной погрешности (ОП) составляет меньше 1%. Точность вычисления характеристик также является достаточно высокой, так как при вычислении данной характеристики максимальное значение ОП составляет 7%.

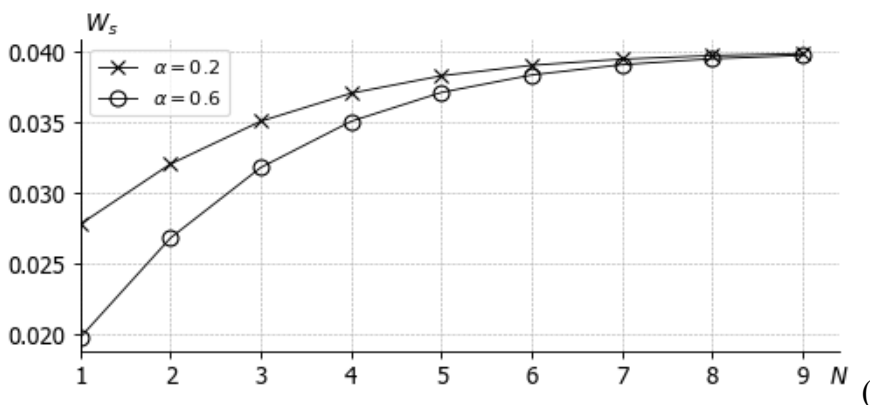
Табл. 5. Оценка точности вычисления вероятностей состояний относительно различных норм близости для модели с бесконечным буфером; $\alpha = 0.3, N = 5$.

λ	(μ_F, μ_S)	Значения нормы	
		(22)	(23)
20	(40, 20)	0.959	0.181
	(45, 30)	0.981	0.145
	(50, 35)	0.986	0.135
	(55, 40)	0.989	0.126
25	(40, 20)	0.942	0.183
	(45, 30)	0.972	0.150
	(50, 35)	0.979	0.143
	(55, 40)	0.983	0.136

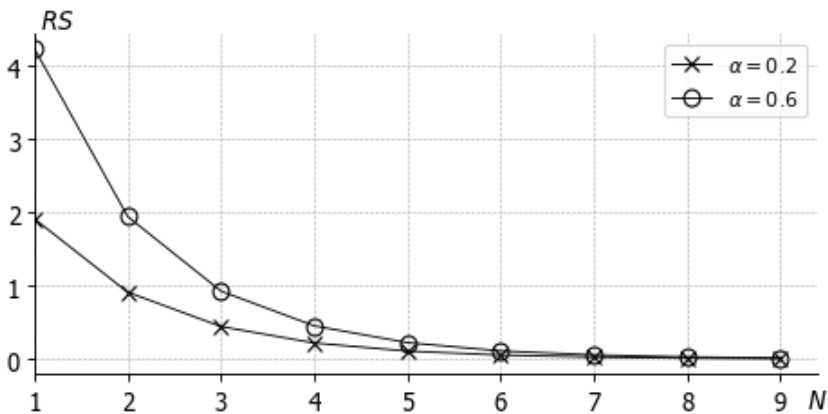
Табл. 6. Оценка точности вычисления характеристик модели с бесконечным буфером; $\alpha = 0.3, N = 5$.

λ	(μ_F, μ_S)	W_s			RS		
		ТЗ	ПЗ	ОП	ТЗ	ПЗ	ОП
20	(40, 20)	0.0474	0.0476	0.0037	0.1131	0.1122	0.0085
	(45, 30)	0.0388	0.0389	0.0024	0.0699	0.0703	0.0052
	(50, 35)	0.0327	0.0328	0.0014	0.044	0.0438	0.0046
	(55, 40)	0.0282	0.0283	0.0008	0.0287	0.0284	0.0106
25	(40, 20)	0.0570	0.0576	0.0109	0.3378	0.3622	0.0722
	(45, 30)	0.0456	0.0460	0.0081	0.2220	0.2356	0.0611
	(50, 35)	0.0378	0.0380	0.0048	0.1450	0.1500	0.0347
	(55, 40)	0.0322	0.0323	0.0030	0.0969	0.0986	0.0179

На рис. 4 показаны зависимости характеристик модели с неограниченным буфером от порогового параметра N при различных значениях вероятности включения медленного сервера.



а)



(б)

Рис. 4. Зависимость характеристик модели с неограниченным буфером от параметра N ; $\lambda = 25, \mu_F = 50, \mu_S = 35$.

В работе также изучаются аналогичные модели при наличии буфера ограниченного размера.

