

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

**KLASSİK VƏ GENİŞLƏNDİRİLMİŞ QEYRİ-SƏLİS MƏNTİQ
ƏSASINDA QƏRRAR QƏBULETMƏ VASİTƏLƏRİNİN
YARADILMASI VƏ TƏTBİQİ**

İxtisas: 3338.01 – “Sistemli analiz, idarəetmə və informasiyanın işlənməsi (idarəetmə və qərar qəbuletmə)”

Elm sahəsi: Texnika elmləri

İddiaçı: **Kəmalə Rafiq qızı Əliyeva**

Elmlər doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim edilmiş
dissertasiyanın

A V T O R E F E R A T I

Bakı - 2022

Dissertasiya işi Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin “Cihaz mühəndisliyi” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi məsləhətçi: Texnika elmləri doktoru, professor
Lətafət Abbas qızı Qardaşova

Rəsmi opponentlər: 1. Texnika elmləri doktoru, professor
Məhəmməd Nurməhəmməd oğlu Nuriyev
2. Texnika elmləri doktoru, professor
Səlahəddin İmaməli oğlu Yusifov
3. Texnika elmləri doktoru, professor
Fazil Həzin oğlu Ələkbərli
4. Texnika elmləri doktoru, professor
Qəzənfər Ərəstun oğlu Rüstəmov

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.02 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri: Texnika elmləri doktoru, professor



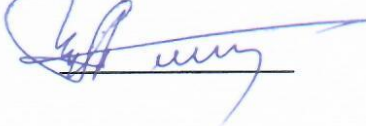
Mustafa Baba oğlu Babanlı

Dissertasiya şurasının elmi katibi: Texnika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent



Tahir Qaffar oğlu Cabbarov

Elmi seminarın sədri:



Texnika elmləri doktoru, professor

Tərlan Səməd oğlu Abdullayev



İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Qərar qəbul etmə prosesində mövcud metodlar geniş tətbiq edilsə də klassik və genişləndirilmiş qeyri-səlis məntiq əsasında yeni qərar qəbuletmə vasitələrinin yaradılmasına böyük ehtiyac vardır. Çoxmeyarlı qərar qəbuletmə probleminin həlli yollarının təhlili göstərdi ki, yeni metodlar yarandıqca və köhnə metodlar təkmilləşdikcə bu qərar qəbuletmə vasitələrinin müxtəlif tətbiq sahələrində rolu əhəmiyyətli dərəcədə artmışdır. Bu dissertasiya işində bir sıra çoxmeyarlı qərar qəbuletmə metodları təhlil edilir və bu metodların nisbi üstünlükləri və çatışmazlıqları qiymətləndirilərək müxtəlif vəziyyətlərə tətbiq edilməsi müəyyənləşdirilir, bu metodların istifadəsi və zamanla istifadəsinin təkamülünün araşdırılması aparılır. Son onilliklər ərzində texnologiyanın inkişafı daha mürəkkəb qərar qəbuletmə metodlarının işlənilib hazırlanmasına imkan verdi. Genişləndirilmiş çoxmeyarlı qərar qəbuletmə metodları ilə aparılan bu təcrübə çox mərhələli qərar təhlilinə tamamilə yeni bir yanaşma təmin etdi. Bu dissertasiya işinin əsas aktuallığı ondan ibarətdir ki, qərar qəbul edənin fikirlərini qeyri-müəyyənlik şəraitində daha adekvat təsvir edən tutarlı üstünlük formalaşdırır. Belə üstünlük daha dərin qeyri-müəyyənliyi özündə ehtiva edən məlumatların genişləndirməsinə əsaslanır. Bu dissertasiya real həyat problemlərinin qeyri-müəyyənliyini daha adekvat yazan qeyri-səlis məntiq, həmçinin, onun 2-ci tip və Z-genişləndirməsinə əsaslanan üstünlük münasibətinin tədqiqinə və qərar qəbuletmə metodlarının yaranmasına, eyni zamanda geniş spektrdə tətbiqinə həsr olunmuşdur. Bu baxımdan dissertasiyada aparılan tədqiqatların aktuallığı aydın görünür.

Dissertasiya işinin məqsəd və vəzifələri. Dissertasiya işinin məqsədi, klassik və genişləndirilmiş qeyri-səlis məntiq əsasında qərar qəbuletmə vasitələrinin yaradılması və müxtəlif sahələrə tətbiqindən ibarətdir. Bunu nəzərə alaraq, dissertasiya işində mövcud qərar qəbuletmə metodlarının müqayisəli təhlili aparılmış, qərar qəbuletmə ilə əlaqəli məlumatların ümumi təsnifatının təhlili, qeyri-səlis

çoxluqlar və onların genişləndirilməsi, qeyri-səlis dinamik proqramlaşdırma əsasında çoxmərhləli qərar qəbuletmə, 2-ci tip qeyri-səlis məntiq, Z-ədədlər əsasında qərar qəbuletmə vasitələrinin tətbiqi məsələlərinə geniş yer verilmişdir.

Müdafiyyə çıxarılan əsas müddəalar. Dissertasiya işində aşağıdakı müddəalar müdafiyyə təqdim olunur:

- müxtəlif çoxmeyarlı qərar qəbuletmə vasitələrinin müqayisəli təhlili aparılmış və bu metodların nisbi üstünlükləri və mənfilikləri qiymətləndirilmişdir;

- qeyri-səlis məntiqin Z-genişləndirilməsi əsasında tutarlılıq indeksini ödəyən üstünlük biliklərinin qiymətləndirilməsi üsulu təklif edilmişdir;

- klassik Delfi metodu qeyri-səlis mühit üçün genişləndirilmişdir;

- qərarlar analizində geniş tətbiq olunan informasiyanın aqreqasiya metodu Z mühiti üçün yaradılmışdır;

- qeyri-müəyyənlik şəraitində qərar qəbuletmə problemlərində geniş tətbiq olunan parametrləri və dəyişənləri Z-ədədlər olan xətti tənliliklərin dəqiq və təxmini həll üsulu təklif edilmişdir;

- bimodal informasiya ilə xarakterizə olunan idarəetmə və qərar qəbuletmə obyektlərinin identifikasiyası üçün Z-reqressiya modelinin qurulma məsələsi həll edilmişdir;

- çoxmeyarlı qərar qəbuletmə məsələlərində 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlara əsaslanan üstünlük biliklərinin formalaşdırılması təklif olunmuşdur;

- qeyri-səlis dinamik proqramlaşdırma əsasında çoxmərhləli qərar qəbuletmə məsələsinin həll metodu və həll algoritmi yaradılmışdır;

- 1-ci tip və 2-ci tip qeyri-səlis və Z-qərar qəbuletmə vasitələri müxtəlif məsələlərə tətbiq olunmuşdur.

Tədqiqat metodları. Dissertasiya işində tədqiqat üsulları kimi qeyri-səlis məntiq, qeyri-səlis məntiqin Z-genişlənməsi, qeyri-səlis və Z-ədədlər ilə hesablama, məxsusi qiymət və məxsusi vektor analizi, məsafə və oxşarlıq ölçüləri, qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi metodlarından, 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlar üzərində əməllərdən, Z-ədədlərin ehtimal paylanması hesablanmasından istifadə olunmuşdur.

Tədqiqatın elmi yeniliyi.

- 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlar əsasında qərar qəbul edən şəxsin üstünlük biliklərinin formalaşdırılması qərarlar analizini elmi baxımdan genişləndirir;

- Z- üstünlük dərəcəsi (preferens) təhlili qərar qəbuletmədə yeni bir yanaşmadır;

- qeyri-səlis dinamik proqramlaşdırma əsasında çoxmərhələli qərar qəbuletmə yanaşması, həll alqoritminin yaradılması və tətbiqi klassik qərarlar analizini dinamik mühit üçün genişləndirir;

-Z-informasiyasının təklif olunmuş aqreqasiya üsulu yenidir;

- qeyri-səlis Delfi üsulu yenidir və elmi ədəbiyyatda geniş istifadə olunur;

-çoxmeyarlı qərar qəbuletmə, planlaşdırma və proqnozlaşdırmada geniş tətbiq olunan xətti tənliklər sistemi bimodal mühit üçün Z-ədədlər nəzəriyyəsi əsasında genişləndirilmiş və yenidir;

-bimodal informasiya ilə xarakterizə olunan qərar qəbuletmə və idarəetmə obyektlərinin modelləşdirilməsi üçün təklif olunan Z-ədədli reqressiya modeli reqressiya analizini genişləndirir.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Təklif edilmiş çoxmeyarlı qərar qəbuletmə vasitələri və üsulları iqtisadiyyatın, istehsalatın, biznesin müxtəlif sahələrinə tətbiq oluna bilər. Bu dissertasiya işində bir sıra üsullar və yanaşmalar tətbiq olunmuşdur.

Aprobasiya və tətbiqi. Dissertasiyanın nəzəri və praktiki nəticələri aşağıdakı beynəlxalq konfranslarda müzakirə edilmişdir:

- **ICAFS-2010** Ninth International Conference on Application of Fuzzy Systems and Soft Computing, Prague, Czech Republic;
- **ICSCCW-2011** Sixth International Conference on Soft Computing and Computing with Words and Perception, Antalya, Turkey;
- **ICAFS-2012** Tenth International Conference on Application of Fuzzy Systems and Soft Computing, Lisbon, Portugal;
- **WCIS-2012** Seventh World Conference on Intelligence Systems for Industrial Automation, Tashkent, Uzbekistan;
- **ICSCCW-2015** 8th International Conference on Soft Computing and Computing with Words and Perception, Antalya, Turkey;

- **ICAFS-2016** 12th International Conference on Application of Fuzzy Systems and Soft Computing, ICAFS 2016, 29-30 August 2016, Vienna, Austria;
- **ICSCCW-2017** 9th International Conference on Theory and Application of Soft Computing, Computing with Words and Perception – ICSCCW-2017, 22-23 August 2017, Budapest, Hungary;
- **ICAFS-2018** 13th International Conference on Theory and Application of Fuzzy Systems and Soft Computing - ICAFS-2018, 26-27 August 2018, Warsaw, Poland;
- **ICAFS-2020** 14th International Conference on Theory and Application of Fuzzy Systems and Soft Computing – ICAFS-2020, 27-28 August 2020, Budva, Montenegro;
- **WCIS-2020** 11th World Conference on Intelligent systems for industrial automation – WCIS-2020, 26-28 November, Tashkent, Uzbekistan;
- **ICSCCW-2021** 11th International Conference on Theory and Application of Soft Computing, Computing with Words and Perception – Antalya, Turkey, on August 23–24, 2021.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti, “Cihaz mühəndisliyi” kafedrası.

Dissertasiya işinin tərkibi. Dissertasiya işi girişdən, 6 fəsildən, nəticədən və istifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Nəşrlər. Ümumilikdə, 61 elmi əsər çap olunmuşdur. Tədqiqat üzrə çap olunan 30 elmi əsərdən 25-i məqalə (11-i Web of Science, 16-sı SCOPUS bazalarına daxil olmuşdur) və 5-i konfrans materialıdır.

İŞİN ƏSAS MƏZMUNU

Girişdə mövzu sahəsinin aktuallığı, tədqiqatın məqsəd və vəzifələri, müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar, tədqiqat metodları, tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti qeyd olunmuşdur. Bu dissertasiya işində bir sıra çox meyarlı qərar qəbul etmə metodları təhlil edilir və bu metodların nisbi üstünlükləri və çatışmazlıqları qiymətləndirilir. Son onilliklər ərzində texnologiyanın inkişafı daha mürəkkəb qərar qəbuletmə metodlarının işlənilməsinə imkan verdi. Aparılan araşdırma bəzi çoxmeyarlı qərar qəbuletmə metodlarının müəyyən vəziyyətlərə daha uyğun olduğunu, digər tətbiqlərin isə müəyyən metodlardan tamamilə çəkinməli olduğunu ortaya qoyur. Yeni qərar qəbuletmə metodlarının yaranması bu çatışmazlıqları aradan qaldıra bilər.

Birinci fəsil mövcud qərar qəbuletmə metodlarının - AHP, TOPSIS və digər çoxmeyarlı qərar qəbuletmə metodlarının müqayisəli təhlilinə həsr edilmişdir. Bu metodların əsas üstünlükləri və çatışmazlıqları müzakirə olunmuşdur. Çoxmeyarlılıq bir sıra real problemlərin həllinin əsas xarakteristikasıdır. Qərar qəbul etmə müəyyən alternativlərdən ən uyğununun seçilməsinə yönələn insan fəaliyyətinin xüsusi prosesi kimi nəzərdə tutulur. Son zamanlarda çoxmeyarlılıq şəraitində qərar qəbuletmə texnologiyalarının təkmilləşdirilməsində yeni hallar təzahür edir. Müasir dövrdə bir sıra problemlərin həllində cüt-cüt müqayisələr vasitəsilə alternativlərin arasından ən uyğununun seçilməsi üçün müxtəlif metodologiyalardan istifadə edilir. Bu vacib texnologiyalardan biri də analitik iyerarxik təhlil metodudur (AHP). Bu metod ilk dəfə qərarların seçilməsi prosesində problemin riyazi təsvirindən istifadə etmək mümkün olmadığı halda vəziyyətin təhlili üçün təklif edilmişdir. Problemin strukturlaşdırılaraq təsvir edilməsi, meyar və alternativlərin göstərilməsi, qərar elementləri arasında müqayisəli cütlərin müəyyən edilməsi, qərar elementlərinin uyğun çəkirlərinin hesablanması, qərar matrisinin göstəricilərinin hesablanması, nizamlanmış qərar elementlərinin toplanmasını nəzərdə tutur. Bu metodun çatışmayan cəhətləri - AHP yalnız 9 ballıq şkaladan istifadə etməklə məhdudlaşır və bu da, bəzən, qərar qəbul edən şəxsin

elementləri (meyarlar) fərqləndirməsi üçün çətinlik yaradır; edilən cüt-cüt müqayisələrin sayı çoxaldıqda, hesablamaları tamamlamaq çox vaxt aparır; AHP elementlər sayının məhdudluğuna malikdir; aqreqasiya metodundan istifadə edərkən fərdi mühakimələr bir yere toplandıqda bəzi məlumatlar itirilə bilər. Cüt-cüt müqayisələr şəraitində, qeyri-səlis AHP metodları üçün qərarvermənin öhdəsindən gəlmək ağır olur. Əsas problemlər meyarlar və alternativlər arasında qarşılıqlı asılılıqdan, mühakimələr və meyarların dərəcələri arasındakı uyğunsuzluqdan yaranır. Bu zaman, geniş qəbul edilmiş çoxmeyarlı qərar qəbul etmə vasitəsi olan TOPSIS metodundan istifadə edilə bilər.

TOPSIS metodu alternativlər və meyarlar sayı ilə bağlı məhdudluğu aradan qaldırmağa imkan verir. Bu metod əsasında çoxmeyarlı optimallaşdırma məsələləri, alternativlərin meyarlara uyğunluğunu əks etdirən linqvistik keyfiyyət dəyişənlərindən qeyri-səlis ədədlə ifadə olunan (üçbucaq və ya trapesiya şəkilli) termlərə keçilməsi ilə aparılır. Alternativlərin ən yaxşı həldən və ən pis həldən məsafəsi əsasında optimal həll tapılır. TOPSIS metodunun əsas ideyası pozitiv ideal alternativlərin və neqativ ideal alternativlərin müəyyən edilməsidir. Pozitiv ideal alternativ gəlir kriteriyalarını maksimallaşdıran və xərc meyarlarını minimallaşdıran alternativdir. Neqativ ideal alternativ isə xərc meyarlarını maksimallaşdırır və gəlir meyarlarını minimallaşdırır. TOPSIS metodunun digər qərar qəbul etmə metodlarından əsas fərqi tətbiq etmə rahatlığı, universallıq, məsafələrin ideal bir həll yoluna nəzərən müəyyən olunmasıdır. TOPSIS-in əsas üstünlükləri sadə bir prosesə malik olması, istifadəsinin və proqramlaşdırılmasının asan olması, meyarların sayından asılı olmayaraq addımların sayının eyni qalmasıdır. Bu üstünlüklər digər metodlarla müqayisədə TOPSIS-i əsas çoxmeyarlı qərar qəbul etmə üsuluna çevirir. Əslində, TOPSIS, qiymətləndirmə matrislərində və çəkilərdəki məlumatlardan asılı olaraq hər bir alternativini birbaşa müqayisə edən əsaslı bir metoddur. Bu metodun çatışmazlığı əsasən ondan ibarətdir ki, hesablamalar zamanı Evklid məsafəsindən istifadə edilərkən meyarlar arasında əlaqələr, korrelyasiya nəzərə alınmır, meyarların çəkilərinin müəyyənləşdirilməsi çətinlik yaradır və qurulan matrisin uyğunluğunu

müəyyən etmək olmur. Bu zaman AHP-TOPSIS hibrid metodunun istifadəsi daha məqsədəuyğun olur.

Beləliklə, çoxmeyarlı qərar qəbuletmə metodları bir çox keyfiyyət və kəmiyyət meyarlarına malik alternativlər daxil olmaqla kompleks seçim problemlərinin həlli üçün təsirli vasitədir. Keyfiyyət meyarları, əsasən, qeyri-müəyyən olur və onları dəqiq müəyyənləşdirmək çətinidir. Bu səbəbdən də qiymətləndirmə nəticələrini meyarlara və qərar verməyə görə sintez etməyi çətinləşdirir. Çoxmeyarlı qərar qəbuletmə metodları bu meyarları müəyyənləşdirir, qərar qəbul edən hər bir ekspertin ümumi ballarını hesablayır və qərar qəbul edənlərə optimal alternativ tapmağa kömək edir. Müxtəlif tipli problemlərdə alternativlərin qiymətləndirilməsi də bu cür meyarlar üzrə aparılır. AHP və TOPSIS metodlarından başqa bəzi çox istifadə olunan, daim dəyişən xarici faktorların təsiri altında olan daha mürəkkəb və dinamik mühitlərin modelləşdirilməsi üçün yaradılan, keyfiyyət dəyərlərinin kəmiyyətlərə çevrilməsinə imkan verən ANP metodu, alternativlərin performanslarına görə bir-biri ilə müqayisə olunaraq seçim edilməsinə əsaslanan ELECTRE metodu, bir-birinə zidd olan meyarlar arasında sıralama və seçim üçün istifadə olunan PROMETHEE metodu, mürəkkəb sistemlərin çoxmeyarlı optimallaşdırılması üçün hazırlanmış VIKOR metodu, yalnız meyar çəkirlərini və toplama formasını nəzərə alaraq seçim aparılan sadələşdirilmiş SAW metodu və bu kimi digər metodlar geniş tətbiq edilir. Alternativlərin analizini əhatə edən hər hansı bir qərar qəbul etmə texnikasından istifadə etmək üçün müvafiq meyarların və alternativlərin müəyyənləşdirilməsi, ölçüləri meyarların nisbi əhəmiyyətinə və alternativlərin bu meyarlara təsirlərinə uyğun seçilməsi, hər bir alternativin sıralanmasını təyin etmək üçün ədədi qiymətlərin işlənməsi kimi addımlar tələb olunur. Çoxmeyarlı qərar qəbuletmə vasitələri hal-hazırda praktik və optimal qərarlar qəbul etmək üçün çox əhəmiyyətlidir və geniş istifadə olunur. Bütün çoxmeyarlı qərar qəbuletmə metodları müxtəlif meyarlara görə seçim etməyi, mühakimələrin həyata keçirilməsini tələb edir və bu üsullar bir-birindən informasiyaları necə kombinasiya etməkləri ilə fərqlənir. Ümumiyyətlə, çoxmeyarlı qərar qəbuletmə üsulları fərqli meyarlar üçün nisbi çəki sistemini təmin edir. Əsas məsələlərdən biri

çoxmeyarlı qərar qəbuletmə metodlarından ən uyğun variantı müəyyənləşdirmək, seçimləri sıralamaq, sonrakı detallı qiymətləndirmə üçün bütün mümkün imkanları dəyərləndirməkdir. Çoxmeyarlı qərar qəbuletmə qərarvermə müddətinin meyarlara görə modelləşdirilməsi və qərar verən şəxsin prosesin sonunda qazancını maksimum dərəcədə artıracaq şəkildə təhlil etmə prosesinə əsaslanır.

Bu fəsildə bir sıra çoxmeyarlı qərar qəbuletmə metodları təhlil edilmiş və bu metodların nisbi üstünlükləri və çatışmazlıqları qiymətləndirilərək müxtəlif vəziyyətlərə tətbiq edilməsi imkanları müəyyənləşdirilmişdir. Təhlil göstərdi ki, qərar qəbuledənin fikirlərini qeyri-müəyyənlik şəraitində daha adekvat təsvir edən tutarlı üstünlük formaləşdırmağa ehtiyac var. Belə üstünlük daha dərin qeyri-müəyyənliyi özündə ehtiva edən məlumatların istifadəsinə əsaslanır. Real həyat problemlərinin qeyri-müəyyənliyini daha adekvat yazan qeyri-səlis məntiq, həmçinin, onun 2-ci tip və Z-genişlənməsinə əsaslanan üstünlüklərin tədqiqi və qərar qəbuletmə metodlarının yaranması həllini gözləyən elmi problemlərdir. Məsələn, Z-üstünlüklər üçün, hətta, qeyri-səlis üstünlüklər üçün biliklərin tutarlılığı lazımı qədər araşdırılmamışdır. Ümumiyyətlə, Z-üstünlüyü riyazi ifadə edən matrislərin xüsusi həllərinə çox cüzi işlər həsr olunmuşdur. Dinamik çoxmərhələli qeyri-səlis qərar qəbuletmə və idarəetmə problemləri özlərinin həllərinin başlanğıc vəziyyətindədir. Qərar qəbuledən şəxsin preferansının daha adekvat təsviri üçün daha dərin qeyri-müəyyənliklərinin nəzərə alınmasına böyük ehtiyac var. Bu baxımdan, 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlara əsaslanan qərar qəbuletmə üstünlüklərin tədqiqi həllini gözləyən məsələlərdir. Qərar qəbuletmədə Delfi metodunun geniş tətbiq olunmasına baxmayaraq ekspert biliklərinin qeyri-müəyyənliyini nəzərə alan üsul yaradılmayıb. Delfi metodunun əsas xüsusiyyətləri ekspertlərin anonimliyi, təkrarlanan sorğular, növbəti qiymətləndirmə üçün statistik olaraq təhlil edilmiş strukturlaşdırılmış əks-əlaqə və digər amillərdən ibarətdir. Qiymətləndirilən məlumatların klassik vasitələrlə analizi qeyri-müəyyənlik problemlərinin nəzərə alınmasına imkan vermir. Bu səbəbdən baxılan problemləri həll etmək üçün istifadə olunan klassik

Delfi metodu tədqiqat üçün çətinlik yaradır. Bu çətinlikləri aradan qaldırmaq üçün qeyri-səlis Delfi metodunun işlənməsinə ehtiyac var.

Bimodal informasiya mühitində üstünlüklərin Z -matrislərlə yazılışında xüsusi həllərin tədqiqində, giriş-çıxış Leontyev modelinin iqtisadi problemlərə tədqiqində geniş istifadə olunan Z -xətti tənliklərin həlli baxılmamış məsələdir. Z -ədəd birinci komponenti qeyri-səlis dəyişənlərin qiymətlərinə məhdudiyət qoyulduğu, ikinci komponenti isə etibarlılıq ölçüsü olan qeyri-səlis ədədlər cütüdür. Z -ədədlər ilə hesablama qeyri-səlis hesablama və ehtimal hesablamasının istifadəsini əhatə edir. Mövcud klassik metodlar, əsasən, səlis hal üçün nəzərdə tutulmuşdur. Bəzi metodlar qeyri-səlis və Z -qeyri-səlis genişlənməyə malikdir. Z -ədədləri ilə hesablama və cəbri əməliyyatlar aparmaq üçün müxtəlif yanaşmalar təklif edilmişdir. Bu yanaşmalar hesablama obyektini Z -ədəd olduqda vacib riyazi problemləri həll etməyə imkan verir. Bunlara yenidən baxılmasına da ehtiyac vardır.

İkinci fəsildə qeyri-səlis çoxluqlar, klassik qeyri-səlis çoxluqlar, 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlar, Z -çoxluqlar və Z -ədədlər və onların genişləndirilməsi haqqında informasiya verilmişdir. Qeyri-səlis məntiqin əsas tədqiqat sahələri süni intellekt, ağıllı sistemlər, qərar dəstək sistemləri, imkanlar nəzəriyyəsi, qeyri-səlis çoxluqlar və qeyri-müəyyənliyi modelləşdirmək üçün bu çoxluqlarla əlaqəli texnologiyalar, mümkün ehtimal modelləri və optimallaşdırma metodları, təxmini əsaslandırma, qeyri-səlis proqnoz, qeyri-səlis idarəetmə, təkamül modelləşdirilməsi və s. kimi sahələrdir.

Bu fəsilə qərar qəbuletmə nəzəriyyələrində geniş tətbiq olunan informasiyanın aqreqasiya məsələsinə Z -mühiti üçün baxılmışdır. Bir sıra problemlərin həlli müxtəlif mənbələrdən yığılmış qeyri-səlis informasiyaların aqreqasiyasını tələb edir. Formal olaraq, aqreqasiya ədədlərin, linqvistik termlərin və s. ümumi bir nəticədə birləşdirilməsi prosesidir. Aqreqasiya problemləri bir çox elmi araşdırmalarda, məsələn, qeyri-müəyyənlik şəraitində qərar qəbuletmə, çoxmeyarlı

qərar qəbuletmə, verilənlərin yığılması və s. məsələlərində geniş istifadə edilir. İnformasiyanın təbiəti vacib məsələlərdən biridir. Linqvistik verilənlər halında aqreqasiya məsələsi qeyri-səlis çoxluqlar üzərində aparılır. Müxtəlif tətbiqlərdə aqreqasiya prosesi məlumatların qeyri-səlis olması səbəbindən mürəkkəbləşir. Digər tərəfdən, məlumatların linqvistik təsviri qeyri-müəyyən olmaqla bərabər qismən etibarlı olur. Bu qismən etibarlılıq da qeyri-səlisdir və ehtimallar üzərində məhdudiyətlər qeyri-səlis kimi formalaşdırılır.

Bu tip qeyri-müəyyənlik daşıyan məsələlərin həlli üçün Z-ədələrdən geniş istifadə olunur. Dissertasiyada diskret Z-ədələr və onlar üzərində T-norm və T-conorm operatorlarına əsaslanan qismən etibarlı məlumatların aqreqasiyası probleminin həlli təklif olunur. T-norm və T-conorm operatorları sistem analizi, qərar təhlili, idarəetmə, modelləşdirmə və proqnozlaşdırma məsələlərində geniş istifadə olunur.

Fərz edək ki, Z_1 və Z_2 təsadüfi X_1 və X_2 dəyişənlərinin qeyri-səlis informasiyasını əks etdirən Z ədələrdir. Z-ədəli T-norm operatorunun istifadəsi alqoritmini qurarkən, ilk mərhələdə Z_1 və Z_2 -də olan A_1 və A_2 qeyri-səlis ədələrin T-normunun hesablanmasına baxaq. Məqsəd xətti proqramlaşdırma istifadə edərək, qeyri-səlis məhdudiyətli ehtimal paylanmaları aşağıdakı kimi müəyyən olunur:

$$c_1v_1 + c_2v_2 + \dots + c_nv_n \rightarrow b_j \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} v_1 + v_2 + \dots + v_n = 1 \\ v_1, v_2, \dots, v_n \geq 0 \end{array} \right\} \quad (2)$$

burada, $c_k = \mu_{A_j}(x_{jk})$, $v_k = p_j(x_{jk})$, $k = 1, \dots, n_j$, b_j - j-cu nöqtədə ehtimal ölçüsünün qiymətidir.

Növbəti addımda, $X_{12} = T(X_1, X_2)$ dəyişəni üçün $p_{12} = p_1 \circ p_2$ konvolyusiyası qurulur:

$$p_{12s}(x_{12}) = \sum_{x_{12}=T(x_1, x_2)} p_1(x_1)p_2(x_2), \forall x_{12} \in X_{12}; x_1 \in X_1, x_2 \in X_2 \quad (3)$$

Sonra p_{12} convolyusiyasının qeyri-səlis çoxluqları qurulur:

$$\begin{aligned} \mu_{p_{12}}(p_{12}) &= \max_{p_{12}=p_1 \circ p_2} \min \{ \mu_{p_1}(p_1), \mu_{p_2}(p_1) \} \\ \mu_{p_j}(p_j) &= \mu_{B_j} \left(\sum_{k=1}^{n_j} \mu_{A_j}(x_{jk}) p_j(x_{jk}) \right), j=1, 2 \end{aligned} \quad (4)$$

Daha sonra, $P(A_{12}) = \sum_{k=1}^n \mu_{A_{12}}(x_{12k}) p_{12}(x_{12k})$ ilə əlaqələndirilən p_{12}

üçün B_{12} diskret qeyri-səlis ədədi qurulur:

$$\begin{aligned} \mu_{B_{12}}(b_{12}) &= \max(\mu_{p_{12}}(p_{12})) \\ b_{12} &= \sum_{k=1}^n \mu_{A_{12}}(x_{12k}) p_{12}(x_{12k}) \end{aligned}$$

Nəticədə, $Z_{12} = T(Z_1, Z_2)$ Z-ədədli T-norm operatoru $Z_{12} = (A_{12}, B_{12})$ kimi əks olunur. Z_{12} - t-conormu analogi yolla qurulur.

Ekspertlərin fikirlərinin Z-T-norm və Z-T-conorm aqreqasiyasının tətbiqinə baxaq. Fərz edək ki, üç ekspert ümumi bir kommersiya qərarı vermək fikrindədir. Qeyri-müəyyənlik, qeyri-səlislik səbəbindən hər bir Q_j ekspert özünün fikrini Z-ədədlər ilə ifadə edir:

$$\begin{aligned} A_{Q_1} &= 0/1 + 0.3/1 + 0.4/2 + 0.7/3 + 1/4 + 0.8/5 + 0.6/6 + 0/7 \\ B_{Q_1} &= 0/0.4 + 0.01/0.5 + 0.14/0.6 + 0.6/0.7 + 1/0.8 + 0.6/0.9 \\ A_{Q_2} &= 0.2/0 + 0.4/1 + 1/2 + 0.4/3 + 0.2/4 + 0/5 \end{aligned}$$

$$B_{Q_2} = 0/0.4 + 0.01/0.5 + 0.14/0.6 + 0.6/0.7 + 1/0.8 + 0.6/0.9$$

$$A_{Q_3} = 0/1 + 0.5/2 + 0.6/3 + 0.7/4 + 1/5 + 0.7/6 + 0/7$$

$$B_{Q_3} = 0/0.4 + 0.01/0.5 + 0.14/0.6 + 0.6/0.7 + 1/0.8 + 0.6/0.9$$

Bundan əlavə, ekspertlərin bilik dərəcələri də fərqlidir. Ekspertlərin bilik dərəcələri də diskret $Z_{wi} = (A_{wi}, B_{wi})$ ədədlərlə ifadə edilir:

$$A_{w_1} = 0/0 + 0.6/1 + 0.8/2 + 1/3 + 0.7/4 + 0/5$$

$$B_{w_1} = 0/0.4 + 0.01/0.5 + 0.14/0.6 + 0.6/0.7 + 1/0.8 + 0.6/0.9$$

$$A_{w_2} = 0/1 + 0.4/2 + 0.6/3 + 1/4 + 0.8/5 + 0/6$$

$$B_{w_2} = 0/0.4 + 0.01/0.5 + 0.14/0.6 + 0.6/0.7 + 1/0.8 + 0.6/0.9$$

$$A_{w_3} = 0/2 + 0.4/3 + 0.6/4 + 1/5 + 0.8/6 + 0/7$$

$$B_{w_3} = 0/0.4 + 0.01/0.5 + 0.14/0.6 + 0.6/0.7 + 1/0.8 + 0.6/0.9$$

Problem, baxılan qərar barədə ekspert qrupunun son rəyini aqreqasiyaya əsasən Z-T-norm və Z-T-conorm operatorları ilə müəyyənləşdirməkdir:

$$\text{Aggreg}(Z_1, Z_2, Z_3) = Z$$

Problem aşağıdakı kimi həll olunur:

Birinci addımda, ekspertlərin çəki dəyərləndirməsi $Z_{Qw_i} = (A_{Qw_i}, B_{Qw_i})$ vasitəsilə müəyyən olunur. T-norm kimi $T(Z_Q, Z_w) = \min(Z_Q, Z_w)$ funksiyasından istifadə edilir. Nəticə aşağıdakı kimi alınır:

$$A_{Qw_1} = 0.2/0 + 0.4/1 + 1/2 + 0.4/3 + 0.2/4 + 0/0$$

$$B_{Qw_1} = 0/0.80 + 0.01/0.82 + 0.14/0.85 + 0.6/0.87 + 1/0.89 + 0.6/0.9$$

$$A_{Q_{w_2}} = \frac{0}{0} + \frac{0.6}{1} + \frac{0.8}{2} + \frac{1}{3} + \frac{0.7}{4} + \frac{0}{1}$$

$$B_{Q_{w_2}} = \frac{0}{0.64} + \frac{0.01}{0.68} + \frac{0.14}{0.73} + \frac{0.6}{0.77} + \frac{1}{0.82} + \frac{0.6}{0.90}$$

$$A_{Q_{w_3}} = \frac{0}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.6}{3} + \frac{0.7}{4} + \frac{1}{5} + \frac{0.7}{6} + \frac{0}{1}$$

$$B_{Q_{w_3}} = \frac{0}{0.77} + \frac{0.01}{0.79} + \frac{0.14}{0.81} + \frac{0.6}{0.84} + \frac{1}{0.86} + \frac{0.6}{0.9}$$

İkinci addımda, T-conorm əsasında qiymətləndirmələrin aqreqasiyası aparılır¹. Əvvəlcə, $Z_{Q_{w_1}} = (A_{Q_{w_1}}, B_{Q_{w_1}})$ və $Z_{Q_{w_2}} = (A_{Q_{w_2}}, B_{Q_{w_2}})$ (birinci və ikinci ekspertlərə aid) üçün T-conorm hesablanır. T-conorm kimi $S(Z_{Q_{w_1}}, Z_{Q_{w_2}}) = \max(Z_{Q_{w_1}}, Z_{Q_{w_2}})$ funksiyası istifadə edilir. Nəticə aşağıdakı kimi alınır:

$$A_{12} = \frac{0}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.6}{3} + \frac{0.7}{4} + \frac{1}{5} + \frac{0.7}{6} + \frac{0}{1}$$

$$B_{12} = \frac{0}{0.46} + \frac{0.01}{0.55} + \frac{0.14}{0.63} + \frac{0.61}{0.72} + \frac{1}{0.81} + \frac{0.6}{0.9}$$

Sonda, yekun qrup qiymətləndirməni əldə etmək üçün $S(Z_{12}, Z_{Q_{w_3}}) = Z(A, B)$ üçün t-conorm hesablanır :

$$A = \frac{0}{0} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.6}{3} + \frac{0.7}{4} + \frac{1}{5} + \frac{0.7}{6} + \frac{0}{0}$$

$$B = \frac{0}{0.73} + \frac{0.01}{0.76} + \frac{0.14}{0.78} + \frac{0.61}{0.82} + \frac{1}{0.85} + \frac{0.6}{0.91}$$

Beləliklə, T-norm və T-conorm əməliyyatları əsasında fərdi ekspert rəylərinin aqreqasiyası nəticəsində ekspert qrupunun yekun qiymətləndirilməsi əldə edilir.

Bu fəsildə, həmçinin, qərar qəbuletmədə, proqnozlaşdırmada geniş tətbiq olunan klassik Delfi metodu qeyri-səlis mühit üçün

¹ R.R. Aliev, O.H. Huseynov, K.R. Aliyeva. Z-valued T-norm and T-conorm operators-based aggregation of partially reliable information, Procedia computer science, 102, pp. 12-17, 2016.

genişləndirilmişdir. Qeyri-səlis Delfi yanaşmasının tətbiqi bir sıra problemlərin həllində geniş yer tutur. Delfi metodunun hesablamaları ekspertlərin fikirlərinə əsaslanır. Bu səbəbdən ekspert fikirlərinin qiymətləndirilməsində hər hansı bir yanlılıq və ya uyğunsuzluq hesablamaların nəticəsinə təsir göstərir.

Bu metodun əsas məqsədi tətbiqetmənin mürəkkəb problemlər, böyük maliyyə tələb edən cəhdlər və qeyri-müəyyən nəticələr qarşısında ekspert fikirləri bir araya gəlməsi üçün strukturlaşdırılmış qrup fikrini yaratmağı asanlaşdırmaqdır. Delfi metodu mahiyyət etibarilə fərdi mühakimələrin strukturlaşdırılmış cəmlənməsi texnologiyasıdır. Klassik Delfi yanaşmalarında, müqayisə üçün ekspertlərin intellektual səriştələri və qabiliyyətlərindən istifadə olunsa da, bəzən, fikirlərin rəqəmlə ifadəsi insan düşüncə tərzini tamamilə əks etdirə bilmir. Klassik Delfi metodu rəqəmli informasiyaya əsaslanır, qeyri-müəyyənliyi nəzərə almır və bu səbəbdən tədqiqatçılar üçün çətinlik yaradır. Bu çətinlikləri aradan qaldırmaq üçün bu fəsildə qeyri-səlis Delfi metodu irəli sürülmüşdür. Qeyri-səlis Delfi metodu aşağıdakı addımlardan ibarətdir:

Addım 1. Keyfiyyət məlumatları təyin edilir, ilkin sorğu anketləri hazırlamaq üçün məlumatlar yığılır.

Addım 2. Hər parametr üçün üçbucaq şəkilli mənsubiyyət funksiyaları təyin edilir. Məsələn, model müxtəlif faktorları (siyasi, iqtisadi və s.) özündə ehtiva edərsə, hər bir faktor üçün uyğun üçbucaqşəkilli funksiyası müəyyən edilməlidir. Mənsubiyyət funksiyası üç parametrlə müəyyən edilir: minimum ($\min J$), maksimum ($\max J$) və *həndəsi orta* ($\sqrt[n]{\prod mean_j}$), burada j - nümunələrin sayı, n isə ekspertlərin sayıdır.

Addım 3. 2-ci addımda tapılan parametrlərin qiyməti növbəti sorğu-anketinə əlavə edilir və yenidən ekspertlərə göndərilir.

Addım 4. Mənsubiyyət funksiyalarının bir-birinə uyğun olub-olmadığını müəyyən etmək üçün statistik testlər aparılır.

Addım 5. Mənsubiyyət funksiyaları bir-birinə uyğun olarsa, hər bir linqvistik termi təsvir etmək üçün qeyri-səlis ədəd müəyyənləşdirilir.

Üçüncü fəsildə çoxmeyarlı qərar qəbuletmə məsələlərində 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlara əsaslanan metodunun tətbiqi məsələsinə və 2-ci tip ümumiləşdirilmiş qeyri-səlis çoxluqlarla təsvir edilən ideal həllər konsepsiyası əsasında qərar qəbuletmə məsələsinə baxılmışdır. 1-ci tip qeyri-səlis çoxluqlar qeyri-müəyyənlik şəraitində bir çox məsələlərin həllində uğurla istifadə edilmişdir. Lakin bu metoddan istifadə dərin qeyri-müəyyənlik mühitində modelləşdirmədə və qeyri-müəyyənliyin təsirinin nəzərə almaqda müəyyən məhdudiyətlər qoyur. Bunun da əsas səbəbi odur ki, qeyri-səlis çoxluqlardakı elementlərin mənsubiyyət dərəcələrinin özləri də qeyri-müəyyən ola bilər. Bu problemləri aradan qaldırmaq üçün 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlar anlayışından istifadə edilir. 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlar qərarvermə zamanı ekspertlərin fikrində olan qeyri-müəyyənlikləri daha yaxşı modelləşdirməyə imkan verir. Bunu nəzərə alaraq, qeyri-səlis 1-ci tip çoxmeyarlı qərar qəbuletmə problemləri qeyri-səlis 2-ci tip çoxmeyarlı qərar qəbuletmə problemlərinə qədər genişləndirilmişdir. 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlar və sistemlər standart 1-ci tip qeyri-səlis çoxluqlarını və sistemlərini ümumiləşdirir ki, daha dərin qeyri-müəyyənlik nəzərə alın bilinsin. Beləliklə, mənsubiyyət funksiyasının dərəcəsi ilə bağlı qeyri-müəyyənlik problemini həll etmək üçün Zadə daha mürəkkəb 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqları təklif etdi ki, burada hər bir elementin mənsubiyyət dərəcəsinin özü də qeyri-səlisdir. Qeyri-səlis çoxluqların başlanğıcından bəri, 1-ci tip qeyri-səlis çoxluqların mənsubiyyət funksiyasının qeyri-səlisliyə malik olması, lakin səlis ədədlərlə ifadə olunması qeyri-müəyyənlik şəraitində daha düzgün qərarlar verməyə maneələr yaradırdı. Mənsubiyyət dərəcəsi qeyri-səlis olduqda nə etməli sualına cavabı 1975-ci ildə qeyri-səlis çoxluqların müəllifi Lütfi A. Zadə daha mürəkkəb qeyri-səlis çoxluq növlərini təklif edərkən verdi və bunlardan birincisini 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlar adlandırdı.

1975-ci ildə Sambuc² çoxluğun elementlərinin qiymətlərinin dəqiq müəyyən ediləbilməməsi halında problemi həll etmək məqsədilə

² Sambuc, R. (1975). Fonctions ϕ -floues, application a l'aide au diagnostic en pathologie thyroïdienne. These de Doctorat en Medicine: University of Marseille, France.

interval 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlar anlayışını təklif etdi. İntervallarla ifadə olunan qeyri-səlis çoxluqlarda elementlərin mənsubiyyət dərəcəsinin qiymətlərini göstərmək üçün intervaldan istifadə olunur.

Bu fəsilə qərar qəbuletmə qərar qəbuledən şəxsin preferensinin (üstünlük biliklərinin) 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlar konsepsiyası əsasında formalaşdırılmış və ideal həll yanaşmasına əsaslanan qərar qəbuletmə məsələsinin həllinə baxılır.

Fərz edək ki, $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ baxılan alternativlər çoxluğu və $C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ onların xarakterizə olunduğu meyarlar çoxluğudur. Qərar qəbuledən şəxsin üstünlük bilikləri 2-ci tip qeyri-səlis informasiya ilə təsvir olunduğundan hər bir A_i alternativinin C_j meyarına görə qiymətinə aşağıdakı kimi baxılır:

$$A_i = \{\tilde{a}_{i1}, \tilde{a}_{i2}, \dots, \tilde{a}_{im}\}, \text{ və ya } A_i = \{\tilde{a}_{ij}\} \quad (5)$$

burada, \tilde{a}_{ij} - 2-ci tip qeyri-səlis ədəddir.

Real həyat problemləri üçün qərar qəbuletmədə bir çox hallarda meyarların vaciblik dərəcəsi, yəni çəkili qərar qəbuledən şəxs və ya ekspertlər tərəfindən verilir. Baxılan halda meyarların çəkili daha adekvat olaraq 2-ci tip qeyri-səlis ədədlərlə ifadə olunur:

$$W_j = \{\tilde{w}_{ij}\}, \quad j = 1, m \quad (6)$$

burada \tilde{w}_{ij} - j-cu meyarın çəkisidir. Məlumdur ki, qərar qəbuledən şəxsin preferensi simvolik olaraq qərar matrisi şəklində ifadə olunur.

$$D = \begin{array}{cccc} & C_1 & C_2 & \dots & C_m \\ A_1 & \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \dots & \tilde{a}_{1m} \\ A_2 & \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \dots & \tilde{a}_{2m} \\ & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & & & & \\ A_n & \tilde{a}_{n1} & \tilde{a}_{n2} & \dots & \tilde{a}_{nm} \end{array} \quad (7)$$

Optimal alternativin seçilməsi üçün ideal müsbət və ideal mənfə həllər konsepsiyasını istifadə edəcəyik. İdeal müsbət həll aşağıdakı kimi təsvir olunur:

$$A_{müsbət}^{ideal} = \{\tilde{a}_{m1}, \tilde{a}_{m2}, \dots, \tilde{a}_{mm}\} \quad (8)$$

Mənfə ideal həll isə aşağıdakı kimi təsvir olunur:

$$A_{mənfə}^{ideal} = \{\tilde{a}_{mənfə1}, \tilde{a}_{mənfə2}, \dots, \tilde{a}_{mənfəim}\} \quad (9)$$

Optimal qərarın seçimi aşağıdakı mərhələləri əhatə edir:

- 1.) (5) əsasında (6)-dan istifadə edərək çəkiləşdirilmiş D^G matrisinin qurulması;
- 2.) 2-ci tip qeyri-səlis hesab əməllərindən istifadə edərək (8) və (9) ilə hər bir A_i alternativini arasında normallaşdırılmış Euklid məsafəsinin hesablanması;
- 3.) Hər bir alternativin ideal həllə nisbi yaxınlıq dərəcəsinin hesablanması;
- 4.) Yaxınlıq dərəcəsi ən yüksək olan alternativin optimal olaraq seçilməsi.