Заключение

1. В подавляющем большинстве работ, посвященных изучению моделей обслуживания много-серверных систем обслуживания, основное допущение заключается в том, что все серверы системы являются идентичными, иными словами, серверы являются гомогенными. Однако это допущение является грубым приближением к реальной жизни, так как в подавляющем большинстве случаев в существующих системах, в частности, компьютерных и коммуникационных сетях, колл-центрах, а также в производственных системах с участием людей, встречаются системы с гетерогенными серверами. Игнорирование гетерогенности серверов существенным образом снижает адекватность известных моделей к реальным ситуациям. Показано, что для увеличения адекватности разрабатываемых моделей к реальным ситуациям необходимо учитывать неоднородность

- используемых серверов. Приводятся основные признаки классификации систем обслуживания с гетерогенными серверами.
2. Предложены математические модели обслуживания с гетерогенными серверами с однотипными заявками и без буферов, в которых используются различные схемы доступа разнотипных заявок. Гетерогенные серверы разделены на две группы: быстрые и медленные серверы. Изучены три часто используемые схемы доступа заявок: случайный выбор группы серверов; первым выбирается сервер с высокой скоростью обслуживания; первым выбирается сервер с низкой скоростью обслуживания. Показано, что математическими моделями этих систем при использовании этих схем доступа являются одномерные цепи Маркова. Получены точные формулы для вычисления характеристик изучаемых моделей – вероятность потери заявок, среднее число занятых серверов в каждой группе и коэффициенты их использования. Приводятся результаты численных экспериментов по расчету и оптимизации характеристик изучаемых моделей и дан сравнительный анализ характеристик системы при использовании различных схем доступа.
 3. Предложена модель системы обслуживания с гетерогенными серверами, без буферов и двумя типами заявок. Считается, что заявки высокого приоритета обслуживаются в быстрых серверах, а заявки низкого приоритета – в медленных серверах. В случаях занятости всех серверов в своей группе допускается обслуживания поступившей заявки в другой группе. Переназначения заявок производится по схеме Бернулли, при этом параметры этой схемы зависят от числа занятых серверов в соответствующей группе. Показано, что математической моделью описанной системы является двумерная цепь Маркова и разработаны методы точного и приближенного расчета характеристик указанной

- системы. Точный анализ основан на использовании системы уравнений равновесия для вероятностей состояний, а приближенный анализ использует алгоритмы фазового укрупнения состояний двумерных цепей Маркова. Полученные формулы позволяют проводить численный анализ и оптимизацию характеристик изучаемой системы и приводятся результаты численных экспериментов.
4. Предложены математические модели систем с двумя гетерогенными серверами, разнотипными заявками и приоритетами, в которых возможны организации сепаратного и общего буфера для оживания заявок в очереди. Введены две схемы определения рандомизированных и детерминированных скачкообразных приоритетов: в одной из них приоритеты зависят от разности количества разнотипных заявок в системе, а в другой – от количества разнотипных заявок каждого типа в системе.
 5. Построены двумерные цепи Маркова, которые описывают работу систем с двумя гетерогенными серверами, разнотипными заявками и скачкообразными приоритетами. Разработаны методы точного и приближенного расчета стационарных вероятностей состояний построенный двумерных цепей Маркова. Получены явные формулы вычисления их характеристик – вероятности потери разнотипных запросов; средняя интенсивность скачков низкоприоритетных заявок в буфер для заявок высокого приоритета; среднее число разнотипных запросов в системе.
 6. Точный метод использует балансовые уравнения для вероятностей состояний системы, в то время как приближенный метод использует метод фазового укрупнения двумерных цепей Маркова с огромной размерности пространство состояний, а также для моделей с неограниченными буферами. На основе объемных вычислительных экспериментов показана

- высокая точность предложенного приближенного подхода. Решены задачи минимизации суммарных затрат системы за счет выбора оптимальной схемы определения введенных скачкообразных приоритетов.
7. Предложена рандомизированная N -политика включения медленного (быстрого) сервера в системах обслуживания с двумя гетерогенными серверами и общей ограниченной и неограниченной очередью однотипных заявок. Считается, что быстрый (медленный) сервер всегда находится в рабочем режиме, а при достижении длины очереди заявок некоторой пороговой величины медленный (быстрый) сервер либо с определенной вероятностью включается, либо с дополнительной вероятностью он остается в спящем режиме.
 8. Построены математические модели систем с N -политикой включения медленного (быстрого) сервера; показано, что в обоих случаях они представляют собой двумерные цепи Маркова и получены условие их эргодичности для модели с неограниченной очередью. Разработан приближенный метод расчета распределения вероятностей состояний и характеристик изучаемых систем: среднее число заявок в системе, среднее время пребывания заявки в системе; интенсивность включения медленного (быстрого) сервера; вероятность потери заявок для модели с ограниченной очередью.
 9. С помощью вычислительных экспериментов показана высокая точность разработанного приближенного метода для модели системы с N -политикой включения медленного (быстрого) сервера. Решена задача минимизации суммарных штрафов в указанных система при наличии ограниченного буфера, где штрафы связаны с пребыванием заявок в системе, их потерями, а также с включением и работой медленного (быстрого) сервера.