Dördüncü fəsildə qeyri-səlis dinamik proqramlaşdırma əsasında çoxmərhələli qərar qəbul etmə məsələsinin qoyuluşu, həll metodunun və həll alqoritminin işlənilməsi məsələsinə baxılmışdır. Dinamik proqramlaşdırma ən güclü optimallaşdırma üsullarından biridir. Rəşional qərarların qəbul edilməsi, ən yaxşı variantların seçilməsi, optimal nəzarət vəzifələri müxtəlif profilli mütəxəssislər tərəfindən həll edilir. Dinamik proqramlaşdırma onun əsas prinsipinin-optimallıq prinsipinin sadəliyi və aydınlığı səbəbindən son dərəcə əhəmiyyətlidir. Çoxmərhələli diskret proseslərdə optimallıq prinsipinin tətbiqi keyfiyyət meyarının optimal qiymətinə münasibətdə rekursiv-funksional tənliklərə gətirilir. Alınan tənliklər ilkin məsələ üçün optimal idarəetmə vasitələrini ardıcıl olaraq yazmağa imkan verir. Burada üstünlük ondan ibarətdir ki, bütün proses üçün nəzarətin hesablanması vəzifəsi prosesin ayrı-ayrı mərhələləri üçün nəzarətin hesablanmasının bir sıra sadə tapşırıqlarına

bölünür. Fərz edək ki, $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ və $U = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$ həyəcanlandırıcı və idarəetmə parametrlərinin vektorları, Y -obyektin qeyri-səlis çıxış parametridir. Obyektin müşahidəsi nəticəsində həyəcanlandırıcı, idarəetmə və çıxış dəyişənlərinin N sayda qeyri-səlis verilənləri aşağıda göstərilmişdir.

t	X_1	X_2	...	X_n	U_1	U_2	...	U_m	Y
0	x_{10}	x_{20}	...	x_{n0}	u_{10}	u_{20}	...	u_{m0}	Y_0
1	x_{11}	x_{21}	...	x_{n1}	u_{11}	u_{21}	...	u_{m1}	Y_1
⋮
N	x_{1N}	x_{2N}	...	x_{nN}	u_{1N}	u_{2N}	...	u_{mN}	Y_N

Burada, $A = (A_0, A_1, \dots, A_{n+1})$ və $B = (B_0, B_1, \dots, B_m)$ -qeyri-səlis əmsallar vektorlarıdır.

Əvvəlcə, qeyri-səlis identifikasiya məsələsinə baxaq. Fərz edək ki, obyekt qeyri-səlis fərq tənliyi ilə ifadə olunur:

$$Y_{k+1} = A_0 \oplus A_1 \square x_{1k} \oplus A_2 \square x_{2k} \oplus \dots \oplus A_n \square x_{nk} \oplus A_{n+1} \square y_k \oplus \oplus B_1 \square u_{1k} \oplus B_2 \square u_{2k} \oplus \dots \oplus B_m \square u_{mk} \quad (10)$$

(10) tənliyi ilə ifadə olunan obyektin identifikasiya məsələsi $A_i (i = \overline{0, n+1})$ və $B_j (j = \overline{1, m})$ əmsallarını qiymətləndirmək məqsədi daşıyır. Modelin keyfiyyətini qiymətləndirmək üçün çıxış kəmiyyətinin cari Y qiyməti ilə (10) tənliyindən alınan qiymətini müqayisə edirik. Nəticədə, aşağıdakı qeyri-səlis tənliklər sistemini əldə edirik:

$$\mu_{A^*X}(A^*X) = \mu_1 / A_1 * x_1 + \mu_2 / A_2 * x_2 + \dots + \mu_p / A_p * x_p$$

İkinci halda, (12) funksiyası adi qeyri-səlis dəyişənlərin funksiyasıdır. (12)-ni minimallaşdırmaq üçün α - səviyyələrə bölünür və α -nın hər səviyyəsinə uyğun optimallaşdırma metodu tətbiq olunur.

Çoxmərhələli qərar qəbul etmə problemlərini həll etmək üçün istifadə olunan əsas riyazi aparat dinamik proqramlaşdırma metodudur. Dinamik sistemlərdə vəziyyət, həllər, keçid funksiyaları, çevrilmə, idarəetmə və nəticə qeyri-səlis ola bilər. Başqa sözlə, sistem tam və ya qismən qeyri-səlis bir mühitdə mövcud ola bilər. Belə hallarda, bu cür sistemlərin optimal idarə edilməsi üçün dinamik proqramlaşdırma metodunun tətbiqi Bellman və Zadə tərəfindən təklif edilmişdir³:

$$\begin{aligned} \mu_D(U_0^*, \dots, U_{N-1}^*) &= \max_{u_0, \dots, u_{N-1}} \min \left\{ \mu_{u_0}(u_0), \dots, \mu_{u_{N-1}}(u_{N-1}), \mu_{G^N}(X_N) \right\} = \\ &= \max_{u_0, \dots, u_{N-3}} \min \left\{ \mu_{u_0}(u_0), \dots, \mu_{u_{N-3}}(u_{N-3}), \dots, \max_{u_{N-2}} \min \mu_{u_{N-2}}(u_{N-2}), \right. \\ &\left. \mu_{G^N}(X_N), \dots, \min \mu_{u_{N-1}}(u_{N-1}), \mu_{G^N}(f(X_{N-1}, u_{N-1})) \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

(13) həlli üçün rekurrent bərabərlik bu cür ifadə olunur: əgər γ sabit ədədirsə və g funksiyası u_{N-1} -in hər hansı bir funksiyasıdırsa, onda aşağıdakı eynilik doğrudur:

$$\max_{u_{N-1}} (\gamma \wedge g(u_{N-1})) = \gamma \wedge \max_{u_{N-1}} g(u_{N-1})$$

Bu xüsusiyyəti nəzərə alsaq, (13)-i belə ifadə etmək olar:

$$\mu_D(U_0^*, \dots, U_{N-1}^*) = \max_{u_0, \dots, u_{N-2}} \min \left\{ \mu_{u_0}(u_0), \dots, \mu_{u_{N-2}}(u_{N-2}), \mu_{G^{N-1}}(X_{N-1}) \right\}$$

burada, $\mu_{G^{N-1}}(X_{N-1})$ - qeyri-səlis G^N məqsədinin köməyi ilə aralıq $N-1$ mərhələsində əldə edilən mənsubiyyət funksiyası olaraq qəbul edilir. İterasiyanı əks istiqamətdə təkrarlayaraq (klassik sistemlər üçün dinamik proqramlaşdırma metoduna analogi olaraq) dinamik

³Bellman R E and Zadeh L A 1970 Decision-Making in a Fuzzy Environment Management, pp.141-164.

proqramlaşdırmanın rekurrent tənliklərinin qeyri-səlis analoqu olan aşağıdakı rekurrent bərabərliklər sistemini yazmaq olar:

$$\begin{cases} \mu_{G^{N-1}}(X_{N-\nu}) = \max_{u_{N-\nu}} \min((\mu_{u_{N-\nu}}(u_{N-\nu}), \mu_{G^{N-\nu+1}}(X_{N-\nu+1})) \\ X_{N-\nu+1} = f(X_{N-\nu}, u_{N-\nu}), \quad \nu = \overline{1, N} \end{cases} \quad (14)$$

(14) tənliklər sisteminin həlli əks istiqamətdə aparılır.

Beşinci fəsildə Z -mühitində qərar qəbuletmənin bəzi təməl problemlərinə baxılmışdır. Riyaziyyatda tipik problemlərdən biri xətti tənliklərin həllidir. Xətti tənliklər ekologiyada, iqtisadiyyatda, istehsalatda, gündəlik həyatda çox geniş tətbiq sahəsinə malikdir. Bu fəsilə parametrləri və dəyişənləri Z -ədədlər ilə ifadə olunan xətti tənliklərin dəqiq və təxmini həlləri nəzərdən keçirilir. Z -ədədlərlə iki növ tənliyi nəzərdən keçirək:

$$Z_1 + Z_X = Z_2 \quad (15)$$

$$Z_1 \cdot Z_X = Z_2 \quad (16)$$

Həqiqi dəyişənli tənliklərdən fərqli olaraq, nəzərdən keçirilən Z -ədədli tənliklərin həlli həmişə olmur və Hukuhara fərqi varsa bu cür tənliklərin həlli mövcuddur:

$$Z_{21} = Z_2 -_h Z_1 = (A_{21}, B_{21})$$

$$Z_X = Z_{21}$$

Hukuhara fərqi müəyyən şərtlərə malikdir. Lakin, bu şərtlər olduqca məhduddur və Hukuhara fərqi hesablanması özü də hesablama baxımından mürəkkəbdir. Beləliklə, bir çox hallarda standart çıxma nəticəsində bu tənliyin təxmini $Z'_X = (A'_{21}, B'_{21})$ həlli tapıla bilər:

$$Z'_X = Z_2 - Z_1.$$

burada, $A_{21} \subseteq A'_{21}, B_{21} \subseteq B'_{21}$.

Başqa sözlə, təxmini Z'_X həlli dəqiq həlli ehtiva edir, lakin birincisində qeyri-müəyyənlik vardır. Analoji olaraq Hukuhara qismətinin mövcudluğu halında ikinci tənliyin həlli aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$Z_{21} = Z_2 /_h Z_1 = (A_{21}, B_{21})$$

$$Z_X = Z_{21}$$

(16) tənliyində, analoji olaraq, standart bölmə əməlinədən təxmini bir həll kimi də istifadə edə bilərik:

$$Z'_X = Z_2 / Z_1 = (A'_{21}, B'_{21}); (A_{21} \subseteq A'_{21}, B_{21} \subseteq B'_{21})$$

(15) və (16) xətti tənliklər aşağıdakı tənliyin xüsusi hallarıdır:

$$Z_1 Z_X + Z_2 = Z_3 \quad (17)$$

Bu tənliyin dəqiq həlli belədir:

$$Z_X = (Z_3 -_h Z_2) /_h Z_1$$

Təxmini həll olaraq, aşağıdakından istifadə edilə bilər:

$$Z_X = (Z_3 - Z_2) / Z_1$$

Fərz edək ki, (15) xətti tənliyində $Z_1 = (A_1, B_1)$ və $Z_2 = (A_2, B_2)$ ədədləri aşağıdakı şəkildə ifadə olunur. (Şəkil 1, 2):

$$A_1 = 0/4.5 + 0.8/13.5 + 1/18 + 0.8/22.5 + 0.1/49.5$$

$$B_1 = 0.1/0.8 + 0.8/0.85 + 1/0.9 + 0.8/0.9 + 0.8/0.95$$

$$A_2 = 0.1/9 + 0.1/18 + 0.1/22.5 + 0.1/27 + 0.1/31.5 +$$

$$+ 0.8/40.5 + 0.8/45 + 0.8/49.5 + 0.8/54 + 0.8/58.5 +$$

$$+ 0.8/63 + 0.1/67.5 + 0.1/72 + 0.1/76.5 + 0.1/85.5 +$$

$$+ 0.1/90 + 0.1/99$$

$$\begin{aligned}
B_2 = & 0.1/589 + 0.1/594 + 0.1/0.616 + 0.1/623 + \\
& + 0.8/0.664 + 0.8/0.686 + 0.8/0.703 + 0.8/0.706 + \\
& + 0.8/0.734 + 0.8/0.783 + 0.8/0.784 + 0.8/0.795 + \\
& + 0.8/0.799 + 0.8/0.800 + 0.8/0.835 + 0.8/0.850 + \\
& + 0.8/0.862 + 0.8/0.875 + 0.8/0.900 + 0.8/0.950
\end{aligned}$$

(15) tənliyinin həllinin olub-olmadığını yoxlamaq dedikdə $Z_{21} = Z_2 -_h Z_1$ - Hukuhara fərqiinin olub-olmadığını yoxlamağı nəzərdə tutulur. Bu məqsədlə aşağıdakı yanaşmadan istifadə edirik. Beləliklə, əvvəlcə $A_{21} = A_2 -_h A_1$ -in olub-olmadığını yoxlayırıq:

$$\begin{aligned}
A_1^{\alpha=0.1} + \{4.5, 27, 36, 40.5, 49.5\} &= A_2^{\alpha=0.1} \\
A_1^{\alpha=0.8} + \{27, 36, 40.5\} &= A_2^{\alpha=0.8}, \\
A_1^{\alpha=1} + \{36\} &= A_2^{\alpha=1}
\end{aligned}$$

Bu halda, Hukuhara fərqi $A_{21} = A_2 -_h A_1$ aşağıdakı kimi olur:

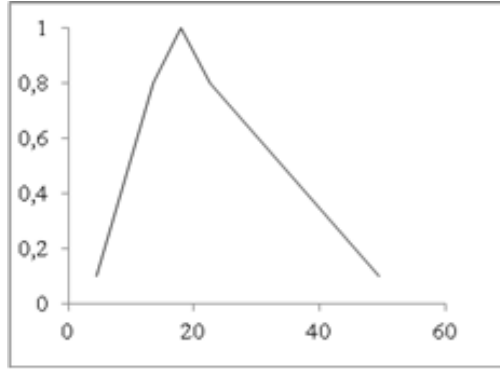
$$A_{21} = A_1 -_h A_2 = 0.1/4.5 + 0.8/27 + 1/36 + 0.8/40.5 + 0.1/49.5$$

İndi belə bir B_{12} -nin olub-olmadığını yoxlamalıyıq:

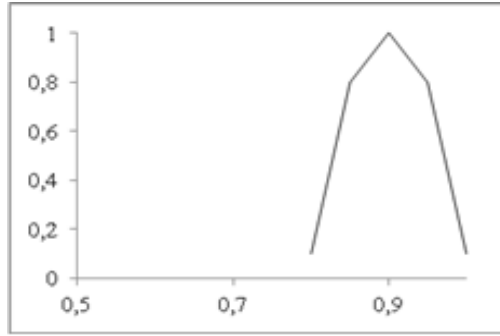
$$Z_1 = Z_2 + Z_{21} = (A_2, B_2) + (A_{21}, B_{21}) = (A_1, B_1)$$

yəni,

$$Z_{21} = Z_2 -_h Z_1 = (A_2, B_2) -_h (A_1, B_1) = (A_{21}, B_{21})$$



a) A_1

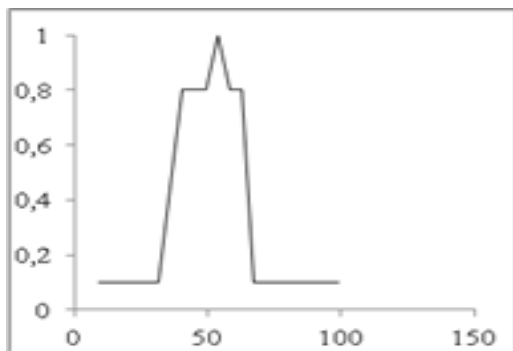


b) B_1

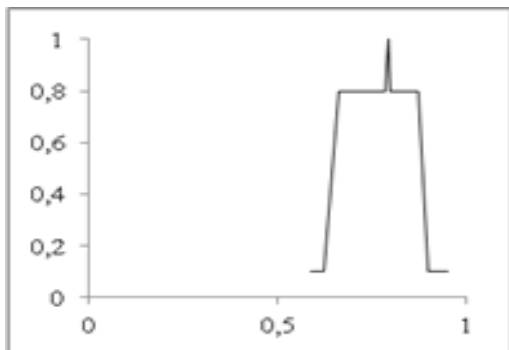
Şəkil 1. Z-ədədi $Z_1 = (A_1, B_1)$

Bu yanaşmadan istifadə edərək, B_{21} -i aşağıdakı kimi alırıq:

$$B_{21} = 0.1/0.6 + 0.8/0.7 + 1/0.8 + 0.8/0.9 + 0.1/1$$



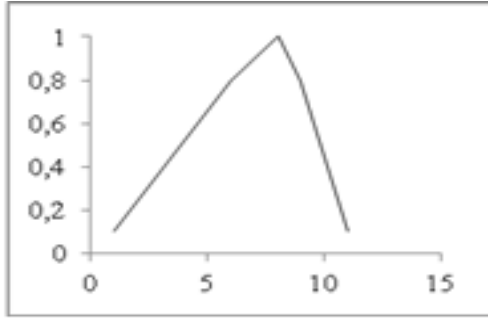
a) A_2



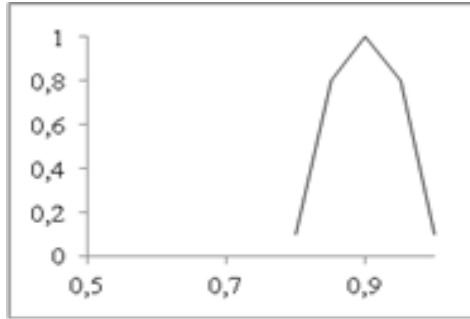
b) B_2

Şəkil 2. Z ədədi- $Z_2 = (A_2, B_2)$

Beləliklə, (15) tənliyinin Z_x həlli var və alınan Hukuhara fərqi $Z_x = (A_{12}, B_{12})$ -dir və şəkil 3-dəki kimi ifadə olunur.



a) A_{12}



b) B_{12}

Şəkil 3. Z ədədi- $Z_x = (A_{12}, B_{12})$

Dissertasiyada qeyri-səlis və ehtimal qeyri-müəyyənlikləri ilə xarakterizə olunan qərar qəbuletmə problemlərinin və idarəetmə obyektlərini modelləşdirmək üçün dəyişənləri və əmsalları Z-ədədlə ifadə olunan rəgressiya modelinin qurulma üsulu təklif olunmuşdur. Üsulun üstünlüyü hesablama baxımından mürəkkəbliyin azaldılmasıdır. Z-ədədli informasiya ilə xarakterizə olunan çox girişli və tək çıxışlı prosesi nəzərdən keçirək. X_1, X_2, \dots, X_N dəyişənlərinin Z-ədədlərlə ifadəsi $Z_{X_1}, Z_{X_2}, \dots, Z_{X_N}$ şəklində, Y çıxış parametrinin Z-ədədlə ifadəsi isə Z_Y şəklindədir.

Fərz edək ki, Z -ədədlərlə ifadə olunan $Z_{X_i,k}$ və $Z_{Y,k}$, $i=1,\dots,N$, $k=1,\dots,K$ verilmişdir (K - müşahidələrin sayıdır). Sadəlik üçün tədqiq olunan prosesin Z -ədədli xətti reqressiya modelini nəzərdən keçirək. Z dəyişəninin xətti reqressiya funksiyası aşağıdakı kimi qurulur:

$$Z_{Y^M} (Z_{X_1}, Z_{X_2}, \dots, Z_{X_N}) = Z_{C_0} + \sum_{i=1}^N Z_{C_i} Z_{X_i} \quad (18)$$

(18) reqressiya modeli bütün dəyişənlər və əmsallar Z -ədədlərlə ifadə olunduqda ümumi halı təsvir edir. Bu halda klassik üsulların istifadəsi, məsələn, qradiyent əsaslı metodlar Z -ədədli funksiyanın törəməsinin təsvirinin mürəkkəbliyi səbəbindən reqressiya modelinin qurulması üçün uyğun deyil. Sərhədlər (Bandwith) metodundan istifadə etsək:

$$\begin{aligned} Z_{C_i} \times Z_{X_i} &= \left(\left(A_{C_i}^{Bandwith} \times A_{X_i}^{Bandwith} \right), \left(B_{C_i} \times B_{X_i} \right) \right) \\ Z_{Y^M} &= Z_{C_0} + Z_{C_i} \times Z_{X_i} + Z_{C_N} \times Z_{X_N} = \\ &A_{C_0}^{Bandwith} + \left(A_{C_i}^{Bandwith} \times A_{X_i}^{Bandwith} \right) + \dots + \left(A_{C_N}^{Bandwith} \times A_{X_N}^{Bandwith} \right), \quad (19) \\ &B_{C_0} \times \left(B_{C_i} \times B_{X_i} \right) \times \dots \times \left(B_{C_N} \times B_{X_N} \right) \end{aligned}$$

Reqressiya modelinin (18) qurulması çox sayda Z -ədədlərlə hesablama ilə əlaqədardır. Bu halda hesablama mürəkkəbliyi məsələsi çox aktuallaşır. Adekvatlıq və hesablama mürəkkəbliyi arasında mübadilə əldə etmək üçün (18) bərabərliyi üçün sərhədlər metodundan istifadə etməyi təklif edirik. Z_{Y^M} -in qurulması Z -ədədli $Z_{X_i,k}$, $i=1,\dots,N$ girişinin və Z_{Y_j} çıxışının verildiyi halda elə Z -qiymətli Z_{C_i} , $i=1,\dots,N$ əmsallarını tapmaqdır ki, xəta minimuma endirilmiş olsun:

$$J(Z_Y^M - Z_Y) = \sum_{k=1}^K (Z_{Y,k}^M - Z_{Y,k})^2 \rightarrow \min \quad (20)$$

Burada, $J(Z_Y^M - Z_Y)$ - n ölçülü, Z -qiymətli vektor fəzasında Z -qiymətli çıxış və (18)-dən alınan Z_Y^M çıxış vektorları arasındakı məsafə ölçüsüdür. (18) və (20) məsələsinin həlli diferensial təkamül optimallaşdırılması metodu ilə yerinə yetirilir.

Bu fəsilə qərar qəbul edən şəxsin preferensini ifadə edən Z -matrisinin məxsusi vektor və məxsusi ədədinin qiymətləndirilməsi metodundan istifadə edərək Z -matrisinin uyğunluq meyarının müəyyən olunması nəticəsində çoxmeyarlı qərar qəbuletmə məsələsində meyarların çəkilişi hesablanıla bilər. Kəsilməz Z -ədədi $Z = (A, B)$ kimi ifadə olunur ki, burada A kəsilməz qeyri-səlis ədəd, $B - \mu_B : [0,1] \rightarrow [0,1]$ mənsubiyyət funksiyasına malik olan kəsilməz qeyri-səlis ədəddir. İqtisadiyyat, menecment, biznes və digər sahələrdə qərar qəbuletmə problemləri, xətti cəbrin problemləri kimi formalaşdırılır. Xüsusilə, çoxmeyarlı qərar qəbul edərək alternativlərin mühakimə əsaslı cüt-cüt müqayisəsinin tutarlılığı problemlərini nəzərə almaq lazımdır. Xətti cəbrin klassik üsulları yaxşı inkişaf etmişdir, lakin, bəzən real dünyadakı problemlərlə əlaqəli məlumatlara xas olan qeyri-müəyyənliyi hesablamaq lazım gəlir⁴. Bir sıra problemlər xətti cəbr əsaslı modellərdə müxtəlif növ qeyri-müəyyənliklərin hesabına əsaslanmışdır. Bu cür modellərdə ehtimal qeyri-müəyyənliyi ilə işləyən tədqiqatlar təsadüfi matrislər nəzəriyyəsinə əsaslanır⁵. Təsadüfi matris, təsadüfi dəyişənlərə malik elementlərdən ibarətdir və bir çox tədqiqatlar belə matrislərin məxsusi ədədlərinin, məxsusi vektorlarının hesablanmasına həsr edilmişdir.

Hal-hazırda, təsadüfi matrislər maşın öyrənmə, signal emalı, kompüter qrafikası, ekonometriya və digər sahələrdə tətbiq olunur. Bir sıra əsərlər qeyri-səlis xətti cəbrə həsr edilmişdir. Real dünyadakı problemlər sinfi qeyri-səlis və ehtimal olunan qeyri-müəyyənliklərin

⁴Aliev, R. A., & Pedrycz, W.: Fundamentals of a fuzzy-logic-based generalized theory of stability. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 39(4), 971-988 (2009).

⁵Edelman, A. Rao, N. R.: Random matrix theory. Acta Numerica 14, 233-297 (2005)

birleşməsi ilə xarakterizə olunur. Bu cür qeyri-müəyyənlikləri aradan qaldırmaq üçün hazırlanmış metodologiyalardan biri də Zadənin təqdim etdiyi Z-ədədlər konsepsiyasıdır⁶. Z-ədədlər nəzəriyyəsi və onun tətbiqinə həsr olunmuş bir sıra işlər mövcuddur⁷. Z-ədədli matrislər üzərində, demək olar ki, çox az işlər görülmüşdür.

Z- elementlərinə malik olan Z- matrislərini tədqiq edərkən görürük ki, bu tədqiqatlar qeyri-səlis və ehtimal olunan qeyri-müəyyənliklərin mexaniki cəmini deyil, onların sinerjisini düşünməyi nəzərdə tutur.

Z-matrisin tutarlılıq məsələsinə baxaq. Fərz edək ki, qərar qəbulədən şəxsin preferensi aşağıdakı matris kimi formalaşdırılmışdır:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & \cdots & Z_{2n} \\ Z_{11} & Z_{11} & Z_{11} & \cdots & Z_{11} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & Z_{n3} & \cdots & Z_{nm} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Tutaq ki, bu matris tutarlılıq şərtlərini ödəmir. Yenilənmiş, tutarlı Z' matrisinin müəyyən edilməsi tələb olunur.

$$Z' = \begin{bmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} & Z'_{13} & \cdots & Z'_{1n} \\ Z'_{21} & Z'_{22} & Z'_{23} & \cdots & Z'_{2n} \\ Z'_{n1} & Z'_{n2} & Z'_{n3} & \cdots & Z'_{nm} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Bu problemi həll etmək üçün aşağıdakı optimallaşdırma məsələsindən istifadə edilir:

$$J = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |Z_{ij} - Z'_{ij}| \rightarrow \min \quad (23)$$

⁶Zadeh L.A. A note on Z-numbers. Inf Sci (Ny). 2011;181(14):2923–2932

⁷Aliev, R.A., Huseynov, O.H., Aliyev, R.R., Alizadeh, A.V.: The Arithmetic of Z-Numbers: Theory and Applications. World Scientific, Singapore (2015).

$$Z'_{ij} \square Z'_{ji} \approx Z_{(1)} \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, n} \quad (24)$$

$$Z'_{ij} \square Z'_{jk} \approx Z_{ik} \quad \text{bütün } i, j, k \text{ -lar üçün} \quad (25)$$

$$Z'_{ij} \geq Z_{ij(0)} \quad (26)$$

(24) məhdudiyəti qarşılıqlıq şərtləri ilə əlaqədardır. (25) məhdudiyəti tranzitivlik şərtlərinə aiddir. Optimallaşdırma məsələsinin həlli (23-26) üçün klassik Evklid məsafəsindən və ya digər məsafə ölçülərindən istifadə etmək olar. Z_{ij} və Z'_{ij} aralarındakı məsafəni araşdırmaq:

$$Z_{ij} = (A_{ij}, B_{ij}) \quad \text{və} \quad Z'_{ij} = (A'_{ij}, B'_{ij})$$

A_{ij} və A'_{ij} arasındakı məsafə aşağıdakı kimi hesablanır:

$$D_A^\alpha(A_{ij}, A'_{ij}) = \left| \frac{A_{ijL}(\alpha) + A_{ijR}(\alpha)}{2} - \frac{A'_{ijL}(\alpha) + A'_{ijR}(\alpha)}{2} \right| \quad (27)$$

B_{ij} və B'_{ij} arasındakı məsafə isə aşağıdakı kimi hesablanır:

$$D_B^{1\alpha}(B_{ij}, B'_{ij}) = \left| \frac{B_{ijL}(\alpha) + B_{ijR}(\alpha)}{2} - \frac{B'_{ijL}(\alpha) + B'_{ijR}(\alpha)}{2} \right| \quad (28)$$

$$D_B^{2\alpha}(B_{ij}, B'_{ij}) = \left| (B_{ijR}(\alpha) + B_{ijL}(\alpha)) - (B'_{ijR}(\alpha) + B'_{ijL}(\alpha)) \right| \quad (29)$$

Nəticədə, B_{11} və B'_{11} arasındakı məsafə aşağıdakı kimi müəyyən olunur:

$$D_B(B_{ij}, B'_{ij}) = \frac{1}{2} \left(\int_0^1 (D_B^{1\alpha}(B_{ij}, B'_{ij}) + D_B^{2\alpha}(B_{ij}, B'_{ij})) d\alpha \right)$$

Z_{ij} və Z'_{ij} arasında məsafə aşağıdakı kimi müəyyənləşdirilir:

$$D^{total}(Z_{ij}, Z'_{ij}) = [\beta D_A^\alpha(A_{ij}, A'_{ij})] + (1-\beta) \times D_P(P_{Z_{ij}}, P'_{Z_{ij}}) \quad (30)$$

(23)-(26) məsələsinin həlli yeni bir tutarlı preferensin tapılmasını tələb edir.

Fərz edək ki, komponentləri üçbucaq qeyri-səlis ədəd olan 3×3 Z -dəyişənli matris verilmişdir:

$$(Z_{ij}) = \begin{pmatrix} ((0.93, 0.95, 1), (0.88, 0.94, 1)) & ((2, 2.5, 3), (0.56, 0.78, 1)) & ((1.5, 2, 2.25), (0.7, 0.8, 0.9)) \\ ((0.33, 0.4, 0.5), (0.67, 0.78, 0.97)) & ((0.93, 0.95, 1), (0.88, 0.94, 0.97)) & ((1, 1.5, 2), (0.65, 0.75, 0.85)) \\ ((0.4, 0.5, 0.67), (0.65, 0.75, 0.85)) & ((0.5, 0.67, 1), (0.7, 0.72, 0.75)) & ((0.93, 0.95, 1), (0.88, 0.94, 0.97)) \end{pmatrix}$$

$(Z_{Y_s}) = ((A_{Y_{s1}}, p_{Y_{s1}}), \dots, (A_{Y_{s3}}, p_{Y_{s3}}))$ - Z məxsusi vektoru aşağıdakı qiymətləri alarsa,

$$(Z_{Y_1}) = \begin{pmatrix} ((0.84, 0.844, 0.844), (0.7, 0.5)) \\ ((0.41, 0.416, 0.4253), (0.3, 0.3)) \\ ((0.345, 0.349, 0.36), (0.28, 0.2)) \end{pmatrix},$$

$$(Z_{Y_2}) = \begin{pmatrix} ((0.83, 0.833, 0.853), (0.51, 0.6)) \\ ((-0.27, -0.22, -0.17), (-0.13 + 0.23i, 0.32)) \\ ((-0.22, -0.16, -0.1), (-0.11 - 0.19i, 0.26)) \end{pmatrix},$$

$$(Z_{Y_3}) = \begin{pmatrix} ((0.83, 0.833, 0.853), (0.51, 0.6)) \\ ((-0.27, -0.22, -0.17), (-0.13 - 0.23i, 0.3)) \\ ((-0.22, -0.16, -0.1), (-0.11 + 0.19i, 0.3)) \end{pmatrix}$$

yeni matris tutarlı hesab oluna bilər, yəni (23)-(26) şərtləri ödənilir.

Altıncı fəsildə qeyri-səlis və Z -qərar qəbuletmə vasitələrinin iqtisadiyyatın və biznesin müxtəlif sahələrinə tətbiqi məsələlərinə

baxılmışdır. Bu məsələlərdən biri **qeyri-səlis AHP-TOPSIS hibrid metodunun reklam vasitəsinin seçiminə tətbiqi** məsələsidir. Kompaniya üçün reklam mediasının seçimi, mövcud media vasitələrinin dərin təhlilini tələb edir. Burada dörd şirkət - A, B, C, D və üç növ reklam vasitəsi - Televiziya reklamı, Radio reklamı, İnternet reklamı və doqquz alt meyar - dizayn işləri, görüntüləmə faydası, sadəliyi (televiziya üçün), fərqliliyi, diksiyası, ümumi görünüşləri (radio üçün), ölçüsü, forması, yerləşdirilməsi (internet üçün) qiymətləndirilir və prioritetləşdirilir. İlk addımda üçbucaqlı qeyri-səlis ədədlərdən ibarət qərar matrisi qurulur. Qərar meyarları cüt-cüt müqayisə edilir və onlara nisbi bal verilir. Linqvistik termlərin qeyri-səlis ədədlərlə ifadəsi cədvəl 1-də verilmişdir.

Cədvəl 1. Linqvistik termlərin qeyri-səlis ədədlərlə ifadəsi

Əhəmiyyət dərəcəsi	Üçbucaq qeyri-səlis şkala
Çox yaxşı	(3, 5, 7)
Yaxşı	(1, 3, 5)
Orta	(1, 1, 1)
Zəif	(1/5, 1/3, 1)

Meyarların qeyri-səlis prioritetləri üçün cədvəl 2-də göstərilən üçbucaq qeyri-səlis ədədlərlə müəyyən olunan linqvistik dəyişənlərdən istifadə edilir⁸.

Əvvəlcə, meyarların cüt-cüt müqayisə matrisi cədvəl 2-dəki kimi qurulur.

⁸C.T. Chen Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment Fuzzy Sets and Systems, 114 (2000), pp. 1-9

Cədvəl 2. Meyarların cüt-cüt müqayisə matrisi cədvəli

	Televiziya reklamı	Radio reklamı	İnternet reklamı
Televiziya reklamı	(1, 1, 1)	(1, 3, 5)	(3, 5, 7)
Radio reklamı	(1/5, 1/3, 1)	(1, 1, 1)	(1, 3, 5)
İnternet reklamı	1/7, 1/5, 1/3	(1/5, 1/3, 1)	(1, 1, 1)

Bu halda meyarların çəkisi aşağıdakı kimi hesablanır:

$$w = \frac{G_i}{G_T} = \frac{(l_i, m_i, u_i)}{(\sum_{i=1}^k l_i, \sum_{i=1}^k m_i, \sum_{i=1}^k u_i)} = \left(\frac{l_i}{\sum_{i=1}^k l_i}, \frac{m_i}{\sum_{i=1}^k m_i}, \frac{u_i}{\sum_{i=1}^k u_i} \right) \quad (31)$$

$$G_i = (l_i, m_i, u_i)$$

$$l_i = (l_{i1} \otimes l_{i2} \otimes \dots \otimes l_{ik})^{\frac{1}{k}},$$

$$m_i = (m_{i1} \otimes m_{i2} \otimes \dots \otimes m_{ik})^{\frac{1}{k}},$$

$$u_i = (u_{i1} \otimes u_{i2} \otimes \dots \otimes u_{ik})^{\frac{1}{k}},$$

$$G_T = \sum_{i=1}^k l_i, \sum_{i=1}^k m_i, \sum_{i=1}^k u_i \quad (32)$$

$$l_{i1} = (1 \otimes 0.25 \otimes 0.14)^{\frac{1}{3}} = 0.17;$$

$$m_{i1} = (1 \otimes 0.25 \otimes 0.14)^{\frac{1}{3}} = 0.58;$$

$$l_{i2} = (1 \otimes 1 \otimes 0.2)^{\frac{1}{3}} = 0.58;$$

$$m_{i2} = (3 \otimes 1 \otimes 0.33)^{\frac{1}{3}} = 0.96;$$

$$l_{i3} = (3 \otimes 1 \otimes 1)^{\frac{1}{3}} = 1.43$$

$$m_{i3} = (5 \otimes 1 \otimes 1)^{\frac{1}{3}} = 1.7$$

$$\sum_{i=1}^k l_i = 2.18$$

$$\sum_{i=1}^k m_i = 3.24$$

$$u_{i1} = (3 \otimes 1 \otimes 1)^{1/3} = 1.43;$$

$$u_{i2} = (5 \otimes 3 \otimes 1)^{1/3} = 2.4;$$

$$u_{i3} = (7 \otimes 5 \otimes 1)^{1/3} = 3.23$$

$$\sum_{i=1}^k u_i = 7.06$$

$$W_{televiz.} = \left[\frac{l_{iT}}{\sum_{i=1}^3 u_i} = \frac{0.17}{7.06} = 0.02, \frac{m_{iT}}{\sum_{i=1}^3 m_i} = \frac{0.58}{3.24} = 0.18, \frac{u_{iT}}{\sum_{i=1}^3 l_i} = \frac{1.43}{2.18} = 0.65 \right]$$

$$W_{televiz.} = [0.02, 0.18, 0.65]$$

$$W_{radio.} = [0.08, 0.29, 1.1]$$

$$W_{internet} = [0.2, 0.52, 1.5]$$

Hər bir reklam vasitəsinə uyğun alt meyarlar üçün də cüt-cüt müqayisə matrisi qurulur (cədvəl 3) və qeyri-səlis çəkilər təyin edilir.

Cədvəl 3. Televiziya reklam vasitəsi üçün meyarların cüt-cüt müqayisə cədvəli

Televiziya reklamı	Dizayn	Görüntü	Sadəlik
Dizayn	(1, 1, 1)	(3, 5, 7)	(1, 3, 5)
Görüntü	(1/7, 1/5, 1/3)	(1, 1, 1)	(3, 5, 7)
Sadəlik	(1/5, 1/3, 1)	(1/7, 1/5, 1/3)	(1, 1, 1)

Televiziya reklam vasitəsi üçün alt meyarların qeyri-səlis çəkileri aşağıdakı kimi hesablanır:

$$w_{dizayn} = [1.66, 3, 4.33]$$

$$w_{görüntü} = [1.38, 2.06, 2.77]$$

$$w_{sadelik} = [0.44, 0.51, 0.77]$$

Növbəti addımda fərdi meyar çəkisini alt meyarların qeyri-səlis çəkisinə vuraraq alt meyarlar üçün qlobal qeyri-səlis çəkilər hesablanır. Alt meyarlar üçün qlobal qeyri-səlis meyarların qiyməti aşağıda göstərilmişdir:

	Qeyri-səlis meyar	Qlobal qeyri-səlis meyar
Televiziya	[1.66,3,4.33]	(0.033,0.54,2.81)
reklamı	[1.38,2.06,2.77]	(0.027,0.37,1.80)
[0.02,0.18,0.65]	[0.44,0.51,0.77]	(0.009,0.09,0.5)
Radio reklamı	[1.66,3,4.33]	(0.13,0.99,4.76)
[0.08,0.29,1.1]	[1.4,2.1,1,3]	(0.11,0.61,3.3)
	[0.42,0.46,0.55]	(0.03,0.13,0.6)
Internet reklamı	[2.33,3.66,5]	(0.46,1.9,7.5)
[0.2,0.52,1.5]	[0.71,1.4,2.11]	(0.14,0.73,3.16)
	[0.22,0.51,0.77]	(0.04,0.26,1.15)

Sonra, müxtəlif alternativlər üçün ümumi qeyri-səlis prioritetlər müəyyən edirik. Alternativlər üçün ümumi qeyri-səlis prioritetlər aşağıdakı kimi göstərilmişdir:

Faktor	Global qeyri-səlis ifadə	Üçbucaq qeyri-səlis ifadə	Çəki
A	[1.66,3,4.33]	(1, 3, 5)	(1.66,9,21.65)
	[1.38,2.06,2.77]	(3, 5, 7)	(4.14,10.3,19.39)
	[0.44,0.51,0.77]	(1/5, 1/3, 1)	(0.09,0.19,0.77)
	[1.66,3,4.33]	(1/2, 1, 3/2)	(0.63,3,6.5)
	[1.4,2.1,1.3]	(1, 3, 5)	(1.4,6.3,6.5)
	[0.42,0.46,0.55]	(1, 3, 5)	(0.42,1.38,2.75)
	[2.33,3.66,5]	(1/2, 1, 3/2)	(1.16,3.66,7.5)
	[0.71,1.4,2.11]	(1/7, 1/5, 1/3)	(0.1,0.28,0.69)
	[0.22,0.51,0.77]	(1/2, 1, 3/2)	(0.11,0.51,0.76)
B	[1.66,3,4.33]	(1/2, 1, 3/2)	(0.83,3,6.5)
	[1.38,2.06,2.77]	(1/2, 1, 3/2)	(0.69,2.06,4.15)
	[0.44,0.51,0.77]	(1, 3, 5)	(0.44,1.53,3.85)
	[1.66,3,4.33]	(1/5, 1/3, 1)	(0.33,1,4.33)
	[1.4,2.1,1.3]	(1, 3, 5)	(1.4,6.3,6.5)
	[0.42,0.46,0.55]	(3, 5, 7)	(0.17,2.3,3.85)
	[2.33,3.66,5]	(1/7, 1/5, 1/3)	(0.33,0.73,1.65)
	[0.71,1.4,2.11]	(1/2, 1, 3/2)	(0.35,1.4,3.16)
	[0.22,0.51,0.77]	(1, 3, 5)	(0.22,1.53,3.85)
	[1.66,3,4.33]	(1, 3, 5)	(1.66,9,21.65)
C	[1.38,2.06,2.77]	(1/2, 1, 3/2)	(0.69,2.06,4.15)
	[0.44,0.51,0.77]	(1/5, 1/3, 1)	(0.09,0.16,0.77)
	[1.66,3,4.33]	(1/5, 1/3, 1)	(0.33,1,4.33)
	[1.4,2.1,1.3]	(1/7, 1/5, 1/3)	(0.2,0.42,0.44)
	[0.42,0.46,0.55]	(3, 5, 7)	(0.17,2.3,3.85)
	[2.33,3.66,5]	(1/5, 1/3, 1)	(0.46,1,2.5)
	[0.71,1.4,2.11]	(1, 3, 5)	(0.71,4.26,10.5)
	[0.22,0.51,0.77]	(1, 3, 5)	(0.22,1.53,3.85)

	[1.66,3,4.33]	(1, 3, 5)	(1.66,9,21.65)
	[1.38,2.06,2.77]	(3, 5, 7)	(4.14,10.3,19.39)
D	[0.44,0.51,0.77]	(1/5, 1/3, 1)	(0.09,0.16,0.77)
	[1.66,3,4.33]	(1/2, 1, 3/2)	(0.83,3.6.5)
	[1.4,2.1,1,3]	(1, 3, 5)	(1.4,6.3,6.5)
	[0.42,0.46,0.55]	(1/2, 1, 3/2)	(0.21,0.46,0.82)
	[2.33,3.66,5]	(1/7, 1/5, 1/3)	(0.33,0.73,1.65)
	[0.71,1.4,2.11]	(1, 3, 5)	(0.71,4.26,10.5)
	[0.22,0.51,0.77]	(3, 5, 7)	(0.66,2.55,5.39)

Sonra alternativlər ranqlaşdırılır. Reklam üçün ən uyğun alternativ üstünlük dərəcəsinin qiymətinə görə müəyyən edilir. Ən uyğun alternativ ideal həllə ən kiçik məsafəyə malik olan alternativdir. İdeal həllə ən yaxın məsafədə olan hər hansı bir alternativ mənfi-ideal həldən ən uzaq məsafədə yerləşmiş olur. Bunun üçün aşağıdakı düsturdan istifadə edirik:

$$C_i = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-}, \quad 0 \leq C_i \leq 1 \quad (33)$$

$$C_A = [1.66/(21.65+1.66)+4.14/(19.39+4.14)+0.09/(0.77+0.09)+0.63/(0.63+6.5)+1.4/(1.4+6.5)+0.42/(2.75+0.42)+1.16/(7.5+1.16)+0.1/(0.67+0.1)+0.11/(0.76+0.11)]/9=0.125$$

$$C_B = [0.83/(6.5+0.83)+0.69/(4.15+0.69)+0.44/(3.85+0.44)+0.33/(4.33+0.33)+1.4/(6.5+1.4)+0.17/(3.85+0.17)+0.33/(1.65+0.33)+0.35/(3.16+0.35)+0.22/(3.85+0.22)]/9=0.101$$

$$C_C = [1.66/(21.65+1.66)+0.69/(4.15+0.69)+0.09/(0.77+0.09)+0.33/(4.33+0.33)+0.2/(0.44+0.2)+0.17/(3.85+0.17)+0.46/(2.5+0.46)+0.71/(10.5+0.71)+0.22/(3.85+0.22)]/9=0.11$$

$$C_D = [1.66/(21.65+1.66)+4.14/(19.39+4.14)+0.09/(0.77+0.09)+$$

$$+0.83/(6.5+0.83)+1.4/(6.5+1.4)+0.21/(0.82+0.21)+0.33/(1.65+0.33)+0.71/(10.5+0.71)+0.66/(5.39+0.66)]/9=0.108$$

Alternativlərin rəqləşdirilməsi aşağıdakı kimi olur.

	C _A	C _B	C _C	C _D
C _{i*} =	0.12	0.101	0.11	0.108

Göründüyü kimi, rəqləşmə aşağıdakı kimidir: C_A > C_C > C_D > C_B. Nəticə göstərir ki, A alternativini reklam üçün ən yaxşı şirkətdir.

Personalın seçilməsi üçün qeyri-səlis məxsusi ədəd və qeyri-səlis məxsusi vektorun hesablanması üsulunun tətbiqinə də bu fəsilə yer verilmişdir. Çoxmeyarlı qərar qəbuletmədə problemin həlli üçün alternativlərin və meyarların cüt müqayisəsindən istifadə edən bir sıra üsullar hazırlanmışdır. Bu metodlar təcrübəyə və ya intuisiyaya əsaslanan seçimləri əvəz etməyə, elmi əsaslı arqumentlərə əsaslanan qərarlar qəbul etməyə, qərar qəbul edən şəxsin şüurunda üstünlük sistemini modelləşdirməyə imkan verir. Qeyri-səlis AHP-nin tutarlılıq analizi qurulan qərar matrisinin nə qədər tutarlı olub olmadığını müəyyən edir. Bu metodun əsas məqsədi müxtəlif meyarların cüt-cüt müqayisəsi nəticəsində qurulan qərar matrisində meyarların üstünlük qiymətlərinin nə qədər uyğun olub-olmadığını müəyyən etməkdir. Bunun üçün iki əsas şərt ödənilməlidir - meyarların üstünlük qiymətlərinin qarşılıqlılığının və tranzitivliyinin qorunması. Tutarlılıq analizi fərqli və ziddiyyətli meyarları ehtiva etdiyi üçün qərar matrisinin tutarlılığının yoxlanılmasını çoxmeyarlı qərar qəbuletmə problemi olan personalın seçimi problemi üçün tətbiq edək. Fərz edək ki, personal seçimində çoxmeyarlı qərar qəbuletmə problemi dörd meyarı C₁-müvafiq təcrübə, C₂- təhsil, C₃- texniki bacarıq, C₄- ünsiyyət və dörd alternativini əhatə edir. Meyarların cüt-cüt müqayisəsi matrisi aşağıda verilmişdir.