**Основные результаты диссертационной работы
опубликованы в следующих научных статьях**

1. *Mehbaliyeva E.V.* Heterogen serverli xidmət sisteminin bir modeli haqqında // Sumqayıt Dövlət Universiteti. Elmi xəbərlər jurnalı. Təbiət və texniki elmlər bölməsi. 2018. Cild 18. № 4. S. 18-23. https://www.sdu.edu.az/userfiles/file/scientific_publications/sp_12.pdf
2. *Mehbaliyeva E.V.* Separat heterogen serverlər qrupları olan xidmət sisteminin riyazi modeli // Doktorantların və gənc tədqiqatçıların XXII Respublika elmi konfransının materialları. I Cild. 22-23 noyabr 2018. Bakı. S. 227-228. <https://adpu.edu.az/az/elm/konfrans-materiallar>
3. *Mehbaliyeva E.V.* Heterogen serverləri və müxtəlif tipli sorğuları olan sistemin riyazi modelinin qurulması // Sumqayıt Dövlət Universiteti. Elmi xəbərlər jurnalı. Təbiət və texniki elmlər bölməsi. 2019. Cild 19. № 2. S. 84-88. <https://www.elibrary.ru/contents.asp?id=43167219>
4. *Мехбальева Э.В.* О задаче включения медленного сервера // Материалы XVIII Международной конференции имени А.Ф.Терпугова “Информационные технологии и математическое моделирование”. 26-30 июня 2019. Част 2. С. 218-221. http://itmmconf.tsu.ru/sites/default/files/ITMM-2019_2.pdf (SCOPUS)
5. *Меликов А.З., Мехбальева Э.В.* Анализ и оптимизация систем с гетерогенными серверами и скачкообразными приоритетами // Известия РАН. Теория и системы управления 2019. № 5. С. 54-72. <https://sciencejournals.ru/view-issue/?j=teorsist&y=2021&v=0&n=5> (WoS, SCOPUS, SCIE)
6. *Мехбальева Э.В.* Алгоритм расчета характеристик системы с гетерогенными серверами и очередями // XII International Scientific-Practical Conf. Internet-Education-Science. 26-29 may 2020. Vinnytsia, Ukraine. P. 123-126. <https://discovery.kpi.ua/Record/000616514> (ВАК України)

7. *Мехбалыева Э.В.* Алгоритм расчета системы с гетерогенными серверами и ограниченной очередью // *Informasiya Sistemləri və Texnologiyaları: Nailiyyətlər və Perspektivlər II Beynəlxalq Elmi Konfransı*. 9-10 iyul 2020. Sumqayıt. S. 218-220. <https://www.ssu-conferenceproceedings.edu.az/az>
8. *Меликов А.З., Мехбалыева Э.В.* Численное исследование системы с гетерогенными серверами и рандомизированной N-политикой // *Вестник Томского Государственного Университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2020. № 53. С. 25-38. <https://cyberleninka.ru/article/n/chislennoe-issledovanie-sistemy-s-geterogennymi-serverami-i-randomizirovannoy-a-politikoy> **(WoS, ESCI, SCOPUS)**
9. *Melikov A.Z., Ponomarenko L.A., Mekhbaliyeva E.V.* Analysis the models of systems with heterogeneous servers // *Cyber. Syst. Anal.* 2020. Vol. 56. P. 89-99. <https://link.springer.com/journal/10559/volumes-and-issues> **(WoS, ESCI, SCOPUS)**
10. *Мехбалыева Э.В.* Модель системы с гетерогенными серверами и скачкообразными приоритетами // *Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları IV Respublika elmi konfransı*. 9-10 dekabr 2021-ci il. Sumqayıt. 2021. №9. S. 181-184. https://www.ssu-conferenceproceedings.edu.az/pdf/riyaziyyat_2021.pdf
11. *Мехбалыева Э.В.* Схема определения скачкообразных приоритетов в системах обслуживания с гетерогенными серверами // *Проблемы информатизации и управления (Киев)*. 2021. Вып. 65(1). С. 62-67. <https://jrn1.nau.edu.ua/index.php/PIU/issue/view/65> **(ВАК Украины)**
12. *Меликов А.З., Мехбалыева Э.В.* Системы обслуживания с гетерогенными серверами и зависящими от состояния скачкообразными приоритетами // *Вестник Томского Государственного Университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2022. № 53. С.

25-38. <https://cyberleninka.ru/journal/n/vestnik-tomskogo-gosudarstvennogo-universiteta-upravlenie-vychislitel'naya-tehnika-i-informatika?i=1093642> (WoS, ESCI, SCOPUS)

В совместных работах [5, 8, 9, 12] личный вклад автора состоит в разработке методов для расчета точных и приближенных значений вероятностей состояний и характеристик изучаемых моделей, их оптимизации, соответствующего программного обеспечения и анализа результатов численных экспериментов.

Защита диссертации состоится 26 октябрь 2022 г. в 14:00 часов на заседании Диссертационного совета ЕД 1.20 при действующего на базе Институте Систем Управления НАН.

Адрес: ул. Б. Вахабзаде 68, Баку, AZ1141.

С диссертационной работой можно ознакомиться в библиотеке Института Систем Управления НАН Азербайджана.

Электронные версии диссертации и автореферата размещены на официальном сайте Института Систем Управления НАН (<http://www.isi.az>).

Автореферат разослан по соответствующим адресам 22 сентябрь 2022 года.

Подписано к печать: 22.09.2022 г.

Формат бумаги: А5

Объем: 28769

Тираж:70