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
C ₁	(1;1;1)	(6;7;8)	(2;3;4)	(4;5;6)
D = C ₂	(1/8;1/7;1/6)	(1;1;1)	(1/6;1/5;1/4)	(1/4;1/3;1/2)
C ₃	(1/4;1/3;1/2)	(4;5;6)	(1;1;1)	(2;3;4)
C ₄	(1/6;1/5;1/4)	(2;3;4)	(1/4;1/3;1/2)	(1;1;1)

D kvadrat qeyri-səlis matrisin qeyri-səlis məxsusi vektoru olan λ qeyri-səlis ədədlərlə ifadə olunur. $D \otimes u = \lambda \otimes u$ qeyri-səlis xarakteristik bərabərliyinin həlli qeyri-səlis ədədlərə malik, 0-a bərabər olmayan qeyri-səlis vektordur. Burada, u - qeyri-səlis məxsusi vektordur. Qeyri -səlis hesablamalara görə yuxarıda göstərilən qeyri -səlis düstur aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$\left(d_i^1 \otimes u_1\right) \oplus \dots \oplus \left(d_i^p \otimes u_p\right) = \lambda \otimes u_i \quad (34)$$

və ya

$$\left(\bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha D^\alpha\right) \otimes \left(\bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha u^\alpha\right) = \left(\bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha \lambda^\alpha\right) \otimes \left(\bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha u^\alpha\right) \quad (35)$$

Qeyri-səlis tənlikdə α -kəsik istifadə edərək aşağıdakı interval tənliyi alarıq:

$$(D \otimes u)^\alpha = (\lambda \otimes u)^\alpha \Leftrightarrow D^\alpha \otimes u^\alpha = \lambda^\alpha \otimes u^\alpha, \alpha \in [0,1] \quad (36)$$

$D = (d_i^j)$ qeyri-səlis matrisi üçün $D^\alpha = (d_i^j)^\alpha$ qeyri-səlis matrisinin hər bir α -kəsimi interval matrisidir, elementləri adi qapalı intervallardır. Yəni,

$$D^\alpha = (d_i^j)^\alpha = [(d_i^j)_l^\alpha, (d_i^j)_r^\alpha] = [D_l^\alpha, D_r^\alpha] \quad (37)$$

Burada, $D_l^\alpha = (d_i^j)_l^\alpha$ və $D_r^\alpha = (d_i^j)_r^\alpha$ matrisləri α -kəsiyinin uyğun olaraq, sağ və sol sərhədləridir. Uyğun olaraq,

$$\lambda^\alpha = [\lambda_l^\alpha, \lambda_r^\alpha], \quad u^\alpha = [u_l^\alpha, u_r^\alpha] = [(u_i)_l^\alpha, (u_i)_r^\alpha] \quad (38)$$

$\alpha \in [0,1]$ -in bəzi qiymətləri üçün aşağıdakıları veririk:

Sol tərəf üçün

$$D_l^\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 6 + \alpha & 2 + \alpha & 4 + \alpha \\ 0.015\alpha + 0.125 & 1 & 0.17 + 0.03\alpha & 0.25 + 0.08\alpha \\ 0.25 + 0.08\alpha & 4 + \alpha & 1 & 2 + \alpha \\ 0.17 + 0.03\alpha & 2 + \alpha & 0.25 + 0.08\alpha & 1 \end{bmatrix}$$

Əgər $\alpha = 0$ olarsa, onda

$$D_l^0 = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 & 4 \\ 0.125 & 1 & 0.17 & 0.25 \\ 0.25 & 4 & 1 & 2 \\ 0.17 & 2 & 0.25 & 1 \end{bmatrix}$$

Əgər $\alpha = 1$ olarsa, onda

$$D_l^1 = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 & 5 \\ 0.14 & 1 & 0.2 & 0.33 \\ 0.33 & 5 & 1 & 3 \\ 0.2 & 3 & 0.33 & 1 \end{bmatrix}$$

Sağ tərəf üçün

$$D_r^a = \begin{bmatrix} 1 & 8 - a & 4 - a & 6 - a \\ 0.17 - 0.03a & 1 & 0.25 - 0.05a & 0.5 - 0.17a \\ 0.5 - 0.17a & 6 - a & 1 & 4 - a \\ 0.25 - 0.05a & 4 - a & 0.5 - 0.17a & 1 \end{bmatrix}$$

Əgər $\alpha = 0$ olarsa, onda

$$D_r^0 = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 4 & 6 \\ 0.17 & 1 & 0.25 & 0.5 \\ 0.5 & 6 & 1 & 4 \\ 0.25 & 4 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

Əgər $\alpha = 1$ olarsa, onda

$$D_r^1 = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 & 5 \\ 0.14 & 1 & 0.2 & 0.33 \\ 0.33 & 5 & 1 & 3 \\ 0.2 & 3 & 0.33 & 1 \end{bmatrix}$$

MATLAB sistemindən istifadə edərək D matrisinin qeyri-səlis məxsusi ədədlərini hesablayırıq.

Üçbucaq şəkilli qeyri-səlis ədədin sol və sağ tərəfləri üçün məxsusi ədədlər və məxsusi vektorlar aşağıdakı kimi olar:

Sol tərəf üçün

$$\begin{aligned} (\lambda_1)_l^0 &= 3.389 \\ (\lambda_2)_l^0 &= 0.157 \\ (\lambda_3)_l^0 &= 0.1576 \\ (\lambda_4)_l^0 &= 0.2957 \end{aligned} \quad (u_1)_l^0 = \begin{bmatrix} 0.889 \\ 0.095 \\ 0.407 \\ 0.185 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} (\lambda_1)_l^1 &= 4.1042 \\ (\lambda_2)_l^1 &= 0.0027 \\ (\lambda_3)_l^1 &= 0.0027 \\ (\lambda_4)_l^1 &= 0.0987 \end{aligned} \quad (u_1)_l^1 = \begin{bmatrix} 0.889 \\ 0.086 \\ 0.411 \\ 0.184 \end{bmatrix}$$

Sağ tərəf üçün

$$\begin{aligned}
 (\lambda_1)_r^0 &= 5.0535 \\
 (\lambda_2)_r^0 &= 0.2176 \\
 (\lambda_3)_r^0 &= 0.2176 \\
 (\lambda_4)_r^0 &= 0.6183
 \end{aligned}
 \quad (u_1)_r^0 = \begin{bmatrix} 0.879 \\ 0.087 \\ 0.427 \\ 0.193 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 (\lambda_1)_r^1 &= 4.1042 \\
 (\lambda_2)_r^1 &= 0.0027 \\
 (\lambda_3)_r^1 &= 0.0027 \\
 (\lambda_4)_r^1 &= 0.0987
 \end{aligned}
 \quad (u_1)_r^1 = \begin{bmatrix} 0.889 \\ 0.086 \\ 0.411 \\ 0.184 \end{bmatrix}$$

2-ci tip qeyri-səlis qərar qəbuletmə vasitəsinin layihə seçimində tətbiqi məsələsinə də baxılmışdır. Seçim üçün dörd layihə təklif olunur: A_1, A_2, A_3, A_4 . Bu layihələr C_1 - texniki xüsusiyyətlər, C_2 - bazar potensialı, C_3 - orijinallıq və C_4 -investisiya riski kimi meyarlarla səciyyələnir. Alternativ layihələr əsasında 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlar vasitəsilə qərar qəbuletmə metodundan istifadə edərək seçim aparılır. İstifadə olunacaq linqvistik ifadələr və onların 2-ci tip qeyri-səlis ədədi qiymətləri aşağıda göstərilmişdir:

Lap çox zəif	(0,0,0;0)	(0,0,0;0)
Çox zəif	(0.1,0.2,0.3;0.3)	(0.1,0.2,0.3;0.3)
Zəif	(0.2,0.3,0.4;0.4)	(0.2,0.3,0.4;0.4)
Nisbətən zəif	(0.25,35,0.45;0.45)	(0.25,35,0.45;0.45)
Orta	(0.3,0.4,0.5;0.5)	(0.3,0.4,0.5;0)
Nisbətən yaxşı	(0.4,0.5,0.6;0.6)	(0.45,0.55,0.65;0.65)
Yaxşı	(0.5,0.6,0.7;0.7)	(0.55,0.65,0.75;0.75)
Çox yaxşı	(0.6,0.7,0.8;0.8)	(0.65,0.75,0.85;0.85)

Lap çox yaxşı

(0.7,0.8,0.9;0.9)

(0.7,0.8,0.9;0.9)

Alternativlərin meyarlara nəzərən qiymətləndirilməsi aşağıdakı kimidir:

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	(0.2,0.3,0.4,0.4; 0.25,35,0.45;0. 45)	(0.4,0.5,0.6,0.6; 0.55,0.65,0.75; 0.75)	(0.3,0.4,0.5,0.5; 0.55,0.65,0.75; 0.75)	(0.5,0.6,0.7,0.7; 0.55,0.65,0.75, 0.75)
A_2	(0.6,0.7,0.8,0.8; 0.7,0.8,0.9,0.9)	(0.2,0.3,0.4,0.4; 0.25,35,0.45,0. 45)	(0.5,0.6,0.7,0.7; 0.55,0.65,0.75, 0.75)	(0.3,0.4,0.5,0.5; 0.55,0.65,0.75; 0.75)
A_3	(0.3,0.4,0.5,0.5; 0.55,0.65,0.75; 0.75)	(0.4,0.5,0.6,0.6; 0.55,0.65,0.75; 0.75)	(0.6,0.7,0.8,0.8; 0.7,0.8,0.9,0.9)	(0.5,0.6,0.7,0.7; 0.55,0.65,0.75, 0.75)
A_4	(0.5,0.6,0.7,0.7; 0.55,0.65,0.75, 0.75)	(0.6,0.7,0.8,0.8; 0.7,0.8,0.9,0.9)	(0.3,0.4,0.5,0.5; 0.55,0.65,0.75; 0.75)	(0.4,0.5,0.6,0.6; 0.55,0.65,0.75; 0.75)
w_j	(0.2,0.3,0.4,0.4; 0.25,35,0.45;0. 45)	(0.4,0.5,0.6,0.6; 0.55,0.65,0.75; 0.75)	(0.3,0.4,0.5,0.5; 0.55,0.65,0.75; 0.75)	(0.5,0.6,0.7,0.7; 0.55,0.65,0.75, 0.75)

Meyarların çəkiliəri aşağıdakı formuldən istifadə edilərək normallaşdırılır:

C_j ($j=1,2,3,4$) alternativləri üçün w_j meyar çəkiliəri aşağıdakı düsturdan istifadə edərək müəyyən olunur:

$$R(\tilde{A}_i) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{3} \frac{c_i^3 (b_i - a_i) + c_i (b_i^3 - a_i^3) - a_i b_i (b_i^2 - a_i^2)}{c_i^2 (b_i - a_i) + c_i (b_i^2 - a_i^2) - a_i b_i (b_i - a_i)} + \frac{b_i (a_i' + 2b_i' + c_i')}{2} \right\} \quad (39)$$

Meyarların çəkiliəri aşağıdakı formuldən istifadə edilərək tapılır:

$$w_j = \frac{R(w_j)}{\sum_{j=1}^n R(w_j)} \quad (40)$$

$$R(\tilde{A}_1) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 \cdot 0.3^3(0.4-0.2) + 0.3(0.4^3 - 0.2^3) - 0.2 \times 0.4(0.4^2 - 0.2^2)}{3 \cdot 0.3^3(0.4-0.2) + 0.3(0.4^2 - 0.2^2) - 0.2 \times 0.4(0.4 - 0.2)} + \frac{0.4(0.25 + 2 \times 0.45 + 0.35)}{2} \right) = 0.20$$

$$R(\tilde{A}_2) = 0.50, \quad R(\tilde{A}_3) = 0.40, \quad R(\tilde{A}_4) = 0.54$$

$$\sum R(w_j) = 0.20 + 0.50 + 0.40 + 0.54 = 1.64$$

$$w_1 = \frac{0.20}{1.64} = 0.12, \quad w_2 = \frac{0.50}{1.64} = 0.30,$$

$$w_3 = \frac{0.40}{1.64} = 0.25, \quad w_4 = \frac{0.54}{1.64} = 0.33$$

\tilde{A}_i ($i=1,2,3,4$) alternativləri üçün ranqlaşdırmanın çəki qiymətləri

(41) düsturu ilə müəyyən olunur:

$$R_{w_j}(\tilde{A}_i) = \sum_{j=1}^n w_j R(S_{ij}) \quad (41)$$

$$R_w(\tilde{A}_{11}^L) = 0.11, \quad R_w(\tilde{A}_{11}^U) = 0.126$$

$$R_w(\tilde{A}_{12}^L) = 0.45, \quad R_w(\tilde{A}_{12}^U) = 0.59$$

$$R_w(\tilde{A}_{13}^L) = 0.3, \quad R_w(\tilde{A}_{13}^U) = 0.49$$

$$R_w(\tilde{A}_{14}^L) = 0.59, \quad R_w(\tilde{A}_{14}^U) = 0.64$$

$$\text{Rank}(A_1^L) = \frac{1}{n(n-1)} \cdot \left(\sum P(A_1^L) + \frac{n}{2} - 1 \right) = \frac{1}{12} (1.45 + 1) = 0.21$$

$$\text{Rank}(A_1^U) = \frac{1}{n(n-1)} \cdot \left(\sum P(A_1^U) + \frac{n}{2} - 1 \right) = 0.24$$

$$\text{Rank}(A_1) = \frac{\text{Rank}(A_1^L) + \text{Rank}(A_1^U)}{2} = \frac{0.21 + 0.24}{2} = 0.225$$

Bu hesablamaları digər alternativlər üçün də tətbiq edirik:

$$\text{Rank}(A_2) = \frac{\text{Rank}(A_2^L) + \text{Rank}(A_2^U)}{2} = \frac{0.20 + 0.23}{2} = 0.215$$

$$\text{Rank}(A_3) = \frac{\text{Rank}(A_3^L) + \text{Rank}(A_3^U)}{2} = \frac{0.23 + 0.26}{2} = 0.245$$

$$Rank(A_4) = \frac{Rank(A_4^L) + Rank(A_4^U)}{2} = \frac{0.22 + 0.26}{2} = 0.24$$

Sonda, bütün alternativlər sıralandırılır və ən yüksək $R_{w_j}(\tilde{A}_i)$ -ya malik olan alternativ ən yaxşı alternativ hesab olunur.

$$Rank(A_1) = 0.225 ; \quad Rank(A_2) = 0.215$$

$$Rank(A_3) = 0.245 ; \quad Rank(A_4) = 0.24$$

$$A_3 > A_4 > A_1 > A_2$$

Ranqlaşdırmaya əsasən müəyyən olunur ki, layihə seçimində ən yaxşı alternativ A_3 , ən pis alternativ isə A_2 -dir.

Təchizatçı seçimi probleminə çoxmeyarlı qeyri-səlis TOPSIS metodunun və Hamming məsafəsinin tətbiqi məsələsinə baxaq. Təchizat zənciri iş əməliyyatlarının vacib bir hissəsidir və bu zəncirin hər hansı bir hissəsi uğursuz olarsa, müəssisənin nüfuzuna xələl gətirən problemlərlə qarşılaşa bilər. Təchizatçı seçimi keyfiyyət, etibarlılıq, çeviklik, qiymət kimi müxtəlif amillərdən asılıdır. Hər bir meyarın necə ölçüldüyü müəssisənin strategiyasına və prioritetlərinə əsaslanır. Təchizatçı seçimi şirkətin təchizatçılarını müəyyənləşdirməsi, qiymətləndirməsi və onlarla müqavilə bağlamasıdır. Bu prosesin əsas məqsədi alış riskini azaltmaq, alıcıya olan ümumi dəyəri maksimuma çatdırmaq və alıcılarla təchizatçılar arasında yaxınlığı və uzunmüddətli münasibətləri inkişaf etdirməkdir. Zahirən sadə görünərsə də, doğru təchizatçı seçimi mürəkkəb və kompleks bir prosesdir. Bu proses üçün müxtəlif metodlar təklif olunmuşdur. Qeyri-səlis TOPSIS metodunun və Hamming məsafəsinin bu prosesə tətbiqinə baxaq. Ən yaxşı təchizatçı dörd- A_1, A_2, A_3, A_4 alternativləri arasından seçirik. Bu alternativlər üçün əsas meyarlar C_1 -keyfiyyət, C_2 -çeviklik, C_3 -etibarlılıq və C_4 -qiymət müəyyənləşdirilir⁹. Meyarların nisbi çəkili

⁹T.C. Chu, Selecting plant location via a fuzzy TOPSIS approach, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 20 (2002) 859–864.

$w_1=0.4$, $w_2=0.3$, $w_3=0.20$, $w_4=0.1$ kimi qiymətləndirilir.
 Alternativlərin meyarlara görə linqvistik ifadəsi aşağıdakı kimi olur:

	C_1 -keyfiyyət	C_2 - çeviklik	C_3 - etibarlılıq	C_4 - qiymət
A_1	Yuxarı	Yuxarı	Yuxarı	Orta
A_2	Orta	Çox yuxarı	Yuxarı	Yuxarı
A_3	Yuxarı	Çox yuxarı	Orta	Çox yuxarı
A_4	Yuxarı	Orta	Yuxarı	Çox yuxarı

Meyarların linqvistik ifadələrinin qeyri-səlis ədədlərlə təsviri isə aşağıda göstərilmişdir.

Orta	Yuxarı	Çox yuxarı
(1,3,5)	(3,5,7)	(5,7,9)

Alternativlərin qeyri-səlis qiymətləri və meyarların çəkiliəri aşağıdakı kimi müəyyən olunur.

	C_1 keyfiyyət	C_2 çeviklik	C_3 etibarlılıq	C_4 qiymət
Çəki	0.4	0.3	0.20	0.1
A_1	(3,5,7)	(3,5,7)	(3,5,7)	(1,3,5)
A_2	(1,3,5)	(5,7,9)	(3,5,7)	(3,5,7)
A_3	(3,5,7)	(5,7,9)	(1,3,5)	(5,7,9)
A_4	(3,5,7)	(1,3,5)	(3,5,7)	(5,7,9)

Qeyri-səlis qərar matrisinin hər bir elementi normallaşdırılır.
 Normallaşdırılmış qərar matrisi aşağıda göstərilmişdir.

	A_1	A_2	A_3	A_4
C_1	(1.2,2,2.8)	(0.3,0.9,1.5)	(0.6,1,1.4)	(0.3,0.5,0.7)
C_2	(1.2,2,2.8)	(1.5,2.1,2.7)	(1,1.4,1.8)	(0.1,0.3,0.5)
C_3	(1.2,2,2.8)	(0.9,1.5,2.1)	(0.2,0.6,1)	(0.3,0.5,0.7)
C_4	(0.4,1.2,2)	(0.9,1.5,2.1)	(1,1.4,1.8)	(0.5,0.7,0.9)

Qeyri-səlis çəkili normallaşdırılmış qərar matrisindən, (42) və (43) düsturlarından istifadə edərək a^* - qeyri-səlis müsbət ideal həll və a^- - qeyri-səlis mənfi ideal həll hesablanır.

$$a^* = \left\{ \left(\max_i v_{ij} \mid j \in J \right), \left(\min_i v_{ij} \mid j \in J' \right) \mid i = 1, 2, 3, \dots, M \right\} = \{v_{1*}, v_{2*}, \dots, v_{N*}\} \quad (42)$$

$$a^- = \left\{ \left(\min_i v_{ij} \mid j \in J \right), \left(\max_i v_{ij} \mid j \in J' \right) \mid i = 1, 2, 3, \dots, M \right\} = \{v_{1-}, v_{2-}, \dots, v_{N-}\} \quad (43)$$

Burada J qazanc, J' isə xərc meyarlarıdır.

Qərar matrisi üçün qeyri-səlis müsbət ideal həll və qeyri-səlis mənfi ideal həll cədvəl aşağıdakı kimi olur.

	C_1	C_2	C_3	C_4
a^*	(1.2,2,2.8)	(0.3,0.9,1.5)	(1,1.4,1.8)	(0.5,0.7,0.9)
a^-	(0.4,1.2,2)	(0.9,1.5,2.1)	(0.2,0.6,1)	(0.1,0.3,0.5)

Hamming məsafəsindən istifadə edərək hər bir alternativ üçün qeyri-səlis müsbət ideal həll və qeyri-səlis mənfi ideal həldən məsafə müəyyən edilərək aşağıda göstərilmişdir.

Alternativlərin qeyri-səlis müsbət ideal həldən məsafələri aşağıdakı kimidir:

	A_1^*	A_2^*	A_3^*	A_4^*
C_1	0	1.05	0.6	0.3
C_2	0	0.9	0	0.6
C_3	0	0	1.2	0.3
C_4	1.2	0	0	0

Alternativlərin qeyri-səlis mənfi ideal həldən məsafələri aşağıdakı kimidir:

	A_1^-	A_2^-	A_3^-	A_4^-
C_1	1.2	0	0.6	0.3
C_2	1.2	1.8	1.2	0
C_3	1.2	0.9	0	0.3
C_4	0	0.9	1.2	0.6

Qeyri-səlis müsbət və mənfi ideal həllərə ən yaxın əmsallardan istifadə edərək, alternativlərin sıralanmasını müəyyənləşdirərək ən yaxşı təchizatçını seçirik. Qeyri-səlis müsbət və mənfi ideal həllərə ən yaxın ayrılma məsafələri aşağıdakı kimi olur:

		C_1				C_2			
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_1	A_2	A_3	A_4	
a^*	0	1.05	0.6	0.3	0	0.9	0	0.6	
a^-	1.2	0	0.6	0.3	1.2	1.8	1.2	0	

	C_3				C_4			
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_1	A_2	A_3	A_4
a^*	0.9	0	1.2	0.6	1.2	0	0	0
a^-	1.2	0.9	0	0.3	0	0.9	1.2	0.6

Bütün alternativlərin qeyri-səlis müsbət ideal həllə nisbi yaxınlığı aşağıdakı formula ilə hesablanır:

$$C_1^* = S_1^- / (S_1^* + S_1^-) \quad (44)$$

A_1, A_2, A_3, A_4 üçün hesablama nəticələri aşağıda verilmişdir.

$$A_1^* = [1.2/(1.2+0)+0/(0+1.05)+0.6/(0.6+0.6)+0.3/(0.3+0.3)]/4=0.5$$

$$A_2^* = [1.2/(1.2+0)+1.8/(1.8+0.9)+1.2/(1.2+0)+0/(0+0.6)]/4=0.67$$

$$A_3^* = [1.2/1.2+0.9/0.9+0/1.2+0.3/0.6]/4=0.62$$

$$A_4^* = [0/1.2+0.9/0.9+1.2/1.2+0.6/0.6]/4=0.75$$

Nəticədə, bütün alternativlərin sıralanmasını müəyyənləşdirə və ən yaxşı alternativ seçə bilirik: $A_4 > A_2 > A_3 > A_1$.

Təchizatçı seçimində müəyyən edilir ki, ən yaxşı alternativ A_4 , ən sərfəsiz alternativ A_1 -dir.

Faydalılıq funksiyasına əsaslanan qeyri-səlis çoxmeyarlı qərar qəbul etmə metodu vasitəsilə seçmə sistemi ev seçimində tətbiq olunmuşdur. Qeyri-səlis çoxmeyarlı qərar qəbul etmə metodunun evlərin satınalma prosesində tətbiq edilməsi aktual məsələlərdən biridir. Bəzi vacib meyarlara, məsələn, evin vəziyyəti, qiyməti, ölçüsü, qonşuluq, işə olan məsafə və s. əsasən ən yaxşı evin satın alınması qərarı verilməlidir. Evin seçilməsi problemini həll etmək üçün bəzi

həll metodları vardır. Bəzi səbəblərdən evlərin alqı-satqı prosesində doğru seçim edilməsi zamanı çətinliklər yaranır. Buna görə də, tədqiqatçılar müəyyən meyarlara əsaslanaraq evin seçilməsi məsələsində daha etibarlı üsula ehtiyac duyurlar. Bu bölmədə faydalılıq funksiyasına əsaslanan 2-ci tip qeyri-səlis çoxmeyarlı qərar qəbuletmə metodundan istifadə edəcəyik. Fərz edək ki, ən münasib ev seçimi üçün 3 ev - A_1, A_2, A_3 alternativləri götürülmüş və bu evlər üçün 5 meyar C_1, C_2, C_3, C_4 və C_5 müəyyən olunmuşdur: C_1 -Evin vəziyyəti; C_2 -Evin qiyməti; C_3 -Evin ölçüsü; C_4 -Qonşuluq; C_5 -Evdən işə məsafə. C_1, C_2, C_3, C_4 və C_5 meyarları üçün çəki dəyərləri təyin edək: $W=\{0.25, 0.2, 0.2, 0.2, 0.15\}$. Seçim qərarı verilməsi üçün 2-ci tip qeyri-səlis ədədlər istifadə olunur. Bu linqvistik performans reytingi aşağıda göstərilmişdir.

	A_1	A_2	A_3
C_1 (Evin vəziyyəti)	Yaxşı	Çox yaxşı	Orta
C_2 (Qiymət)	$\widetilde{155}$	$\widetilde{160}$	$\widetilde{130}$
C_3 (Ölçü)	$\widetilde{160}$	$\widetilde{150}$	$\widetilde{170}$
C_4 (Qonşuluq)	Yaxşı	Orta	Çox yaxşı
C_5 (İşə məsafəsi)	$\widetilde{10}$	$\widetilde{12}$	$\widetilde{6}$

Qərar qəbul etmə üçün U faydalılıq funksiyasından¹⁰ istifadə edəcəyik. Baxılan problem üçün həll A_i -nin maksimal dəyəri ilə ifadə olunacaq.

¹⁰ Keeney R. L. Multiplicative utility functions, Operations Research 22,1974,22-34.

Normallaşdırılmış qərar matrisi aşağıdakı kimi olacaq:

$$D^N = \begin{bmatrix} \tilde{d}_{11}^N & \tilde{d}_{12}^N & \tilde{d}_{13}^N & \tilde{d}_{14}^N & \tilde{d}_{15}^N \\ \tilde{d}_{21}^N & \tilde{d}_{22}^N & \tilde{d}_{23}^N & \tilde{d}_{24}^N & \tilde{d}_{25}^N \\ \tilde{d}_{31}^N & \tilde{d}_{32}^N & \tilde{d}_{33}^N & \tilde{d}_{34}^N & \tilde{d}_{35}^N \end{bmatrix} \quad (45)$$

Linqvistik termlərin 2-ci tip qeyri-səlis ədədlərlə təsviri aşağıdakı kimidir:

$$\text{Yaxşı} = \langle 0.7, 0.9, 1, 1, 1; 0.7, 0.9, 1, 1, 0.8 \rangle$$

$$\text{Çox yaxşı} = \langle 0.8, 0.9, 1, 1, 1; 0.8, 0.9, 1, 1, 0.9 \rangle$$

$$\text{Orta} = \langle 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 1; 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.6 \rangle$$

$$\tilde{6} = \langle 5, 6, 6, 7, 1; 5, 6, 6, 7, 0.6 \rangle$$

$$\tilde{10} = \langle 8, 10, 12, 12, 1; 8, 10, 10, 12, 0.9 \rangle$$

$$\tilde{12} = \langle 10, 12, 12, 14, 1; 10, 12, 12, 14, 0.85 \rangle$$

$$\tilde{130} = \langle 120, 130, 130, 140, 1; 120, 130, 130, 140, 0.7 \rangle$$

$$\tilde{150} = \langle 135, 150, 150, 165, 1; 135, 150, 150, 165, 0.8 \rangle$$

$$\tilde{155} = \langle 140, 155, 155, 160, 1; 140, 155, 155, 160, 0.8 \rangle$$

$$\tilde{160} = \langle 150, 160, 160, 170, 1; 150, 160, 160, 170, 0.85 \rangle$$

$$\tilde{170} = \langle 150, 170, 170, 180, 1; 150, 170, 170, 180, 0.9 \rangle$$

$$\begin{aligned}
\tilde{d}_{11} &= \tilde{d}_{14} = \langle 0.5, 0.9, 1, 1, 1; 0.5, 0.9, 1, 1, 0.8 \rangle \\
\tilde{d}_{21} &= \tilde{d}_{34} = \langle 0.4, 0.7, 0.7, 0.8, 1; 0.4, 0.7, 0.7, 0.8, 0.8 \rangle \\
\tilde{d}_{13} &= \tilde{d}_{22} = \langle 0.6, 0.8, 0.8, 1, 1; 0.6, 0.8, 0.8, 1, 0.85 \rangle \\
\tilde{d}_{24} &= \tilde{d}_{31} = \langle 0, 0.16, 0.33, 0.5, 1; 0, 0.16, 0.33, 0.5, 0.6 \rangle \\
\tilde{d}_{25} &= \langle 0.55, 0.77, 0.77, 1, 1; 0.55, 0.77, 0.77, 1, 0.85 \rangle \\
\tilde{d}_{32} &= \langle 0, 0.2, 0.2, 0.4, 1; 0, 0.2, 0.2, 0.4, 0.7 \rangle \\
\tilde{d}_{33} &= \langle 0.33, 0.77, 0.77, 1, 1; 0.33, 0.77, 0.77, 1, 0.9 \rangle \\
\tilde{d}_{35} &= \langle 0, 0.11, 0.11, 0.22, 1; 0, 0.11, 0.11, 0.22, 0.6 \rangle
\end{aligned}$$

Növbəti addımda, hər 3 alternativ üçün faydalılıq funksiyalarının hesablanmasını həyata keçiririk:

$$\begin{aligned}
U_{A_1} &= d_{11} C_1 + d_{12} C_2 + d_{13} C_3 + d_{14} C_4 + d_{15} C_5 \\
U_{A_2} &= d_{21} C_1 + d_{22} C_2 + d_{23} C_3 + d_{24} C_4 + d_{25} C_5 \\
U_{A_3} &= d_{31} C_1 + d_{32} C_2 + d_{33} C_3 + d_{34} C_4 + d_{35} C_5
\end{aligned} \tag{46}$$

Nəticədə aşağıdakı qiymətləri alırıq:

$$\begin{aligned}
\tilde{U}_{A_1} &= \langle 0.49, 0.83, 0.88, 0.97, 1; 0.49, 0.83, 0.88, 0.97, 0.803 \rangle \\
\tilde{U}_{A_2} &= \langle 0.4025, 0.626, 0.69, 0.832, 1; 0.4025, 0.626, 0.69, 0.832, 0.851 \rangle \\
\tilde{U}_{A_3} &= \langle 0.226, 0.464, 0.476, 0.559, 1; 0.226, 0.464, 0.476, 0.559, 0.803 \rangle
\end{aligned}$$

Sonuncu mərhələdə ən yaxşı alternativini seçmək üçün alternativlərin gözləmə qiymətlərindən¹¹ istifadə etməklə \tilde{U}_{A_1} , \tilde{U}_{A_2} , \tilde{U}_{A_3} faydalılıq funksiyalarını rəqləşdirırıq. Fərz edək ki, qərarvermə optimistkdir və optimistik-pessimistik əmsalı $\mu = 0.7$. Alternativlər üçün gözləmə qiyməti

¹¹ Wang, X.F., Wang, J.Q. and Yang, W.E. (2014), "Multi-criteria group decision making method based on intuitionistic linguistic aggregation operators", Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, Vol. 26 No. 1, pp. 115-125

$$EV_{\bar{U}_{A_1}} = 0.76, \quad EV_{\bar{U}_{A_2}} = 0.63, \quad EV_{\bar{U}_{A_3}} = 0.42$$

Nəticədən görünür ki, seçim üçün ən yaxşı ev birinci alternativdir. Evlərin satınalma prosesində qərar qəbuletmə çox böyük qeyri-müəyyənlik şəraitində və bir sıra meyarlar nəzərə alınmaqla aparılır. Bu şəraitdə qərar vermə problemini həll etmək üçün 2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinə istifadə edilir və ən uyğun ev seçilir. Əldə olunan nəticələrin ekspert rəyi ilə üst-üstə düşdüyü müəyyənləşdirilmişdir.

2-ci tip qeyri-səlis qrup qərar qəbuletmə məsələsinə baxaq. Fərz edək ki, 5 meyar üzrə 3 alternativ arasında təchizatçı seçimi aparmaq lazımdır. Meyarlar - keyfiyyət, etibarlılıq, təcrübə, çeviklik, kommunikasiyadır. Alternativlərin meyarlara nəzərən linqvistik dəyərləri aşağıda göstərilmişdir:

Meyarlar	Alternativlər	Qərar verənlərin linqvistik ifadələri		
Keyfiyyət	x_1	Orta	Yaxşı	Orta
	x_2	Yaxşı	Yaxşı	Orta
	x_3	Çox yaxşı	Yaxşı	Zəif
Etibarlılıq	x_1	Yaxşı	Orta	Zəif
	x_2	Çox yaxşı	Çox yaxşı	Çox yaxşı
	x_3	Orta	Yaxşı	Çox yaxşı
Təcrübə	x_1	Yaxşı	Yaxşı	Yaxşı
	x_2	Çox yaxşı	Çox yaxşı	Yaxşı
	x_3	Yaxşı	Orta	Çox yaxşı
Çeviklik	x_1	Çox yaxşı	Yaxşı	Çox yaxşı
	x_2	Çox yaxşı	Çox yaxşı	Çox yaxşı
	x_3	Yaxşı	Çox yaxşı	Orta
Kommunikasiya	x_1	Zəif	Zəif	Zəif
	x_2	Çox yaxşı	Orta	Yaxşı
	x_3	Yaxşı	Yaxşı	Orta

Qərar qəbuledən şəxslər (D_1, D_2, D_3) tərəfindən verilən meyarların linqvistik ifadələri aşağıda verilmişdir.

Meyarlar	Qərar qəbuledənlər		
	D_1	D_2	D_3
Keyfiyyət	Yüksək	Çox yüksək	Orta
Etibarlılıq	Çox yüksək	Çox yüksək	Çox yüksək
Təcrübə	Çox yüksək	Yüksək	Yüksək
Çeviklik	Çox yüksək	Çox yüksək	Çox yüksək
Kommunikasiya	Orta	Orta	Orta

Alternativlərin meyarlara görə linqvistik dəyərlərinin 2-ci tip qeyri-səlis ədədlərlə ifadəsi aşağıdakı kimi olar:

Linqvistik ifadə	2-ci tip qeyri-səlis çoxluqlar
Çox yaxşı	$((9,10,10,10;1,1), (9,10,10,10;1,1))$
Yaxşı	$((7,9,9,10;1,1), (7,9,9,10;1,1))$
Orta	$((5,7,7,9;1,1), (5,7,7,9;1,1))$
Zəif	$((3,5,5,7;1,1), (3,5,5,7;1,1))$

Meyarların çəkirlərinin 2-ci tip qeyri-səlis ədədlərlə ifadəsi aşağıdakı kimi olar:

Çox yüksək	$(0.9,1,1,1;1,1), (0.9,1,1,1;1,1))$
Yüksək	$((0.7,0.9,0.9,0.1;1,1), (0.7,0.9,0.9,0.1;1,1))$
Orta	$((0.5,0.7,0.7,0.9;1,1), (0.5,0.7,0.7,0.9;1,1))$

İlkin olaraq, ortalaşdırılmış qərar matrisi qurulur:

$$\bar{Y} = \begin{matrix} \text{Keyfiyyət} \\ \text{Etibarlılıq} \\ \text{Təcrübə} \\ \text{Çeviklik} \\ \text{Kommunikasiya} \end{matrix} \begin{pmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{13} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{23} \\ \tilde{a}_{31} & \tilde{a}_{32} & \tilde{a}_{33} \\ \tilde{a}_{41} & \tilde{a}_{42} & \tilde{a}_{43} \\ \tilde{a}_{51} & \tilde{a}_{52} & \tilde{a}_{53} \end{pmatrix} \quad (47)$$

Ortalaşdırılmış qərar matrisi qurulduqdan sonra orta çəki matrisi \bar{W} müəyyən edilir:

$$\bar{W} = [\tilde{w}_1 \quad \tilde{w}_2 \quad \tilde{w}_3 \quad \tilde{w}_4 \quad \tilde{w}_5] \quad (48)$$

Burada,

$$\tilde{w}_1 = ((0.7, 0.85, 0.85, 0.95; 1, 1), (0.7, 0.85, 0.85, 0.95; 1, 1))$$

$$\tilde{w}_2 = ((0.9, 1, 1, 1, ; 1, 1), (0.9, 1, 1, 1, ; 1, 1))$$

$$\tilde{w}_3 = ((0.75, 0.95, 0.95, 1; 1, 1), (0.75, 0.95, 0.95, 1; 1, 1))$$

$$\tilde{w}_4 = ((0.9, 1, 1, 1; 1, 1), (0.9, 1, 1, 1; 1, 1))$$

$$\tilde{w}_5 = ((0.45, 0.65, 0.65, 0.85; 1, 1), (0.45, 0.65, 0.65, 0.85; 1, 1))$$

Sonra isə çəkiləşdirilmiş qərar matrisi qurulur:

$$\tilde{v}_{21} = ((0.45, 0.7, 0.7, 0.85; 1, 1), (0.45, 0.7, 0.7, 0.85; 1, 1))$$

$$\tilde{v}_{22} = ((0.80, 1, 1, 1; 1, 1), (0.80, 1, 1, 1; 1, 1))$$

$$\tilde{v}_{23} = ((0.65, 0.85, 0.85, 0.95; 1, 1), (0.65, 0.85, 0.85, 0.95; 1, 1))$$

$$\tilde{v}_{31} = ((0.45, 0.70, 0.70, 0.9; 1, 1), (0.45, 0.70, 0.70, 0.9; 1, 1))$$

$$\tilde{v}_{32} = ((0.65, 0.9, 0.9, 1; 1, 1), (0.65, 0.9, 0.9, 1; 1, 1))$$

$$\tilde{v}_{33} = ((0.55, 0.80, 0.80, 0.95; 1, 1), (0.55, 0.80, 0.80, 0.95; 1, 1))$$

$$\tilde{v}_{41} = ((0.75, 0.95, 0.95, 1; 1, 1), (0.75, 0.95, 0.95, 1; 1, 1))$$

$$\tilde{v}_{42} = ((0.80, 1, 1, 1; 1, 1), (0.80, 1, 1, 1; 1, 1))$$

$$\tilde{v}_{43} = ((0.65, 0.85, 0.85, 0.95; 1, 1), (0.65, 0.85, 0.85, 0.95; 1, 1))$$

$$\tilde{v}_{51} = ((0.15, 0.30, 0.30, 0.60; 1, 1), (0.15, 0.30, 0.30, 0.60; 1, 1))$$

$$\tilde{v}_{52} = ((0.3, 0.55, 0.55, 0.81; 1, 1), (0.3, 0.55, 0.55, 0.81; 1, 1))$$

$$\tilde{v}_{53} = ((0.25, 0.55, 0.55, 0.80; 1, 1), (0.25, 0.55, 0.55, 0.80; 1, 1))$$

Hər bir alternativ üçün qeyri-səlis müsbət ideal həll və qeyri-səlis neqativ ideal həllər arasında $d^{U^+}(x_j)$, $d^{L^+}(x_j)$, $d^{U^-}(x_j)$ və $d^{L^-}(x_j)$, $j = \overline{1,3}$ normallaşdırılmış Euklid məsafəsi müəyyən olunur¹².

j	$d^{U^+}(x_j)$	$d^{L^+}(x_j)$	$d^{U^-}(x_j)$	$d^{L^-}(x_j)$
1	1.9	1.9	3.4	3.4
2	1.2	1.2	4.1	4.1
3	1.55	1.55	3.75	3.75

$C^*(x_j)$, $j = \overline{1,3}$ - nisbi yaxınlıq dərəcəsi hesablanır və nəticələr aşağıda göstərilmişdir:

j	$C_1(x_j)$	$C_2(x_j)$	$C^*(x_j)$
1	0.65	0.65	0.65
2	0.75	0.75	0.75
3	0.70	0.70	0.70

¹²Ghaemi Nasab, F., & Rostamy-Malkhalifeh, M. (2010). Extension of TOPSIS for group decision-making based on the Type-2 fuzzy positive and negative ideal Solutions. Int. J. Industrial Mathematics Vol. 2, No. 3 (2010) 199-213

Sonda, hər bir alternativin nisbi yaxınlıq dərəcəsi arasında müqayisə aparılır. $C^*(x_1) < C^*(x_3) < C^*(x_2)$ olduğundan, uyğun olaraq $x_1 < x_3 < x_2$ olur və ikinci təchizatçı ən uyğun hesab olunur.

Liman seçimi məsələsi 2-ci tip qeyri-səlis qərar qəbuletmə üsulu vasitəsilə həll edilmişdir. Liman seçimi qərarı, beynəlxalq miqyasda yük daşımalarını həyata keçirmək üçün global bir şəbəkə olan gəmiçilik yolları tərəfindən təklif olunur. Bu işdə liman seçimi məsələsi 2-ci tip qeyri-səlis qərar qəbuletmə üsulu ilə həll edilir. Ən uyğun limanın seçilməsi üçün üç alternativ - A_1, A_2, A_3 və dörd əsas meyar - C_1 -liman performans, C_2 -limanın münasibliyi, C_3 -liman ənənələri və C_4 -dövlət yardımı istifadə edilmişdir. Meyarların müqayisəli çəkilər $w_1 = 0.35, w_2 = 0.3, w_3 = 0.20, w_4 = 0.15$ olaraq təyin edilmişdir. Fərz edək ki, linqvistik performans reytingi aşağıdakı kimi göstərilmişdir.

Meyar	C_1 - performans	C_2 - əlçatanlıq	C_3 - ənənə	C_4 - dövlət qiymətləndirməsi
A_1	Yuxarı	Yuxarı	Yuxarı	Orta
A_2	Orta	Orta	Yuxarı	Yuxarı
A_3	Orta	Çox yuxarı	Orta	Çox yuxarı

Burada,

Çox yuxarı = $\langle 0.8, 0.9, 1, 1, 1; 0.8, 0.9, 1, 1, 0.9 \rangle$

Yuxarı = $\langle 0.7, 0.9, 1, 1, 1; 0.7, 0.9, 1, 1, 0.8 \rangle$

Orta = $\langle 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 1; 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.6 \rangle$

Ən uyğun limanı seçmək üçün, U faydalılıq funksiyasının maksimum qiymətinə malik olan alternativ (liman 1, liman 2, liman 3) müəyyən olunur:

$$\tilde{U}(A^*) = \max \tilde{U}(A_i); \quad A_i \in A \quad (49)$$

İlk addımda liman seçimi üçün aşağıdakı qərar matrisi qurulur:

D matrisinin elementləri aşağıdakı kimi təyin edilir.

$$\begin{aligned} \tilde{d}_{11} = \tilde{d}_{12} = \tilde{d}_{13} = \tilde{d}_{23} = \tilde{d}_{24} &= \langle 0.7, 0.9, 1, 1, 1; 0.7, 0.9, 1, 1, 0.8 \rangle \\ \tilde{d}_{22} = \tilde{d}_{32} = \tilde{d}_{34} &= \langle 0.8, 0.9, 1, 1, 1; 0.8, 0.9, 1, 1, 0.9 \rangle \\ \tilde{d}_{14} = \tilde{d}_{21} = \tilde{d}_{31} = \tilde{d}_{33} &= \langle 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 1; 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.6 \rangle \end{aligned}$$

Sonra D qərar matrisi normallaşdırılır, bu halda elementlər aşağıdakı kimi olur:

$$\begin{aligned} \tilde{d}_{11} = \tilde{d}_{12} = \tilde{d}_{13} = \tilde{d}_{23} = \tilde{d}_{24} &= \langle 0.4, 0.7, 0.7, 0.8, 1; 0.4, 0.7, 0.7, 0.8, 0.8 \rangle \\ \tilde{d}_{22} = \tilde{d}_{32} = \tilde{d}_{34} &= \langle 0.7, 0.9, 1, 1, 1; 0.7, 0.9, 1, 1, 0.9 \rangle \\ \tilde{d}_{14} = \tilde{d}_{21} = \tilde{d}_{31} = \tilde{d}_{34} &= \langle 0, 0.16, 0.33, 0.5, 1; 0, 0.16, 0.33, 0.5, 0.6 \rangle \end{aligned}$$

Hər üç liman üçün faydalılıq funksiyası aşağıdakı kimi hesablanır:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_{A_1} &= \tilde{d}_{11}C_1 + \tilde{d}_{12}C_2 + \tilde{d}_{13}C_3 + \tilde{d}_{14}C_4 \\ \tilde{U}_{A_2} &= \tilde{d}_{21}C_1 + \tilde{d}_{22}C_2 + \tilde{d}_{23}C_3 + \tilde{d}_{24}C_4 \\ \tilde{U}_{A_3} &= \tilde{d}_{31}C_1 + \tilde{d}_{32}C_2 + \tilde{d}_{33}C_3 + \tilde{d}_{34}C_4 \end{aligned}$$

$$\tilde{U}_{A_1} = \langle 0.47, 0.81, 0.86, 0.95, 1; 0.47, 0.81, 0.86, 0.95, 0.801 \rangle$$

$$\tilde{U}_{A_2} = \langle 0.38, 0.60, 0.67, 0.81, 1; 0.38, 0.60, 0.67, 0.81, 0.851 \rangle$$

$$\tilde{U}_{A_3} = \langle 0.21, 0.44, 0.45, 0.53, 1; 0.21, 0.44, 0.45, 0.53, 0.803 \rangle$$

Ən uyğun limanı müəyyənləşdirmək üçün $\tilde{U}_{A_1}, \tilde{U}_{A_2}, \tilde{U}_{A_3}$ faydalılıq funksiyaları ranqlaşdırılır. Fərz edək ki, qərar verən şəxs optimistkdir- $\lambda = 0.7$ -dir. Müxtəlif alternativlər üçün gözləmə qiyməti aşağıdakı kimi hesablanır.

$$E_{\lambda}(A) = \frac{E_{\lambda}(A^L) + E_{\lambda}(A^U)}{2} \quad (50)$$

$$E_{\lambda}(A_1^U) = 1[(1-0.7)(0.47+0.81) + 0.7(0.86+0.95)]/2 = 0.82$$

$$E_{\lambda}(A_1^L) = 0.8[(1-0.7)(0.47+0.81) + 0.7(0.86+0.95)]/2 = 0.66$$

$$EV_{U_{A_1}} = 0.74$$

$$E_{\lambda}(A_2^U) = 1[(1-0.7)(0.38+0.60) + 0.7(0.67+0.81)]/2 = 0.66$$

$$E_{\lambda}(A_2^L) = 0.85[(1-0.7)(0.38+0.60) + 0.7(0.67+0.81)]/2 = 0.56$$

$$EV_{U_{A_2}} = 0.61$$

$$E_{\lambda}(A_3^U) = 1[(1-0.7)(0.21+0.44) + 0.7(0.45+0.53)]/2 = 0.44$$

$$E_{\lambda}(A_3^L) = 0.8[(1-0.7)(0.21+0.44) + 0.7(0.45+0.53)]/2 = 0.35$$

$$EV_{U_{A_3}} = 0.40$$

Hesablamadan və ranqlaşdırmadan sonra müəyyən edilir ki, ən uyğun liman A_1 -dir.

Çoxmeyarlı qərar qəbuletmə metodu əsasında avadanlıq seçimi. Avadanlıq seçmə prosesi layihələndirmə prosesinin ilk mərhələsində nəzərə alınır, çünki avadanlıq seçimi prosesi müştəri məmnuniyyəti üçün vacib olan keyfiyyəti, maliyyəni və etibarlılığı nəzərə alır. Müvafiq avadanlıq seçimində nəzərə alınacaq bir sıra texniki meyarlar vardır:

-İstehsal gücü: ehtiyac olan avadanlıq məhsulların tələb olunan miqdarı, yeniliyi və keyfiyyəti marketing tədqiqat ilə müəyyən edilir.

-Məhsul növü: Avadanlıq seçmə məsələsində məhsul (lar) növü vacib bir amildir.

-Məhsul müxtəlifliyi: məhsul müxtəlifliyi tələb olunduqda, az və ya çox miqdarda uyğun avadanlıq seçilməlidir.

-Avadanlıqların avtomatlaşdırılması səviyyəsi: Avadanlıqların avtomatlaşdırma səviyyəsi avadanlıqların sayı, növü və ölçüsü, istehsal sürəti və rahatlıq və s. proseslərə təsir göstərən vacib amildir.

Avadanlıq seçərkən avadanlıqların alınması qiyməti və nəqliyyat xərcləri, quraşdırma xərcləri, əməliyyat xərcləri, təmir xərcləri və ehtiyat hissələrinin dəyəri kimi müxtəlif xərcləri də nəzərə almaq lazımdır. Avadanlıqların ətraf mühitə təsiri baxımından qiymətləndirilməsində ilk addım ən yaxşı olduğu iddia edilən bir sıra alternativ texnologiyaların müəyyənəşdirilməsidir. Meyarlar hər bir alternativ üçün təyin edilən ətraf mühitin çirkləndirilməsi dərəcəsi, istehsal olunan məhsulların ətraf mühitə mənfi təsir səviyyələridir. Əsas məqsəd ətraf mühitə mənfi təsirlərin hərtərəfli qarşısının alınması və ya minimuma endirilməsini ən yaxşı şəkildə təmin edən optimal texnoloji alternativini seçməkdir. Hər bir meyarın öz çəkisi - ətraf mühitə təsiri baxımından nisbi əhəmiyyəti vardır. Avadanlıq seçimi prosesində qərar qəbul etmə çox böyük qeyri-müəyyənlik şəraitində və bir sıra meyarlar nəzərə alınmaqla aparılır. Bu şəraitdə qərarvermə problemini həll etmək üçün qeyri-səlis ədədlər üzərində interval aproksimasiyası metodu tətbiq edilir. İnterval arasındakı Hamming məsafəsi və təxmin edilən ədədlərin sayı müəyyənəşdirilir və L-R tipli qeyri-səlis ədədlər üçün təxmini intervalı əks etdirən modeli müəyyənəşdirilir. Fərz edək ki, C_1 - texnoloji, C_2 - iqtisadi, C_3 - ekoloji və C_4 - sosial meyarlar əsasında üç A_1 , A_2 , A_3 avadanlıqları arasında seçim aparmaq lazımdır. Avadanlıqların seçimi haqqında qərar qəbul etmək üçün qeyri-səlis ədədlərin interval aproksimasiyası metodunu tətbiq edək qərar vermək üçün qərar verən şəxsin üstünlük biliyinin linqvistik termlərlə ifadəsi aşağıda göstərilmişdir.

Meyarlar	A_1	A_2	A_3
C_1 -texnoloji	Çox yaxşı	Yaxşı	Orta
C_2 -iqtisadi	Yaxşı	Yaxşı	Çox yaxşı
C_3 -ekoloji	Orta	Çox yaxşı	Yaxşı
C_4 -sosial	Yaxşı	Orta	Yaxşı

Meyarların çəkirlərinin $W=\{0.3, 0.2, 0.2, 0.1, 0.2\}$ üstünlük biliyinin linqvistik termlərlə ifadəsi aşağıda göstərilmişdir.

Meyarlar	A_1	A_2	A_3
C_1 -texnoloji	Çox yaxşı	Yaxşı	Orta
C_2 -iqtisadi	Yaxşı	Yaxşı	Çox yaxşı
C_3 -ekoloji	Orta	Çox yaxşı	Yaxşı

olduğunu qəbul edək.

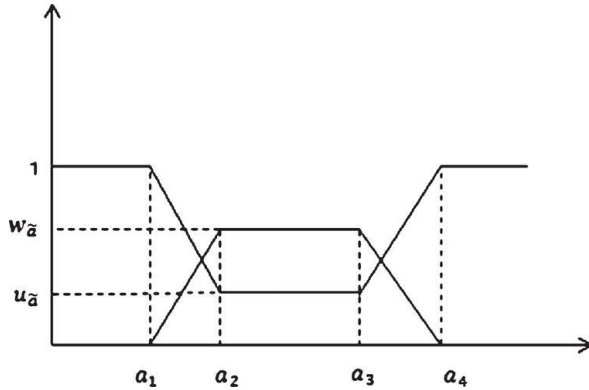
Linqvistik termlərin qeyri-səlis ədədlərlə ifadəsi aşağıdakı kimidir:

Çox yaxşı = $\langle 0.8, 0.9, 1, 1 \rangle$

Yaxşı = $\langle 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 \rangle$

Orta = $\langle 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 \rangle$

Qeyri-səlis ədədin gözlənilən intervalının tapılması Hamming məsafəsinə əsaslanır və şəkil 4-də göstərilmişdir.



Şəkil 4. İnterval və qeyri-səlis A ədədləri arasındakı Hamming məsafəsi.

Bu metodologiyanın tətbiqi aşağıdakı qaydaları əhatə edir.

Qayda 1. Əgər A -ədədi qeyri-səlis ədəddirsə L-R sağ və sol budaqların müəyyənləşdirilməsi üçün aşağıdakı düsturlardan istifadə edilir:

$$W_A = \bar{a} - \underline{a} + \alpha_A * \lambda + \beta_A * \rho \quad (51)$$

$$L\left(\frac{\underline{a} - x}{\alpha}\right) = 1 - \left(\frac{\underline{a} - x}{\alpha}\right); R\left(\frac{x - \bar{a}}{\beta}\right) = 1 - \left(\frac{x - \bar{a}}{\beta}\right) \quad (52)$$

Qayda 2 . Əgər, $\lambda = \rho$ olarsa, onda

$$z_0 = \underline{a} - \alpha_A \lambda$$

Burada, z_0 - α -kəsiyini əhatə edən qiymətdir. λ -ədədi, α və β sol və sağ yayılmanı ifadə edir. \underline{a} və \bar{a} uyğun olaraq qeyri-səlis A -ədədinin universumunun aşağı və yuxarı sərhədləridir.

Qayda 3. Ən yaxşı A interval aproksimasiyası aşağıdakı kimi hesablanır:

$$I_{z_0} = [z_0, z_0 + W_A] \quad (53)$$

Qayda 4. Bu hesablamalarda

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mu_A(x) dx = W_A < \infty \quad (54)$$

olduğu nəzərə alınıb.

Seçimi təyin etmək üçün qeyri-səlis faydalılıq funksiyasından istifadə edirik:

$$U(A^*) = \max U(A_i); \quad A_i \in A \quad (55)$$

Məsələnin həlli aşağıdakı kimi aparılır:

"Çox yaxşı" termi üçün

$$L = 1 - \left(\frac{0.5 - x}{0.5 - 0.4} \right); \quad R = 1 - \left(\frac{x - 0.6}{0.7 - 0.6} \right)$$

"Yaxşı" termi üçün

$$L = 1 - \left(\frac{0.7 - x}{0.7 - 0.6} \right); \quad R = 1 - \left(\frac{x - 0.8}{0.9 - 0.8} \right)$$

"Orta" termi üçün

$$L = 1 - \left(\frac{0.9 - x}{0.9 - 0.8} \right); \quad R = 1 - \left(\frac{x - 1}{1 - 1} \right)$$

$$\lambda = \int_0^1 L(t) dt = \int_0^1 (1 - t) dt = 1 - \frac{1}{2} - 0 = 0.5$$

$$\rho = \int_0^1 R(t) dt = \int_0^1 (1 - t) dt = 0.5$$

"Çox yaxşı" termi üçün

$$W_A = (1 - 0.9) + 0.1 * 0.5 = 0.1 + 0.05 = 0.15$$

$$z_0 = \underline{a} - \alpha * \lambda = 0.9 - 0.1 * 0.5 = 0.85$$

$$[z_0, z_0 + W_A] = [0.85, 0.85 + 0.15] = [0.85, 1]$$

"Yaxşı" termi üçün

$$W_A = (0.8 - 0.7) + 0.1 * 0.5 + 0.1 * 0.5 = 0.1 + 0.1 = 0.2$$

$$z_0 = \underline{a} - \alpha * \lambda = 0.7 - 0.1 * 0.5 = 0.65$$

$$[z_0, z_0 + W_A] = [0.65, 0.65 + 0.2] = [0.65, 0.85]$$

"Orta" termi üçün

$$W_A = (0.6 - 0.5) + 0.1 * 0.5 + 0.1 * 0.5 = 0.1 + 0.1 = 0.2$$

$$z_0 = \underline{a} - \alpha * \lambda = 0.5 - 0.1 * 0.5 = 0.5 - 0.05 = 0.45$$

$$[z_0, z_0 + W_A] = [0.45, 0.45 + 0.2] = [0.45, 0.65]$$

Son addımda, hər 3 alternativ üçün faydalılıq funksiyasının hesablamasını həyata keçiririk:

$$\begin{aligned} U_{A_1} &= d_{11} * C_1 + d_{12} * C_2 + d_{13} * C_3 = \\ &= [0.3, 0.3] + [0.2, 0.17] + [0.1, 0.2] + [0.06, 0.08] = [0.66, 0.75] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{A_2} &= d_{21} * C_1 + d_{22} * C_2 + d_{23} * C_3 = \\ &= [0.2, 0.3] + [0.2, 0.2] + [0.2, 0.2] + [0.04, 0.06] = [0.64, 0.76] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{A_3} &= d_{31} * C_1 + d_{32} * C_2 + d_{33} * C_3 = \\ &= [0.1, 0.2] + [0.2, 0.2] + [0.13, 0.17] + [0.06, 0.08] = [0.49, 0.65] \end{aligned}$$

Beləliklə, hər bir alternativ üçün faydalılıq funksiyası aşağıdakı kimi alınır:

$$U_{A_1} = [0.66, 0.75]; U_{A_2} = [0.64, 0.76]; U_{A_3} = [0.49, 0.65]$$

Müəyyən olunmuş intervalları müqayisə etsək, U_{A_1} və U_{A_2} müqayisə edərək aşağıdakı məsafəni alarıq:

$$d(I, J) = \frac{0.66 - 0.64}{|(0.66 - 0.64) + (0.75 - 0.76)|} = \frac{0.02}{0.01} = 2$$

U_{A_2} və U_{A_3} müqayisə edərək aşağıdakı məsafəni alarıq:

$$d(I, J) = \frac{0.64 - 0.49}{|(0.64 - 0.49) + (0.76 - 0.65)|} = \frac{0.15}{0.26} = 0.57$$

U_{A_1} və U_{A_3} faydalılıq funksiyalarının müqayisə edərək aşağıdakı məsafəni alarıq:

$$d(I, J) = \frac{0.66 - 0.49}{|(0.66 - 0.49) + (0.75 - 0.65)|} = \frac{0.17}{0.27} = 0.63$$

Müqayisə nəticəsində $d(I, J)$ məsafəsinin ən böyük qiyməti U_{A_1} və U_{A_2} faydalılıq funksiyalarının müqayisəsindən alınır. Bu da onu göstərir ki, avadanlıq seçimi üçün ən yaxşı alternativ A_1 alternatividir.

Z-informasiyası vasitəsilə istehsalatda tələbatın proqnozlaşdırılması məsələsinə baxaq. Rəqabət üstünlüyü qazanmaq üçün istehsalçılar sürətlə dəyişən dünyaya uyğunlaşmalı, yeni məhsullar istehsal etməli və müştəri xidməti göstərməlidirlər. Bu səbəbdən, tələbatın proqnozlaşdırılması vacib məsələlərdən biridir. Tələb proqnozu tədarük zənciri üçün vacibdir. Bu bölmədə istehsalatda tələbatın müəyyənləşdirilməsi məsələsi Z-ədədlər

əsasında araşdırılır və proqnozlaşdırma modeli yeni yanaşma olan Z-reqressiya modelinə əsaslanır.

Fərz edək ki, məhsula olan tələbat qeyri müəyyənlik şəraitində üç dəyişəndən asılıdır: qiymət, keyfiyyət və gözləmə zamanı. Tələbatın proqnozlaşdırılması üçün verilən giriş və çıxış informasiyaları Z-ədədlərlə ifadə olunur. Əsas məsələ Z-ədədli verilənlərdən istifadə etməklə tələbatla (D) qiymət (P), keyfiyyət (Q) və gözləmə zamanı (L) arasında asılılıq əlaqəsinin qurulmasıdır. Bu məqsədlə Z-reqressiya anlayışından istifadə edəcəyik. Dəyişənlər arasında asılılıq aşağıdakı kimidir:

$$Z_D = F(Z_P, Z_Q, Z_L) \quad (56)$$

Fərz edək ki, F funksiyası aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$Z_D = C_1 Z_P + C_2 Z_Q + C_3 Z_L \quad (57)$$

Z-verilənlər fraqmenti cədvəl 4-də göstərilmişdir.

Cədvəl 4. Z-verilənlər fraqmenti

Qayda №	Əgər (İf) hissəsi			Onda (Then) hissəsi
	P (Qiymət)	W (Keyfiyyət)	L (Gözləmə)	D (Tələbat)
1	ÇA, Ə	ÇA, Ə	ÇA, ÇƏ	Y, Ə
2	ÇA, Ə	ÇA, ÇƏ	ÇA, ÇƏ	NY, ÇƏ
3	ÇA, Ə	M, Ə	ÇA, Ə	ÇY, Ə
..				
6	ÇA, NƏ	ÇA, ÇƏ	A, ÇƏ	Y, Ə
7	ÇA, NƏ	A, ÇƏ	A, Ə	Y, ÇƏ
⋮				

Burada, ÇA –çox aşağı, NA-nisbətən aşağı, A- aşağı, O- orta, Y – yüksək, NY- nisbətən yüksək , ÇY-çox yüksək, NƏ- nisbətən əmin, Ə- əmin, ÇƏ- çox əmin kimi ifadə olunur.

$$NƏ = [0.5, 0.6, 0.7] ; \quad Ə = [0.6, 0.7, 0.8] ; \quad ÇƏ = [0.7, 0.8, 0.9]$$

Qiymət üçün : ÇA =[11,12], A =[12,14], O=[14,16], Y =[16,18], ÇY =[18,19]

Keyfiyyət üçün : ÇA =[7,9], A =[9,13], O =[13,17], Y =[17,21], ÇY =[21,25]

Gözləmə zamanı üçün : ÇA =[2,4], A =[4,8], O =[8,12], Y =[12,16], ÇY =[16,18]

Tələbat üçün : ÇA =[1,1.5], NA =[1.5,2.5], A =[2.5,3.5], O =[3.5,4.5], Y =[4.5,5.5], NY =[5.5,6.5], ÇY =[6.5,7]

5-ci fəsildən istifadə edərək aşağıdakı qiymətləri alırıq:

$$C_1 = 0.25, \quad C_2 = 0.237, \quad C_3 = -0.02$$

Modelin qurulmasında istifadə edilən verilənlər üçün dəqiqlik- $D=1.08$ olur. Test üçün verilənlər fraqmenti cədvəl 5-də göstərilmişdir.

Cədvəl 5. Test üçün Z-verilənlər

Qayda №	Əgər (İf) hissəsi			Onda (Then) hissəsi
	P	W	L	D
1	ÇA, Ə	ÇA, Ə	O, ÇƏ	Y, Ə
2	ÇA, Ə	A, ÇƏ	O, Ə	Y, ÇƏ
3	ÇA, ÇƏ	O, Ə	O, Ə	NY, Ə
4	ÇA, ÇƏ	Y, Ə	O, ÇƏ	NY, Ə
5	ÇA, Ə	ÇY, Ə	O, NƏ	NY, NƏ

Test üçün $D_T = 1.14$ olur.

Beləliklə, qeyri-müəyyən informasiya şəraitində istehsala olan tələbatı proqnozlaşdırarkən çıxış dəyişəni olan tələbat və giriş dəyişənləri olan qiymət, keyfiyyət və gözləmə zamanı Z -ədədlərlə ifadə olunmuş və Z -proqnozlaşdırma modeli tətbiq olunmuşdur.

Dinamik sistem olan koklaşdırma kompleksinin avtomatlaşdırılmış idarəetmə sisteminin yaradılması ilə bağlı aparılan araşdırmalarda mərkəzi yeri konkret informasiya şəraiti, yəni, mühitin qeyri-müəyyənliyi nəzərə alınmaqla koks istehsalının identifikasiyası və optimal idarə olunması məsələləri tutur¹³. Ləngidilmiş koklaşma qurğusu çoxsəviyyəli, iyerarxik xarakterə malikdir. Reaksiya kamerasında koksun qurulması və kompleksdə texnoloji rejimin saxlanması keyfiyyət dəyişməsinin (xüsusi çəkisinin) və xammal istehlakının dərəcəsindən çox asılıdır. Reaksiya kamerasında koksun qurulması prosesi, təkrar xammalın tərkibini və temperaturunu, həmçinin bu kameraya verilən fleqma temperaturunu dəyişdirməklə idarə olunur. Təkrar xammalın tərkibi ilkin xammalın tərkibindən və distillə sütununun aşağı hissəsindəki rejimdən asılıdır, dolayısı olaraq resirkulyasiya əmsalı- K ilə xarakterizə olunur. Reaksiya kamerasındakı temperatur rejimi, həm də kokslama prosesinin çəkisindən, sobanın çıxışındakı fleqmanın temperaturundan, reaksiya kamerasının üst hissəsinin temperaturundan və müəyyən dərəcədə sistemdəki təzyiqdən asılıdır. Resirkulyasiya əmsalı, təkrar xammalın temperaturu, yüngül fleqmanın temperaturu və reaksiya kamerasının yuxarı hissəsinin temperaturu nəzarət parametrləri hesab olunur. Kokslama prosesinin qeyri-səlis modelinin müəyyənləşdirilməsi zamanı obyektə identifikasiya etmək üçün kokslama prosesində tələb

¹³ Mamedova G.A., Aliyeva K.R. Fuzzy optimal control of coke production. Journal "Oil and gas", Moscow, 1987.

olunan sayda müşahidə aparılır. Müşahidənin nəticələri aşağıda göstərilmişdir.

N	X_1	X_2	u_{11}	u_{12}	u_{13}	u_{14}	u_2	u_3	u_4	Y
1	0.9453	70	26.8	26.8	25.6	25.2	490	515	420	0
2	0.9453	80	26.0	26.0	24.8	25.6	492	515	425	23.1
3	0.9453	80	26.6	26.6	25.6	25.2	485	515	425	48.2
4	0.9453	76	26.4	25.0	25.0	26.4	486	512	425	74.0
5	0.9453	76	26.4	25.0	25.0	26.4	498	520	425	99.6
6	0.9453	70	26.6	25.6	25.6	25.2	485	515	425	48.2
7	0.9456	70	27.0	25.0	25.0	25.6	498	520	425	147.4
8	0.9456	70	27.0	25.0	25.0	28.4	498	520	425	169.5
9	0.9456	70	27.0	25.0	25.0	26.4	498	520	425	192.9
10	0.9456	70	26.4	25.0	25.0	25.6	498	520	425	216.0
11	0.9456	76	26.4	25.4	25.6	24.4	490	510	424	239.2
12	0.9456	76	26.4	26.4	25.6	24.0	495	510	423	264.0
13	0.9436	76	26.4	26.4	25.6	24.0	492	510	420	268.6
14	0.9436	76	26.4	26.4	25.6	24.0	490	510	420	313.4
15	0.9436	76	26.4	26.4	25.6	24.0	490	520	410	338.3
16	0.9436	76	26.8	26.4	25.4	24.8	490	520	410	363.3
17	0.9436	76	26.8	26.8	24.0	24.8	490	500	430	385.9
18	0.9436	76	26.8	26.8	24.2	24.8	490	515	430	408.5
19	0.9436	76	26.8	26.8	24.0	24.8	492	510	430	431.5
⋮										

Prosesin nəticəsi olan Y - çıxışı və son məhsulun – resirkulyasiya əmsali xammalın tərkibindən, həm də prosesin idarə olunması keyfiyyətindən asılıdır. Xammalın xüsusi çəkisinin və sərfiyatının kokslama prosesinə təsirinin təbiətini nəzərə alaraq, onları $X = \{X_1, X_2\}$ vektoru şəklində ifadə edirik, burada X_1 - xammal xüsusi çəkisi, X_2 - ilkin xammalın sərfidir. Verilən digər parametrlər- u_{11} - təkrar xammalın sərfi (I axın), u_{12} - təkrar xammalın sərfi (II axın), u_{13} - təkrar xammalın sərfi (III axın), u_{14} - təkrar xammalın sərfi (IV axın), u_2 - təkrar xammalın temperaturu, u_3 - yüngül qaz yağı temperaturu, u_4 - reaksiya kamerasının temperaturu, Y - koks çıxışıdır. Kameralarda yığılmış koksun ölçülə bilinməməsi, çıxışda alınan koks məhsulunun texnoloq-operator tərəfindən subyektiv qiymətləndirməsinə səbəb olur. Kokslama prosesinin dinamik xüsusiyyətlərini nəzərə alaraq, vəziyyəti təsvir etmək üçün qeyri-səlis xətti fərq tənliyi istifadə edilmişdir:

$$Y_{k+1} = a_0 \oplus Y_k \boxminus A_1 \oplus X_{1k} \boxminus A_2 \oplus \dots \oplus B_1 \boxminus U_{1k} \oplus \dots \oplus B_4 \boxminus u_{4k} \quad (58)$$

Beləliklə, kokslama prosesinin identifikasiyası məsələsinin həlli qeyri-səlis dinamik modellərin identifikasiyası metodu ilə $A_i (i = \overline{0, 2})$ və $B_j (j = \overline{1, 4})$ əmsallarının müəyyən olunmasına əsaslanır.

4-cü fəsildə verilmiş nəticələrdən istifadə edərək $A_i (i = \overline{0, 2})$ və $B_j (j = \overline{1, 4})$ əmsallarının aşağıdakı qiymətləri alınır:

$$A_0 = 0.00005$$

$$A_1 = 0.5/13.327 + 0.8/16.5935 + 1.0/24.763 + 0.8/26.4177 + 0.5/19.9155$$

$$A_2 = 0.5/0.0035 + 0.8/0.0152 + 1.0/-0.0236 + 0.8/-0.0232 + 0.5/-0.0065$$

$$B_1 = 0.5/-0.8245 + 0.8/-0.0465 + 1.0/-0.8241 + 0.8/-0.8205 + 0.5/-0.6164$$

$$B_2 = 0.5/0.0052 + 0.8/0.004 + 1.0/0.0038 + 0.8/0.0041 + 0.5/0.0077$$

$$B_3 = 0.5/0.005 + 0.8/0.0051 + 1.0/0.005 + 0.8/0.0051 + 0.5/0.007$$

$$B_4 = 0.5/0.0041 + 0.8/0.006 + 1.0/0.0053 + 0.8/0.0045 + 0.5/0.0092$$

Beləliklə koks qurğusunun qeyri-səlis dinamik modeli aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$\begin{aligned}
 Y_{k+1} &= 0.00005Y \oplus \\
 &\oplus (0.5/13.327+0.8/16.593+1.0/24.76+0.8/26.4177+0.5/19.915)z_{1k} \\
 &\oplus (0.5/0.0035+0.8/0.015+1.0/-0.0236+0.8/-0.023+0.5/-0.0065) x_{2k} \\
 &\oplus (0.5/-0.8245+0.8/-0.0465+1.0/-0.824+0.8/-0.820+0.5/-0.616)U_{1k} \\
 &\oplus (0.5/0.0052+0.8/0.004+1.0/0.0038+0.8/0.0041+0.5/0.0077) U_{2k} \\
 &\oplus (0.5/0.005+0.8/0.0051+1.0/0.005+0.8/0.0051+0.5/0.007) U_{3k} \\
 &\oplus (0.5/0.0041+0.8/0.006+1.0/0.0053+0.8/0.0045+0.5/0.0092)U_{4k}
 \end{aligned}$$

Koxsun istehsalında qeyri-səlis optimal idarəetmə məsələsinin qoyuluşu aşağıdakı kimidir.

Verilmiş (X_1) xammalın xüsusi çəkisi və (X_2) xammal sərfi daxilində texnoloji məhdudiyətləri nəzərə almaqla təkrar döviyyə (U_1) əmsalının, təkrar xammal üçün (U_2) temperaturunun, yüngül qaz yağının (U_3) temperaturunun və reaksiya kamerasının yuxarı hissəsindəki (U_4) temperaturunun elə qiymətlərini müəyyən etməli ki, reaksiya kamerasının sabit işləmə müddətində bir vəziyyətdən digərinə keçidi zamanı Y makismal koks miqdarını təmin etməli olsun. Riyazi cəhətdən bu problemi aşağıdakı kimi göstərmək olar: X_1 və X_2 həyəcanlandırıcı təsirlərin verilmiş qiymətlərində elə qeyri-səlis idarəetmə ardıcılığını tapmaq tələb olunur ki,

$$U_0 = (U_{10}, \dots, U_{40}), U_1 = (U_{11}, \dots, U_{41}), \dots, (U_{N1}, \dots, U_{4N}) \quad (59)$$

$$\begin{aligned}
 Y_{k+1} &= 0.00005Y \oplus \\
 &\oplus (0.5/13.327+0.8/16.5935+1.0/24.763+0.8/26.4177+0.5/19.915) x_{1k} \\
 &\oplus (0.5/0.0035+0.8/0.0152+1.0/-0.0236+0.8/-0.0232+0.5/-0.0065)z_{2k} \\
 &\oplus (0.5/-0.8245+0.8/-0.0465+1.0/-0.8241+0.8/-0.820+0.5/-0.616) U_{1k} \\
 &\oplus (0.5/0.0052+0.8/0.004+1.0/0.0038+0.8/0.0041+0.5/0.0077)U_{2k} \\
 &\oplus (0.5/0.005+0.8/0.0051+1.0/0.005+0.8/0.0051+0.5/0.007)U_{3k} \\
 &\oplus (0.5/0.0041+0.8/0.006+1.0/0.005+0.8/0.0045+0.5/0.009)U_{4k}
 \end{aligned}$$

$Y_0 = 0$ əsasında və mövcud məhdudiyyətləri daxilində $J = Y_N$ olsun. Məhdudiyyətlər aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned} U_{1k} &- \text{təqribən } (1.2; 1.8); \text{ intervalında olmalıdır} \\ U_{2k} &. - \text{təqribən } (495; 520) \text{ intervalında olmalıdır;} \\ U_{3k} &- \text{təqribən } (515; 520) \text{ intervalında olmalıdır;} \\ U_{4k} &= 455 \end{aligned} \tag{60}$$

Optimallaşdırma prosesinin riyazi yazılışı aşağıdakı kimidir:

$$J = Y_N \tag{61}$$

$$Y_{k+1} = f(X_{1k}, X_{2k}, U_{1k}, \dots, U_{4k}, Y) \tag{62}$$

$$Y_0 = 0$$

$$U_{1k} \in (1.2; 1.8); U_{2k} \in (495; 520); U_{3k} \in (515; 520); U_{4k} = 455.$$

Kokslama prosesinin optimal idarəetmə¹⁴ problemi məsələsinin həlli aşağıdakı ardıcılıqla aparılır.

Əvvəlcə, qeyri-səlis məqsədi və məhdudiyyətləri ifadə edən qeyri-səlis G^N və U_K çoxluqlarının mənsubiyyət funksiyalarını təyin edirik. Mənsubiyyət funksiyasını aşağıdakı kimi quraq:

$$\mu_{G^N}(Y_N) = \exp(-\tau_0 |Y_N - b_0|) \tag{63}$$

¹⁴ Mamedova G.A., Aliyeva K.R. Fuzzy optimal coke production control. Journal "Oil and gas", Moscow, 1988.

Analoji olaraq, $U_i (i = \overline{1,4})$ $\mu_u(U_{ik})$ qeyri-səlis məhdudiyətin mənsubiyyət funksiyasını quraq:

$$\begin{aligned} \mu_u(U_{ik}) &= \{1 + d_i (U_{ik} - b_i)^{r_i}\}^{-1}, r_i > 0 \\ d_i (i = 1, 4) &= \text{const}, r_j (j = 1, 4) = \text{const} \end{aligned}$$

Bu halda optimallaşdırma məsələsinin həlli aşağıdakı kimi müəyyən olunur:

$$D = U_1 \cap U_2 \cap \dots \cap U_{N-1} \cap G^N \quad (64)$$

Mənsubiyyət funksiyası termləri ilə məsələnin həllini aşağıdakı kimi ifadə etmək olar:

$$\mu_D(U_D, \dots, U_{N-1}) = \{(\mu_u(U_0), \dots, \mu_{N-1}(U_{N-1}), \mu_{G^N}(Y_N))\} \quad (65)$$

(65) -də Y_N -in vəziyyətini Y_0, U_0, \dots, U_{N-1} kimi ifadə etmək olar.

Sonra yuxarıdakı problem aşağıdakı kimi göstərilə bilər: μ_D -ni maksimallaşdıran $\mu_{u_0}, \dots, \mu_{u_{N-1}}$ ardıcılığını tapmaq. (65) bərabərliyinin həllini $U_K^* = \prod(Y_K)$, $K = 0, \overline{N-1}$. şəklində ifadə etmək əlverişlidir. Bu, aşağıdakı problemin həllinə gəlir:

$$\begin{aligned} \mu_D(U_0^*, \dots, U_{N-1}^*) &= \max u_0, \dots, \max u_{N-1} \min\{(\mu_{u_0}(U_0), \dots, \\ &\mu_{u_{N-2}}(U_{N-2}), \mu_{u_{N-1}}(U_{N-1}), \mu_{G^N}(f(Y_{N-1}, U_{N-1}))\} \end{aligned} \quad (66)$$

(66) tənliyini həll etmək üçün qeyri-səlis dinamik proqramlaşdırma metodundan istifadə edirik. Bu vəziyyətdə rekurrent tənliklər sistemi aşağıdakı formada olur:

$$\begin{aligned} \mu_{G^{N-v}}(Y_{N-v}) &= \max U_{N-v} \min\{\mu_{U_{N-v}}(U_{N-v}), \mu_{G^{N-v+1}}(Y_{N-v+1})\}, \\ Y_{N-v+1} &= f(Y_{N-v}, U_{N-v}), v = \overline{1, N} \end{aligned}$$

(66) tənliyi qeyri-səlis dinamik proqramlaşdırma metodu ilə həll edilir. Kokslama prosesində idarəetmə parametrlərinin optimal qiymətlərinin hesablanması reaktorun işinin başlanğıcında müəyyən olunur. Bu nəticələr kokslama prosesinin parametrlərinin həm cari, həm də tövsiyə olunan optimal dəyərlərini əks etdirir (cədvəl 6).

Cədvəl 6. Kokslama prosesinin parametrlərinin cari və tövsiyə olunan optimal qiymətləri:

N	Yana- cağın sıxlığı	Yan. isteh lakı	Resirk. əmsalı	Resirk. temp.	Qaz yağı temp.	Yuxarı kalon temp.	Koks İstehsalı
Cari rejim							
23	0.987	165	1.14	505.0	489.0	445.0	
Optimal həll							
13	0.995	160	1.35	496.0	515.0	448.0	Təxm. 25
15	0.995	160	1.35	496.0	515.0	448.0	Təxm. 25
17	0.995	160	1.35	496.0	515.0	448.0	Təxm. 66
19	0.995	160	1.35	496.0	515.0	448.0	Təxm. 66
21	0.995	160	1.35	496.0	515.0	448.0	Təxm.106
23	0.987	165	1.35	496.0	515.0	448.0	Təxm.146
1	0.987	165	1.35	501.0	485.0	441.0	Təxm.186
3	0.987	165	1.35	501.0	485.0	441.0	Təxm.226
5	0.987	165	1.35	501.0	485.0	441.0	Təxm.266
7	0.987	165	1.35	501.0	485.0	441.0	Təxm.306
9	0.987	165	1.35	501.0	485.0	441.0	Təxm.346
11	0.987	165	1.35	501.0	485.0	441.0	Təxm.386
13	0.987	165	1.35	501.0	485.0	441.0	Təxm.426
15	0.987	165	1.35	501.0	485.0	441.0	Təxm.466

NƏTİCƏ

Dissertasiya işində əldə edilmiş əsas **elmi nəticələr** aşağıdakı kimidir:

1. Qərar qəbuletmə nəzəriyyəsində və onun tədqiqində qərar qəbuledən şəxs və ya qrupun preferensinin (üstünlüyünün) adekvatlığı mövcud qeyri-müəyyənliyin nəzərə alınmasından çox asılıdır. Bu baxımdan, dissertasiya işində daha dərin qeyri-müəyyənliyi nəzərə almaq üçün 2-ci tip qeyri-səlis preferenslərin formalaşdırılması tədqiq olunmuş və müxtəlif real həyat məsələlərində tətbiq olunmuşdur.

2. Mövcud elmi ədəbiyyatda, əsasən, verilən və ya əldə olunan informasiyanın etibarlılığının tam olması nəzərdə tutulur. Lakin mürəkkəb real qərar qəbuletmə problemlərində istər ekspertlərin verdiyi fikirlər, istərsə də verilənlər sürüsü vasitəsilə alınan biliklər çox zaman tam etibarlı olmur. Tam etibarlı olmayan informasiya şəraitində Z-ədədlər nəzəriyyəsi əsasında Z-ədədli preferens (üstünlük dərəcəsi) formalaşdırılmasına və təhlilinə baxılmışdır.

3. Leontyev iqtisadi giriş-çıkış modelində, xətti proqramlaşdırma əsasında qərar qəbuletmədə geniş istifadə olunan xətti tənliklər sisteminin həlli bimodal mühit üçün təhlil olunmuş və dəqiq və təxmini həll üsulları təklif olunmuşdur.

4. Bir sıra qərar qəbuletmə metodlarının mövcud biliklərin aqreqasiyasına əsaslandığını nəzərə alaraq bimodal informasiyanın aqreqasiya üsulu təklif olunmuşdur.

5. Qeyri-səlis və ehtimal qeyri-müəyyənlikləri ilə xarakterizə olunan qərar qəbuletmə və idarəetmə obyektlərini modelləşdirmək üçün dəyişənləri və əmsalları Z-ədəd olan reqressiya modelinin qurulması üsulu təklif olunmuşdur. Üsulun üstünlüyü hesablama baxımından mürəkkəbliyin azaldılmasıdır.

6. Klassik Delfi üsulu tam etibarlı və adi ədədlərlə təsvir olunan informasiya şəraiti üçün yararlı olmasına baxmayaraq və əsasən ekspertlər qrupunun biliklərinə əsaslanarsa da bu biliklərin transformasiyası onun geniş istifadə olunmasına mane olur. Bunu nəzərə alaraq, ilk dəfə olaraq qeyri-səlis Delfi üsulu təklif olunmuşdur. Bu üsulun faydalı və

dürüst olduğunu Research Gate-də 3300 dəfədən çox istifadə olunması göstərir.

7. Çoxmərhələli qərar qəbuletmə üsuluna qeyri-səlis dinamik proqramlaşdırma əsasında baxılmış və həll proseduru təklif olunmuşdur.

8. Dissertasiya işində alınmış elmi tapıntılar geniş spektrdə biznes, iqtisadiyyat, sənaye sahələrində qərar qəbuletmə və çoxmərhələli idarəetmə problemlərinin həllinə tətbiq olunmuşdur. Praktiki nəticələr təklif olunmuş qərar qəbuletmə vasitələrinin yararlılığı, praktikliyi və elmi dürüstlüyü təsdiq etmişdir.

Dissertasiyanın əsas məzmunu aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Aliyeva K.R., R.R. Aliev, O.N. Huseynov. Aggregation Of an Expert Group Opinion Under Z-Information. Proceedings of the Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control, 2015, pp. 115-124.
2. Aliyeva K.R., R.R. Aliev, O.H. Huseynov. Z-valued T-norm and T-conorm operators-based aggregation of partially reliable information. Procedia Computer Science, 2016, №: 102, pp.12-17.
3. Aliyeva K.R., R.R. Aliev, O.H. Huseynov. Fuzzy methods in clinical research and patient care. 12th International Conference on Application of Fuzzy Systems and Soft Computing, ICAFS 2016, pp.9-11.
4. Aliyeva K.R., O.H. Huseynov. Equations with Z-numbers. Ninth World Conference on Intelligent Systems for Industrial Automation, WCIS-2016 2016, №: 102.
5. Aliyeva K.R., S.Z. Eyupoglu, K.İ. Jabarova. The Identification of Job Satisfaction under Z-Information. "Intelligent Automation & Soft Computing", 2017, pp.1-5.
6. Aliyeva K.R. Bank customer credit scoring decision by using fuzzy expert systems. Azərbaycan ali texniki məktəblərinin xəbərləri, cild 19, 2017, №: 2(106), pp.105-115.

7. Aliyeva K.R. Multi-Criteria House Buying Decision Making Based on Type-2 Fuzzy Sets. *Procedia Computer Science*, 2017, №: 120, pp.515-520.
8. Aliyeva K.R. Demand forecasting for manufacturing under Z information. *Procedia Computer Science*, 2017, №: 120, pp. 509-514.
9. Əliyeva K.R. Z – informasiyası vasitəsilə istehsalatda tələbatın proqnozlaşdırılması və qərar qəbul edilməsi, Azərbaycan ali texniki məktəblərinin xəbərləri, 2018,cild 20, №: 2(114), s.93-99.
10. Aliyeva K.R. Facility location problem by using Fuzzy TOPSIS Method. *Chemical Technology, Control and Management. Special Issue. International scientific and technical Journal*, 2018, №: 4-5, pp. 55-59. *Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer, - 2018*,
11. Aliyeva K.R. Multifactor personnel selection by the fuzzy TOPSIS method. *Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer, - 896, - 2018*, pp. 478-483.
12. Aliyeva K.R. Application of interval approximation method of a fuzzy number to the supplier selection. *Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer, - 896, - 2018*, pp. 472-477.
13. Əliyeva K.R. Qeyri-səlis çoxmeyarlı qərar qəbul etmə metodu vasitəsilə seçmə sistemi, Azərbaycan Texniki Universitetinin Elmi Əsərlər Jurnalı, 2018, №: 3, s.95-102.
14. Aliyeva K.R. Facility location problem by using Fuzzy TOPSIS Method, *Chemical Technology, Control and Management.*, 2018, №: 3, s.55-59.
15. Aliyeva K.R. Advertising media selection using the fuzzy analytic hierarchy process. *Tenth World Conference on Intelligent Systems for Industrial Automation, WCIS-2018*, pp.167-171.
16. Əliyeva K.R. Qeyri-səlis ədədlər üzərində İnterval aproksimasiyası metodu vasitəsilə təchizatçı seçimi.

Azərbaycan Texniki Universitetinin Elmi Əsərlər Jurnalı N-1, 2019, pp.35-39.

17. Алиева К.Р. Определения наилучшего оборудование при нечетких исходных данных с использованием многокритериальной модели TOPSIS, Azərbaycan Ali Texniki Məktəblərinin Elmi Əsərləri Jurnalı, 2019, №: 3, s. 109-119.
18. Əliyeva K.R., Mehdiyev N.Ş. Qeyri-səlis irearxik məsələlərin həllində Z-AHP metodunun tətbiqi. Azərbaycan Texniki Universitetinin Elmi Əsərlər Jurnalı, 2019, №: 4, pp. 55-60.
19. Aliyeva K.R. Z-matrix consistency. Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer, Switzerland, 2020, №: 8, pp.841-845.
20. Aliyeva K.R. Eigensolution of 2 by 2 Z-matrix. Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer, Switzerland, 2020, №: 896. pp. 758-762.
21. Aliyeva K.R., R.A.Aliev, O.H.Huseynov. Toward eigenvalues and eigenvectors of matrices of Z-numbers. Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer, Switzerland, 2020, №: 896, pp. 309-317.
22. Aliyeva K.R., Gardashova L.A., Dovlatova X.J., Mehdiyev N.Sh. Computation of fuzzy eigenvalues and fuzzy eigenvectors for the correspondence analysis in personal selection. Transactions of Azerbaijan Higher Technical Educational Institution, 2020, №: 3, pp.62-67.
23. Aliyeva K.R., Mehdiyev N.Sh. Qeyri-səlis Z-ədədlər üzərində t-norm və t-conorm operatorlarının tətbiqi vasitəsilə qismən etibarlı məlumatların aqreqasiyası. Azərbaycan Texniki Universitetinin Elmi Əsərlər Jurnalı, 2020, №: 1, pp.45-49.
24. Aliyeva K.R., Mehdiyev N.Sh. Estimation of the consistency in fuzzy analytic hierarchy process for ranking of alternatives. Transactions of Azerbaijan Higher Technical Educational Institution, 2020, №: 6, pp.84-89.

25. Aliyeva K.R. Fuzzy optimal control of coke production. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, Springer, Switzerland, 2021, №: 1306, pp.283-288.
26. Aliyeva K.R. Identification of a fuzzy model of the coking process. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, Springer, Switzerland, 2021, №: 1306, pp. 624-630.
27. Aliyeva K.R. Fuzzy Type-2 Decision Making Method on Project Selection. 11th World Conference “Intelligent System for Industrial Automation” (WCIS-2020), 2021, №: 1325, pp.180-185.
28. Aliyeva K.R. Supplier selection by using Z-numbers under uncertainty, *Azərbaycan Ali Texniki Məktəblərinin Elmi Əsərləri*, 2021, №: 3, s.46-51.
29. Aliyeva K.R. Decision on facility location on base of interval data. *Lecture notes in networks and systems*, 362, 2021, pp. 371-374.
30. Aliyeva K.R. Type-2 Fuzzy logic approach for port selection, *Lecture notes in networks and systems*, 362, 2021, pp. 445-449.

Müştərək çap olunmuş işlərdə müəllifin şəxsi rolu:

- [1]- İdeya müəllifi,hesablamaların aparılması və nəticələrin təhlili;
- [2]- İdeya müəllifi,hesablamaların aparılması və nəticələrin təhlili;
- [3]- İdeya müəllifi,məsələnin qoyuluşu və kompüter simulyasiyası;
- [4]- İdeya müəllifi, məsələnin qoyuluşu və kompüter simulyasiyası;
- [5]- İdeya müəllifi, məsələnin qoyuluşu və nəticələrin təhlili;
- [18]-İdeya müəllifi,məsələnin qoyuluşu, alınan nəticələrin təhlili;
- [21]-İdeya müəllifi,məsələnin qoyuluşu və kompüter simulyasiya;
- [22]-İdeya müəllifi, məsələnin qoyuluşu kompüter simulyasiyası;
- [23]-İdeya müəllifi, məsələnin qoyuluşu kompüter simulyasiyası;
- [24]-İdeya müəllifi, məsələnin qoyuluşu kompüter simulyasiyası.

Dissertasiyanın müdafiəsi 20 may 2022 il tarixində saat 13⁰⁰da Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən ED 2.02 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Dissertasiya ilə Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat 18 aprel 2022 il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 08.04.2022

Kağızın format: A5

Həcm: 76 214

Tiraj: 100 nüsxə